

18.823

TESIS DOCTORAL



* 5 3 0 9 5 5 7 3 6 5 *

UNIVERSIDAD COMPLUTENSE

Universidad Complutense de Madrid
Departamento de Estadística e I.O.

para optar al

GRADO DE DOCTOR

por

Agustín Silva Mato

COMPARACION DE DOS PROPORCIONES INDEPENDIENTES POR EL METODO INCONDICIONADO

Madrid, Septiembre 1993



CATEDRA DE BIOESTADISTICA
FACULTAD DE MEDICINA
18071-GRANADA
(SPAIN)

Tel.: (958) 24 35 36
FAX: 24 40 80

ANTONIO MARTIN ANDRES, Catedrático de Estadística e I.O. de la
Universidad de Granada

CERTIFICA: Que D. **Agustín Silva Mato**, licenciado en
Matemáticas, ha realizado bajo mi dirección la
Memoria que lleva por Título "Comparación de dos
proporciones independientes por el método
incondicionado", Memoria que presenta para optar al
Grado de Doctor.

Y para que conste, firmo el presente en Granada a cuatro de
septiembre de mil novecientos noventa y tres.

Antonio Martín-Andrés

Catedrático de Estadística e I.O.

Agradecimientos

Quiero expresar mi agradecimiento a ANTONIO MARTIN ANDRES, director de esta tesis, por sus enseñanzas, dedicación, paciencia infinita e incondicional apoyo mostrados en todo momento.

A LUIS PRIETO VALIENTE por el interés que siempre mostró por este trabajo.

A FRANCISCO GAYA por el apoyo prestado en la elaboración de esta memoria.

A RAFAEL SENDRA por sus sugerencias y consejos.

A mis padres,
a Chus,
y a mis hermanos.

INDICE

CAPITULO I: INTRODUCCION

1.- GENERALIDADES	2
2.- TESTS CONDICIONADOS CLASICOS.	
2.1.- Test no aleatorizado: test exacto de Fisher.	
2.1.1.- Test de una cola.	9
2.1.2.- Test de dos colas.	9
2.2.- Test aleatorizado: test de Tocher.	13

CAPITULO II: METODOS INCONDICIONADOS NO ASINTOTICOS

1.- INTRODUCCION	17
2.- TESTS INCONDICIONADOS CLASICOS	
2.1.- Principio básico común : el principio del máximo.	17
2.2.- Las condiciones prioritarias de Convexidad y Simetría.	19
2.3.- Método de obtención de la región crítica.	21
2.4.- Criterios de ordenación para obtener la región crítica.	24
2.4.1.- Introducción.	24
2.4.2.- Criterios tradicionales.	25
2.4.3.- Nuevo criterio.(<u>Aportación</u>)	30

2.4.4.- Compatibilidad entre los diferentes criterios de ordenación y las condiciones C y S.	32
2.4.5.- El P-value a una y dos colas y el caso de los tamaños de muestra iguales. (<u>Aportación</u>)	33
2.5.- Selección del criterio óptimo.	
2.5.1.- Los procedimientos clásicos y sus restricciones.	38
2.5.2.- Resolución de la segunda restricción: Potencia a largo plazo.(<u>Aportación</u>)	39
2.5.3.- Resolución de la primera restricción: Potencia Media.(<u>Aportación</u>)	44
2.5.4.- Criterio óptimo.(<u>Aportación</u>)	49
2.5.5.- Conclusiones.(<u>Aportación</u>)	67
2.6.- Tablas y programas.	
2.6.1.- Tablas y programas clásicos.	69
2.6.2.- Nuevos programas.(<u>Aportación</u>)	71
2.6.3.- Nuevas tablas.(<u>Aportación</u>)	81
2.7.- Otros presuntos tests incondicionados.	
2.7.1.- Introducción.	83
2.7.2.- Tests incondicionados basados en cotas. ..	83
2.7.3.- Nuevos tests incondicionados basados en cotas (<u>Aportación</u>)	85
2.7.4.- Tests incondicionados que permiten desbordar α	88
2.8.- Clasificación.(<u>Aportación</u>)	90
3.- TESTS DE ALEATORIZACION.	
3.1.- Introducción.	92

3.2.- Tests incondicionados.	92
4.- TESTS PSEUDOBAYESIANOS.	
4.1.- Introducción.	95
4.2.- Tests incondicionados.	96
4.2.1.- Solución de Martín and Luna.	96
4.2.2.- Generalización (<u>Aportación</u>)	96
4.2.3.- Discusión.	98
5.- DISCUSION.	
5.1.- Introducción.	99
5.2.- ¿Tests clásicos o no?.	100
6.- CONCLUSIONES.	102

CAPITULO III: METODOS INCONDICIONADOS ASINTOTICOS

1.- INTRODUCCION.	105
2.- METODOS ASINTOTICOS MAS USUALES.	
2.1.- El test chi-cuadrado clásico.	107
2.2.- Métodos relacionados con el test chi-cuadrado....	108
2.3.- Otros métodos.	110
2.4.- Métodos semiexactos.	111
2.5.- Métodos para los casos raros (<u>Aportación</u>)	112
3.- LA CORRECCION POR CONTINUIDAD.	
3.1.- Generalidades.	114
3.2.- Correcciones por continuidad clásicas.	
3.2.1.- Si la variable aleatoria es el numerador de la χ^2	116

3.2.2.- Si la variable aleatoria es el propio estadístico usado.	118
3.3.- Propuesta de nuevas c.p.c. (<u>Aportación</u>).	
3.3.1.- Si la variable aleatoria es el numerador de la χ^2	120
3.3.2.- Si la variable aleatoria es el propio estadístico usado.	122
3.4.- Tests de una y dos colas (<u>Aportación</u>).	126
3.5.- Análisis crítico de las conclusiones clásicas (<u>Aportación</u>).	
3.5.1.- Determinación de la bondad de una c.p.c.	127
3.5.2.- La c.p.c. óptima en la literatura.	129
3.6.- La c.p.c. óptima por los criterios actuales (<u>Aportación</u>).	
3.6.1.- Sobre la flexibilidad de la aproximación.	139
3.6.2.- Descripción de los cálculos a realizar y de los datos a obtener.	143
3.6.3.- Determinación de los "parámetros" más relevantes.	147
3.6.4.- Selección en tests de una cola.	154
3.6.5.- Selección en tests de dos colas.	156
3.6.6.- Selección entre las versiones con factor n o $(n-1)$	161
3.6.7.- Estudio de los métodos seleccionados.	167
3.6.8.- Conclusiones.	173
4.- LAS CONDICIONES DE VALIDEZ DEL TEST CHI-CUADRADO.	
4.1.- Generalidades y condiciones clásicas.	176

4.2.- Objetivo actual (<u>Aportación</u>).	177
4.3.- Determinación de las c.d.v. (<u>Aportación</u>).	178
4.4.- Discusión y conclusiones (<u>Aportación</u>).	180
5.- EVALUACION DE LAS AFIRMACIONES DE LA LITERATURA....	181
6.- CONCLUSIONES.	184

CAPITULO IV: ¿ METODOS CONDICIONADOS O INCONDICIONADOS ?

1.- INTRODUCCION	187
2.- ARGUMENTOS PRACTICOS	
2.1.- Sobre el conservadurismo del test exacto de Fisher.	191
2.2.- Sobre la inconsistencia del test exacto de Fisher.	194
2.3.- El test exacto de Fisher es más general y sencillo, convergiendo al incondicionado.	196
3.- ARGUMENTOS TEORICO-PRACTICOS	
3.1.- Sobre el carácter de UMPU del test exacto de Fisher.	197
3.2.- Modificaciones al test exacto de Fisher.	198
3.3.- El test exacto de Fisher y el tamaño de muestra (<u>Aportación</u>).	200
4.- ARGUMENTOS TEORICOS (<u>Aportación</u>)	
4.1.- El test exacto de Fisher y el principio de auxiliaridad	202
4.2.- El ejemplo de las flores de Fisher.	206
4.3.- El caso de dos proporciones apareadas.	210

5.- MODELOS CAUSALES (<u>Aportación</u>)	
5.1.- El modelo y las hipótesis a contrastar.	213
5.2.- El test cuando la muestra es toda la población.	215
5.3.- El test cuando la muestra es una parte de la población.	217
6.- CONCLUSIONES (<u>Aportación</u>)	219
 BIBLIOGRAFIA	 222
 APENDICE I	 232
APENDICE II	281
APENDICE III	309

CAPITULO I
INTRODUCCION

1.- GENERALIDADES

Si de dos poblaciones distintas (I y II) se extraen dos muestras aleatorias e independientes de tamaños n_1 y n_2 respectivamente, y se anota el número de individuos x_i de cada muestra que verifican (A) una cierta propiedad dicotómica, entonces los resultados suelen presentarse bajo el formato de una Tabla 2x2 similar a la Tabla 1.

Tabla 1

Modo de presentar los datos de una
Tabla 2x2 y notación al efecto.

	A	\bar{A}	Total
Muestra I	x_1	y_1	n_1
Muestra II	x_2	y_2	n_2
Total	a_1	a_2	n

Si notamos con letras mayúsculas a las variables aleatorias (X_1, X_2, A_1, \dots) y con letras minúsculas a sus valores experimentales (x_1, x_2, a_1, \dots), dado que sólo el marginal n_i está fijado de antemano, este tipo de muestreo se ajusta a un modelo en que las variables X_i ($i=1,2$) se distribuyen como binomiales de parámetros n_i y p_i , siendo p_i la proporción de individuos de la población i que verifican (A) la característica.

En este tipo de experimento el objetivo es contrastar la hipótesis $H_0 \equiv p_1=p_2(=p)$ de igualdad de ambas proporciones, y sus denominaciones más comunes son: " Comparación de dos proporciones independientes ", " Homogeneidad de dos proporciones ", etc.

La probabilidad de una configuración como la dada en la Tabla 1 es

$$P(X_1=x_1, X_2=x_2 | n_1, n_2, p_1, p_2) = \binom{n_1}{x_1} \binom{n_2}{x_2} p_1^{x_1} (1-p_1)^{y_1} p_2^{x_2} (1-p_2)^{y_2} \quad (1)$$

y bajo H_0

$$P(X_1=x_1, X_2=x_2 | n_1, n_2, p) = P(x_1, x_2) = \binom{n_1}{x_1} \binom{n_2}{x_2} p^{x_1} (1-p)^{x_2} \quad (2)$$

donde la principal dificultad para encontrar la solución adecuada radica en la existencia del "parámetro perturbador" p cuyo valor se desconoce. Autores como Fisher (1935), Barnard (1947), Basu (1977), Hinde and Aitken (1987), etc., se han ocupado de este problema de eliminación de parámetros perturbadores; Basu comenta a este respecto: " ... la eliminación de parámetros perturbadores es universalmente reconocido como el mayor problema de la estadística ... ".

Las distintas posibilidades para eliminar el parámetro perturbador en este tipo de contraste de hipótesis aparecen resumidas en la Tabla 2, en la cual se indica el primer autor que propuso su solución no asintótica. Althan (1969), Aitchison and Bacom-Shone (1981), Nurminen and Mutanen (1987), etc., se ocupan de las soluciones Bayesianas, que no se incluyen en esta

clasificación por salirse del contexto de esta memoria (elaborada desde el punto de vista clásico).

Tabla 2

Clasificación de las diferentes soluciones no asintóticas al test de comparación de dos proporciones independientes

Test	Condicionado	Incondicionado
Clásico no aleatorizado	Fisher (1935) Irwin (1935) Yates (1934)	Barnard (1945)
Clásico aleatorizado	Tocher (1950)	
De aleatorización	Lehmannn (1959)	Ballatori (1982)
Pseudobayesiano	Rice (1988)	Martín and Luna (1989)

La solución clásica condicionada se basa en la búsqueda de un estadístico cuya distribución condicional no dependa del parámetro perturbador p . En este caso, condicionando en el marginal a_i obtenido, la única variable de la tabla es X_1 (por ejemplo) y su distribución (la hipergeométrica) no depende de p , dando lugar al conocido **Test Exacto de Fisher**. En este mismo contexto, en el **Test Aleatorizado de Tocher** lo que se propone es un mecanismo de sorteo para solventar el hecho de que, por trabajar con variables discretas, el tamaño del test no sólo no

suele coincidir con el error objetivo, sino que en muchas ocasiones se diferencian notablemente.

La solución clásica incondicionada se basa en la idea de sustituir el parámetro perturbador p por el valor de él que hace máximo el tamaño del test (**Método de maximización o de Barnard**). Al no condicionar, las variables siguen siendo las dos X_i .

Los tests de aleatorización están pensados para aquellas situaciones en que los n_i individuos de cada muestra no han sido tomados de dos poblaciones, sino que provienen de una partición al azar de un grupo inicial único de n individuos, recibiendo el tratamiento I ó II según caigan en uno u otro grupo. En este tipo de tests, la eliminación del parámetro perturbador se consigue en base a asignar una determinada distribución al marginal a_1 .

Los tests pseudobayesianos lo que hacen es eliminar el parámetro perturbador p por el procedimiento de asignarle una distribución "a priori" $f(p)$.

Las anteriores soluciones abordan el problema desde el punto de vista exacto o no asintótico, en el sentido de que el error real del test es menor o igual que el error objetivo. Las soluciones asintóticas (condicionadas o incondicionadas) surgen al sustituir p por un estimador, para a continuación proceder a aplicar la teoría asintótica. La ventaja de estos tests

radica en su sencillez operativa; la desventaja en que sólo son aplicables bajo determinadas condiciones de validez y tan sólo dan resultados aproximados (el error objetivo no se respeta, pudiendo ser mayor, igual o menor que el real).

Conviene señalar que si bien los tests condicionados son tan solo un poco más "viejos" (Fisher, 1935) que los incondicionados (Barnard, 1945), estos últimos han estado en desuso durante gran número de años debido a sus dificultades operativas. El advenimiento y generalización de las computadoras y ordenadores personales, los ha hecho entrar de nuevo en competición.

En este espacio de tiempo los partidarios de ambas filosofías han entrado en un duro y largo enfrentamiento que en algunas ocasiones ha conducido a comparaciones y afirmaciones en las que se ha olvidado todo tipo de clasificación, similar a la de la Tabla 2, mezclando tests exactos con asintóticos, condicionados con incondicionados, e incluso diferentes tipos de muestreo. De ahí que en esta memoria se trate de tener presente en todo momento un afán clasificador y de claridad metodológica.

Esta memoria se centra en las soluciones al test de comparación de dos proporciones independientes bajo el punto de vista incondicionado, tanto a una como a dos colas. De todas formas, en este mismo capítulo se exponen de forma resumida las ideas básicas que sustentan la filosofía condicionada (pues

serán de utilidad cuando se enfrenten ambas filosofías y también para entender algunas soluciones incondicionadas que se apoyan en principios condicionados). En el Capítulo II se estudian los tests incondicionados no asintóticos. En el Capítulo III se estudian los tests incondicionados asintóticos. Finalmente, en el Capítulo IV se enfrentan las filosofías condicionada e incondicionada.

Por último, la importancia del problema estudiado en esta memoria puede enfocarse desde dos puntos de vista; el primero, de orden teórico, en el sentido de la utilidad que pueden tener los desarrollos y conclusiones que aquí se presentan para ulteriores enfoques de problemas más generales, o de orden superior, en el amplio campo de eliminación de parámetros perturbadores (así, por ejemplo, "Comparación de r ($r > 2$) proporciones independientes", "Asociación de dos caracteres cualitativos dicotómicos", etc.); el segundo punto de vista es de orden más práctico, y se refiere a la gran frecuencia con que aparece este tipo de muestreo, especialmente en el campo de La Investigación Biomédica. Un ejemplo de esta aplicación práctica son los Ensayos Clínicos cuyo creciente desarrollo ha contribuido a poner de moda alguna de las soluciones aquí estudiadas. En este tipo de ensayos comparativos es crucial la máxima potencia, que es precisamente una de las grandes ventajas de la metodología incondicionada frente a la condicionada.

2.- TESTS CONDICIONADOS CLASICOS.

2.1.- Test no aleatorizado: test exacto de Fisher.

Dada la dificultad que representaba el desconocimiento del valor del parámetro perturbador p en la expresión (2), y buscando una solución sencilla que evitase problemas de cómputo, Fisher (1935), Irwin (1935) y Yates (1934), propusieron comparar la muestra observada con una subpoblación de muestras relacionadas con la obtenida, y en la que la distribución del estadístico no dependiera de p , en lugar de compararla con todas las muestras posibles, lo que les llevó a considerar sólo aquellas muestras con iguales marginales que la observada. Así pues, los tests condicionados clásicos se basan en el hecho de que, si además de estar fijo el marginal n_i , se considera fijo también el marginal a_i , la única variable de la tabla es, por ejemplo, X_1 que, bajo $H_0 \equiv p_1=p_2 (=p)$, sigue una distribución hipergeométrica centrada cuya función de probabilidad viene dada por

$$P(X_1=x_1 | n_i, a_i, p) = P(x_1) = \frac{\binom{n_1}{x_1} \binom{n_2}{x_2}}{\binom{n}{a_1}} \quad (3)$$

con

$$r = \text{Max}(0; a_1 - n_2) \leq x_1 \leq \text{Min}(a_1; n_1) = s \quad (4)$$

siendo la expresión (3) independiente del parámetro perturbador p .

2.1.1.- Test de una cola.

Cuando se plantea la hipótesis alternativa de una cola (por ejemplo $H_1 \equiv p_1 < p_2$), el interés puede radicar en calcular el P-value de la tabla observada, o bien en determinar la Región Crítica (RC en adelante) para un determinado error objetivo α . En el primer caso, como el P-value de la tabla observada es la probabilidad de encontrar una tabla como la obtenida o más extrema aún respecto de la H_0 (pero con los mismos marginales), será

$$P = \sum_{i=r}^{x_1} P(i) \quad (5)$$

siendo $P(i)$ la probabilidad Hipergeométrica, dada por la (3), y x_1 el valor de X_1 realmente obtenido. En el segundo caso, las tablas (o puntos x_1) que formarán parte de la RC serán aquellas cuyo P-value no rebase el error objetivo α del test, y el método consiste en buscar, para el a_1 obtenido experimentalmente, un valor entero C tal que

$$\alpha^* = \sum_{i=r}^C P(i) \leq \alpha < \sum_{i=r}^{C+1} P(i) \quad (6)$$

siendo α^* el error real del test, y $RC = \{ r, r + 1, \dots, C \}$. Este test es conocido como test exacto de Fisher.

2.1.2.- Test de dos colas.

La unanimidad existente sobre el modo de determinar la RC en el test de una cola, se pierde en el caso del test de dos

colas ($H_1 \equiv p_1 \neq p_2$). En cualquier caso, fijado el error objetivo α , y siendo α_1 y α_2 dos valores tales que $\alpha_1 + \alpha_2 = \alpha$, el procedimiento, en este tipo de tests, consiste en determinar dos enteros C y C' , que pueda tomar la variable X_1 (uno en cada cola), que verifiquen:

$$\begin{aligned} \alpha_1^+ &= \sum_{i=r}^C P(i) \leq \alpha_1 < \sum_{i=r}^{C+1} P(i) \\ \alpha_2^+ &= \sum_{i=C'}^s P(i) \leq \alpha_2 < \sum_{i=C'-1}^s P(i) \end{aligned} \quad (7)$$

Ahora $RC = \{r, r+1, \dots, C\} \cup \{C', C'+1, \dots, s\}$, dando lugar a cada una de las colas, y $\alpha_1^+ + \alpha_2^+ = \alpha^+$ será el error real del test. Existen una serie de soluciones tradicionales para el test de dos colas basadas en distintos principios de ordenación de las posibles tablas, las cuales se van incluyendo en la RC una a una (o más si hay empates), hasta que el error real α^+ sea lo más cercano posible, pero sin sobrepasarlo, al error objetivo α . Los diferentes tests bilaterales surgen, por tanto, al decidir el criterio de ordenación $T(\cdot)$ que permite elegir los valores α_1 y α_2 . En términos del cálculo del P-value de una tabla experimental, en la que $\hat{p}_1 < \hat{p}_2$ (con $\hat{p}_i = x_i/n_i$, $i=1,2$), se tendrá

$$P = \sum_{T(i) \geq T(x_1)} P(i) = \sum_{i=r}^{x_1} P(i) + \sum_{i=x_1'}^s P(i) \quad (8)$$

donde x_1 es el valor realmente observado de la variable X_1 , y x_1' es aquel valor que, perteneciendo a la otra cola, verifica que $T(x_1') \geq T(x_1) > T(x_1' - 1)$ (pues a partir de aquí se considera que los puntos se introducen en la RC de mayor a menor valor obtenido por la regla de ordenación $T(\cdot)$ adoptada).

Para las definiciones de los diferentes principios de ordenación, se mantendrá la clasificación y notación de Herranz (1992), y asumiremos, sin pérdida de generalidad, que $\hat{p}_1 > \hat{p}_2$ con $\hat{p}_i = x_i/n_i$, y que $\hat{q}_i = 1 - \hat{p}_i$, con $i=1,2$. Las distintas ordenaciones dan lugar a los siguientes métodos o criterios:

1) *Criterio de Colas Iguales o Simétricas*: Armsen (1955), Hill and Pike (1965) y Cox and Hinkley (1974) propusieron tomar $\alpha_1 = \alpha_2 = \alpha/2$, siguiendo los modelos ya existentes en variables continuas. Este método, denotado como método *I*, se basa en el criterio de ordenación

$$I \equiv T_1(x_1) = - \sum_{i=x_1}^s P(i) \quad (9)$$

es decir, las tablas entran en la RC de menor a mayor suma de sus probabilidades de cola. Tomando como referencia este método, Armitage (1971) propone llevarlo al extremo y afirma que el P-value de un test de dos colas es el doble del de una cola.

2) *Criterio de tablas más improbables*: propuesto por Irwin (1935), Freeman and Halton (1951), Armsen (1955) y Fleiss (1981), es el criterio utilizado en los Paquetes Estadísticos SPSS y BMDP, y consiste en ordenar las tablas de menor a mayor probabilidad hipergeométrica. Este método, denotado como método *H*, da lugar a la siguiente ordenación

$$H \equiv T_2(x_1) = -P(x_1) \quad (10)$$

3) *Criterio de tablas ordenadas de mayor a menor valor de la Diferencia de Proporciones* $|\hat{p}_1 - \hat{p}_2|$: Propuesto por Armsen (1955), y denotado como método *D*, viene identificado por el criterio de ordenación:

$$D \equiv T_3(x_1) = \hat{p}_1 - \hat{p}_2 \quad (11)$$

Krauth (1973), Radlow and Alf (1975) y Berry and Mielke (1985) proponen ordenar las tablas de mayor a menor valor del estadístico chi-cuadrado

$$\chi^2 = \frac{(x_1 y_2 - x_2 y_1)^2}{a_1 a_2 n_1 n_2} n \quad (12)$$

pero esta definición es equivalente a la anterior, puesto que $|x_1 y_2 - x_2 y_1| = |x_1 n - n_1 a_1|$, y ordenar en función de $|\hat{p}_1 - \hat{p}_2|$ es equivalente a hacerlo en función de $|x_1 - n_1 a_1 / n|$.

4) *Criterio de tablas ordenadas de mayor a menor valor del Riesgo Relativo* (\hat{p}_1 / \hat{p}_2) : propuesto por Luna y Martín (1987). Se le denota como método *R*, con

$$R \equiv T_4(x_1) = \frac{\hat{p}_1}{\hat{p}_2} \quad (13)$$

5) *Criterio de tablas ordenadas de mayor a menor valor de la Odds-Ratio* $(x_1 y_2 / x_2 y_1)$: sugerido por Hill and Pike (1965), y denotado como método *O*, da lugar a la siguiente ordenación

$$O \equiv T_5(x_1) = \frac{\hat{p}_1 \hat{q}_2}{\hat{p}_2 \hat{q}_1} \quad (14)$$

Con el fin de conseguir mayor número de puntos en la RC obtenida con las versiones anteriores (con lo que se conseguirán tests más potentes), Luna y Martín (1987) sugieren incrementarla con uno de los puntos frontera, $(C+1)$ ó $(C'-1)$, si acaso estos puntos resultasen empatados por la definición elegida y el valor α permitiese incluir tan sólo uno de ellos. Para el desempate habría de acogerse uno de los restantes criterios como criterio subsidiario, dando lugar así a los métodos DH, ID, etc.

En los tests de una cola, todos los criterios anteriormente citados producen la misma ordenación (Davis, 1986), motivo por el que no se plantearon diferentes definiciones. Sin embargo, al tratarse de tests de dos colas, cada criterio conduce a una RC diferente, dando lugar a cada una de las versiones del test exacto de Fisher a dos colas. Autores como Armsen (1955), Luna y Martín (1987), y Herranz (1992), han realizado comparaciones entre las diferentes versiones, aunque tan sólo en estos dos últimos trabajos se han comparado la totalidad de los criterios citados.

2.2.- Test aleatorizado: test de Tocher.

Tocher (1950), con el fin de lograr que el tamaño del test coincida con el error objetivo α (lo cual se consigue con variables continuas, pero raras veces ocurre en el caso de discretas, como es nuestro caso), propone un mecanismo de

sorteo en los puntos de la frontera de la RC. La ventaja del método es que da lugar a un test UMPU idéntico al propuesto, con posterioridad, por Lehmann (1959).

Para el test de una cola ($H_1 \equiv p_1 < p_2$), su propuesta consiste en, fijado un error objetivo α , y para cada a_1 , formar su RC, como en (6), determinando un valor $C(a_1)$ tal que

$$\alpha_0 = \sum_{i=r}^{C(a_1)} P(i) \leq \alpha < \sum_{i=r}^{C(a_1)+1} P(i) \quad (15)$$

considerando que la RC estará formada por los puntos

$$\bigcup_{a_1} \{r, r+1, \dots, C(a_1)\} \cup F$$

siendo F el conjunto de los puntos $C(a_1)+1$ de la frontera que resultaran favorecidos en un sorteo en el que la probabilidad de que entre en la RC dicho punto es $(\alpha - \alpha_0)/P(C(a_1)+1)$, donde $P(C(a_1)+1)$ es el P-value del punto $C(a_1)+1$. A efectos prácticos, dada la tabla experimental, el cálculo de la anterior RC se omite, limitándose al de la diagonal a_1 observada.

Para el test de dos colas, Lloyd (1988) desarrolla explícitamente la solución de Lehmann (1959) para la ordenación H . Así, para una tabla experimental con un valor de a_1 dado, se determinan los valores C y C' que verifican la (7) para la citada ordenación, y suponiendo $P(C') < P(C)$ -sin pérdida de generalidad, pues en otro caso basta con cambiar a la variable x_2^- , el punto que entra en el sorteo es el $(C'-1)$ y lo hace con probabilidad $(\alpha - \alpha_1^+ - \alpha_2^+)/P(C'-1)$.

A pesar de que el test de Tocher pueda parecer el idóneo (por ser UMPU), hay un acuerdo general acerca de la

irracionalidad de aplicarlo (ver Cap.IV), pues el decidir por sorteo la posible significación de una tabla lleva a que, a igualdad de error α , investigadores distintos pueden tomar decisiones distintas en base a los mismos datos, perdiéndose así la deseada objetividad científica.

CAPITULO II

METODOS INCONDICIONADOS

NO ASINTOTICOS

1.- INTRODUCCION

Este capítulo se dedica a las soluciones no asintóticas (o exactas) para el test de comparación de dos proporciones independientes. Este tipo de soluciones (resumidas en la Tabla 2 del Capítulo I) siempre serán válidas, como ya se comentó, aunque serán especialmente útiles cuando las soluciones asintóticas (que son más sencillas) no sean aplicables. Por otra parte, al centrarse esta memoria en aquellas soluciones que impliquen el principio incondicionado, la región crítica en cada solución deberá poder determinarse antes de obtener la muestra y sin usar su información mediante el condicionamiento, es decir, el error real de tipo I del test debe poder determinarse antes de tomar la muestra. En el test exacto de Fisher esto no es posible pues el error real depende del valor de a_1 .

Aquí se estudian y enfrentan entre sí las diferentes soluciones no asintóticas, se señalan las relaciones que las ligan, y también se comparan las distintas versiones de cada solución, cuando es necesario, a efectos de elegir la óptima.

2.- TESTS INCONDICIONADOS CLASICOS

2.1.- Principio básico común : el principio del máximo.

Barnard (1945, 1947) observa que, en el muestreo considerado en esta memoria, la Tabla 1 queda perfectamente definida tan sólo cuando se conoce la pareja de valores (x_1, x_2) , con lo que la región crítica (que notaremos RC a

partir de aquí) para contrastar H_0 no vendrá dada por un conjunto de valores x_1 para el a_1 obtenido, sino por un conjunto de parejas (x_1, x_2) para los n_i de la experiencia. Así, por ejemplo, el espacio muestral (EM) para una experiencia con $n_1 = 8$ y $n_2 = 6$ puede representarse por los puntos del rectángulo de la Figura 1 - 63 puntos en total-, y una posible RC sería la marcada con * en tal figura. En general:

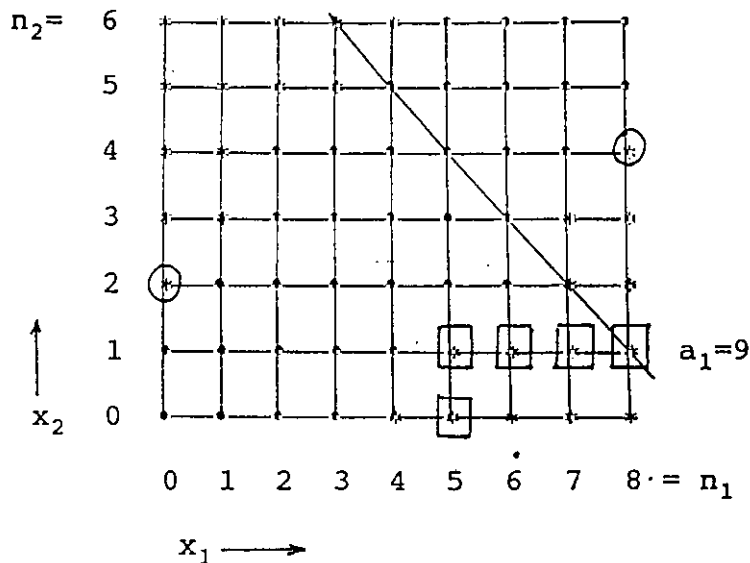
$$RC \subset EM = \{(x_1, x_2) \in \mathbb{N}^2 \mid 0 \leq x_1 \leq n_1, 0 \leq x_2 \leq n_2\} \quad (1)$$

$$Card(EM) = (n_1 + 1) \cdot (n_2 + 1)$$

En la Figura 1, las diagonales secundarias se corresponden con el espacio muestral del test exacto de Fisher, pues los puntos de cada una de ellas tienen un valor constante de a_1 (a modo de ejemplo, se ha representado la diagonal secundaria con $a_1 = 9$). El nombre del método incondicionado proviene de que ahora no se condiciona en el valor a_1 observado.

Figura 1

Espacio Muestral (\bullet y $*$) y puntos de una RC ($*$) en un test de dos colas para $H_0 \equiv p_1 = p_2$ con $n_1 = 8$ y $n_2 = 6$. Los \bullet y $*$ representan combinaciones de (x_1, x_2) . Los puntos \square verifican la propiedad de convexidad. Los puntos \bigcirc verifican la propiedad de simetría.



Una vez obtenida la RC (para un determinado error objetivo α) por alguno de los procedimientos que se verán en la sección 2.4, el mismo Barnard indica que, en base a la (2) del Capítulo I, el error real del test basado en ella viene dado por:

$$\alpha(p) = \sum_{RC} \binom{n_1}{x_1} \binom{n_2}{x_2} p^{a_1} (1-p)^{a_2} \quad (2)$$

$$a_1 = x_1 + x_2, \quad a_2 = n - a_1$$

y maximizando en p , por ser desconocido su valor, propone como tamaño del test:

$$\alpha^* = \max_{0 < p < 1} \alpha(p) \quad (3)$$

lo que constituye el principio del máximo. Precisamente, la dificultad del método incondicionado radica en el cálculo de la expresión (3).

Una vez establecido el principio del máximo, y de forma similar a lo que ocurriría en el test condicionado, cada versión de test incondicionado clásico diferirá del resto sólomente en el criterio de ordenación por el cual los puntos, como los representados en la Figura 1, se introducen en la RC hasta lograr que α^* se acerque lo más posible (pero sin sobrepasarlo) al error objetivo α .

2.2.- Las condiciones prioritarias de Convexidad y Simetría.

Barnard (1947) considera que toda RC debe verificar dos condiciones de compatibilidad razonables:

1) Condición C de Convexidad: La RC no debe presentar huecos.

Así, en un EM como el representado en la Figura 1, si un punto (x_1, x_2) situado en la zona inferior derecha de la Figura 1 -con $\hat{p}_1 = x_1/n_1 > \hat{p}_2 = x_2/n_2$ - es de la RC, también deben serlo todos los puntos que están por debajo o a la derecha de él (pues en ellos $\hat{p}_1 - \hat{p}_2$ es aún más extrema, y una de las \hat{p}_i está fijada):

$$\text{Si } (x_1, x_2) \in RC \text{ y } \hat{p}_1 > \hat{p}_2 \Rightarrow \begin{cases} (x_1, x'_2) \in RC & \forall x'_2 \mid 0 \leq x'_2 < x_2 \\ (x'_1, x_2) \in RC & \forall x'_1 \mid x_1 < x'_1 \leq n_1 \end{cases} \quad (4)$$

Así, como sucede en la Figura 1, si el punto (5,1) es de la RC para la alternativa $H_1 \equiv p_1 > p_2$, también deben serlo los puntos (6,1), (7,1) y (8,1), y el punto (5,0). De la misma forma, si un punto situado en la parte superior izquierda de la Figura 1, $\hat{p}_1 < \hat{p}_2$, pertenece a la RC, todos los puntos situados por encima de él o a su izquierda también deben pertenecer a la RC.

2) Condición S de Simetría: Sólo para tests de dos colas ($H_1 \equiv p_1 \neq p_2$): Si el punto (x_1, x_2) es de la RC, también debe serlo el punto $(n_1 - x_1, n_2 - x_2)$ (su simétrico en la otra cola), así:

$$(x_1, x_2) \in RC \Rightarrow (n_1 - x_1, n_2 - x_2) \in RC \quad (5)$$

pues $H_1 \equiv p_1 \neq p_2$ es equivalente a $H_1 \equiv q_1 \neq q_2$ con $q_i = 1 - p_i$. Por ejemplo, si el punto (8,4) es de la RC para la alternativa $H_1 \equiv p_1 \neq p_2$, también debe serlo el punto (0,2), como también sucede en la Figura 1. Esta condición asegura que en los tests a dos colas la RC será simétrica (ver Figura 1).

Aunque no todos los autores efectúan una aceptación expresa de las condiciones C y S, todas las versiones de ordenación propuestas con posterioridad, en las que no se

expresa tal aceptación, son compatibles con ellas (ver apartado 2.4.4), y así, imponiéndolas de antemano, se facilita la obtención de la RC y se abrevia tiempo de cómputo (ver apartados 2.4.5 y 2.6.2). Es por ello que, en todo lo que sigue, ambas condiciones son asumidas y se consideran prioritarias a la propia regla particular de ordenación.

Finalmente, señalar que el test exacto de Fisher también verifica su propiedad particular de convexidad (si x_1 es de la RC, con $\hat{p}_1 > \hat{p}_2$, también lo son todos los mayores que él) pero no una equivalente de simetría, pues el simétrico del punto x_1 es el $n_1 - x_1$, y no está garantizado que él pertenezca a la otra cola de error (la distribución hipergeométrica no es, en general, simétrica).

2.3.- Método de obtención de la región crítica.

Supongamos definido un cierto criterio $T(\cdot)$ de ordenación de los puntos de un espacio muestral bidimensional EM como el representado en la Figura 1.

Para el test de una cola con $H_1 \equiv p_1 > p_2$, por ejemplo, los únicos puntos de interés son aquellos en que $\hat{p}_1 > \hat{p}_2$ (en la Figura 1, los puntos situados en la zona inferior derecha), y la condición prioritaria C obliga a comenzar con una RC (RC_1) formada por el punto corner $(n_1, 0)$. La siguiente RC (RC_2) se forma añadiendo a la anterior el punto $(n_1 - 1, 0)$ ó/y el $(n_1, 1)$, según el orden que imponga el criterio $T(\cdot)$, pues el resto de

puntos del EM quedan excluidos por dominar la condición C sobre el criterio T(.).

Generalizando el anterior proceso, si denominamos por RC_i a la RC obtenida en un paso i cualquiera, la siguiente región crítica RC_{i+1} se obtiene de la siguiente forma: Sea C_i el conjunto de puntos candidatos a ser añadidos a la RC_i , por cumplir la condición prioritaria C, en base a la expresión (4):

$$C_i = \{(x_1, x_2) \in EM - RC_i \mid \{(x_1+1, x_2), (x_1, x_2-1)\} \subset RC_i \cup \overline{EM}\} \quad (6)$$

donde $\overline{EM} = N^2 - EM$ y EM dado por la (1). Sea C_{ij} cada uno de los subconjuntos de C_i tales que todos sus puntos empatan por el criterio T(.) considerado. Así, si t_{i1}, \dots, t_{ir} son los r posibles valores distintos de $T(x_1, x_2)$ en los puntos de C_i , entonces:

$$\forall j \in \{1, \dots, r\} \quad , \quad C_{ij} = \{(x_1, x_2) \in C_i \mid T(x_1, x_2) = t_{ij}\} \quad (7)$$

Si denominamos por RC_{ij} a cada $RC_i \cup C_{ij}$, las RC_{ij} serán las r posibles regiones críticas a considerar en el paso i+1, pues RC_{i+1} se formará añadiendo a la RC_i aquel punto (o puntos, si ha habido empates) de C_i que tenga (o tengan) el menor valor del T(.) considerado (pues, en los apartados 2.4.2 y 2.4.3, los diferentes criterios de ordenación serán definidos en base a ordenar los puntos de menor a mayor valor de T(.)). De esta forma, si $t_{ik} = \min\{t_{ij}, j=1 \dots r\}$ se tendrá que $RC_{i+1} = RC_{ik}$.

Así, si lo que se pretende es obtener la región crítica $RC(\alpha)$, para un determinado error objetivo α , el proceso anterior se repite hasta obtener una RC cuyo tamaño α^* , dado

por la expresión (3), se acerque lo más posible, sin sobrepasarlo, al error objetivo α . Si denominamos por α^*_i al tamaño del test que produce la RC_i , entonces:

$$\text{Si } \alpha^*_i = \alpha^*(RC_i) < \alpha \Rightarrow RC_i \subseteq RC(\alpha) \quad (8)$$

¿Puede añadirse algún punto más a la $RC(\alpha)$?:

$$\begin{aligned} \text{Si } \alpha^*_{i+1} > \alpha &\Rightarrow RC(\alpha) = RC_i \\ \text{Si } \alpha^*_{i+1} = \alpha &\Rightarrow RC(\alpha) = RC_{i+1} \\ \text{Si } \alpha^*_{i+1} < \alpha &\Rightarrow RC_{i+1} \subseteq RC(\alpha) \end{aligned} \quad (9)$$

En las dos primeras situaciones el proceso concluye, y el error real del test es α^*_i en el primer caso y α^*_{i+1} en el segundo. Por el contrario, en la última situación -equivalente a la expresada en (8)- el proceso anterior debe continuar repitiéndose, aunque es claro que:

$$\exists s \geq i+1 \mid \alpha^*_s \leq \alpha < \alpha^*_{s+1} \Rightarrow RC(\alpha) = RC_s \quad (10)$$

siendo en ese caso α^*_s el error real del test.

Si lo que se pretende es obtener el P-value de un punto (x_1, x_2) , se tendrá que $P = \alpha^*_r = \alpha^*(RC_r)$ con RC_r la primera RC del anterior proceso que contiene al punto (x_1, x_2) .

Para tests de dos colas, $H_1 \equiv p_1 \neq p_2$, la diferencia estriba en que la condición S obliga a introducir los puntos por parejas: por ejemplo, la primera RC estaría formada por los dos puntos corner $(n_1, 0)$ y $(0, n_2)$.

De un modo general, dado un determinado criterio de ordenación $T(\cdot)$, la versión de test incondicionado a que da lugar será denominada en adelante como método CST (aludiendo a las condiciones o criterios que lo definen).

2.4.- Criterios de ordenación para obtener la región crítica.

2.4.1.- Introducción.

Las condiciones prioritarias C y S no producen un orden total de los puntos de la RC (como se ha visto en 2.3), por lo que Barnard introduce un tercer criterio de ordenación (M) obteniendo de esta forma el método CSM. La complejidad operativa de este método ha dado lugar a varias versiones simplificadoras. Algunas de estas versiones se han basado en ideas o conceptos condicionados, por lo que están claramente emparentadas con parte de las versiones condicionadas definidas en el apartado 2.1.2 del Capítulo I. De todas formas, las diferencias también son claras, pues ahora aparecen varios criterios no sólo a dos colas sino también a una cola, y el hecho de no condicionar en el a_1 observado provoca, entre otras cosas, que los criterios basados en la diferencia de proporciones y en el estadístico chi-cuadrado produzcan RC's diferentes, al contrario de lo que ocurría en el caso condicionado donde daban lugar a la misma ordenación.

En los apartados 2.4.2 y 2.4.3, se definirán los criterios tradicionales más relevantes y uno nuevo basado en el criterio M de Barnard. Puesto que algunos autores se limitan a introducir un criterio $T(.)$, alternativo al M, sin una aceptación expresa de las condiciones C y S, en el apartado 2.4.4 se aclarará que el hecho de considerar estas condiciones como prioritarias no conduce a métodos de ordenación CST distintos a los $T(.)$ propuestos originalmente. Por último, en

el apartado 2.4.5 se estudiará la relación existente entre los P-values de un punto (x_1, x_2) obtenidos a una y dos colas.

2.4.2.- Criterios tradicionales.

A continuación se definen los principales criterios $T(\cdot)$ propuestos en la literatura. Se mantendrá la notación expuesta en el apartado 2.3, y los diferentes criterios se entenderán especificados para la alternativa $H_1 \equiv p_1 > p_2$, pues la condición S permite enunciarlos sólo para tests de una cola sin pérdida de generalidad:

1) Criterio M del mínimo. Método CSM: Barnard (1947) sostiene que, dada una RC_i , la nueva RC_{i+1} a considerar será aquella tal que el tamaño del test α^*_{i+1} que produce, dado por (3), sea mínimo. Así, RC_{i+1} se formará añadiendo a la anterior RC aquel punto (x_1, x_2) de C_i tal que:

$$M \equiv T_1(x_1, x_2) = \alpha^*(RC_i \cup \{(x_1, x_2)\}) \quad (11)$$

sea mínimo. En caso de haber empates, se añadirá a la RC_i el subconjunto de puntos C_{ik} que, habiendo empatado por la expresión (11), su $\alpha^*_{ik} = \alpha^*(RC_i \cup C_{ik})$ sea el mínimo de los posibles α^*_{ij} .

El criterio, denominado criterio M del mínimo, da lugar al método CSM, el cual maximiza el número de puntos de la RC y, consiguientemente, ocasiona una potencia máxima (como se comprobará en el apartado 2.5). La desventaja del método CSM es que el criterio M conlleva calcular la expresión (3), ya de por

sí complicada, en un gran número de ocasiones, y ello lo hace impracticable (con fines rutinarios) aún con un buen ordenador. Este problema se ha venido soslayando definiendo diversos criterios de ordenación $T(\cdot)$ que, con la menor pérdida posible de potencia y la mayor ganancia en tiempo de cómputo, permitan construir la RC sin obtener la expresión (3) aunque, construida aquella, la determinación de α^* exija finalmente tal cálculo, pero ya sólo en una ocasión. Estos criterios, los más importantes, se definirán a continuación en un orden de exposición que, aunque no concuerda con su aparición en la literatura ni con su importancia relativa, busca la mayor claridad posible.

2) Criterio D de la diferencia de proporciones. Método CSD: Ballatori (1982) propone ordenar de mayor a menor diferencia de proporciones:

$$D \equiv T_2(x_1, x_2) = -|\hat{p}_1 - \hat{p}_2|$$

$$\text{con } \hat{p}_i = \frac{x_i}{n_i} \quad (12)$$

3) Criterio H de la Hipergeométrica. Método CSH: Silva (1989) plantea ordenar los puntos de menor a mayor valor de su probabilidad obtenida por la hipergeométrica:

$$H \equiv T_3(x_1, x_2) = \frac{\binom{n_1}{x_1} \binom{n_2}{x_2}}{\binom{n}{a_1}} \quad (13)$$

$$\text{con } a_1 = x_1 + x_2$$

4) Criterio F de Fisher. Método CSF: Boschloo (1970) y McDonald et al (1977) observan que, puesto que el test exacto de Fisher es conservador (ver 2.7 y Cap. IV) y las diagonales secundarias de la Figura 1 ($x_1+x_2=a_1$) constituyen los espacios muestrales para el mismo, lo que debe hacerse es ampliar el error de trabajo (α_w) de dicho test hasta lograr que la RC(α_w) que ocasiona tenga un α^* lo más cercano posible (sin sobrepasarlo) a α . Esto equivale a hacer entrar los puntos en la RC en orden de menor a mayor valor de su P-value obtenido por el test exacto de Fisher a una cola. Luego, de forma análoga a la (5) del Capítulo I:

$$F \equiv T_4(x_1, x_2) = \sum_{i=x_1}^s \frac{\binom{n_1}{i} \binom{n_2}{a_1-i}}{\binom{n}{a_1}} \quad (14)$$

$$a_1 = x_1 + x_2, \quad s = \min(a_1; n_1)$$

5) Criterio F' óptimo de Fisher. Método CSF': Luna y Martín (1987) describen la versión óptima del test de Fisher a dos colas, consistente en construir las RC de Fisher (para cada a_1) en orden de mayor a menor valor de $|\hat{p}_1 - \hat{p}_2|$ y, en caso de empate, en orden de menor a mayor probabilidad obtenida por la hipergeométrica (Método DH de los definidos en la sección 2 del Capítulo I). Esto sugiere ordenar los puntos de menor a mayor valor de su P-value, a dos colas, obtenido por el test óptimo

de Fisher anteriormente descrito y, de forma similar a la (8) del Capítulo I, será:

$$F' \equiv T_5(x_1, x_2) = \sum_{i=x_1}^s \frac{\binom{n_1}{i} \binom{n_2}{a_1-i}}{\binom{n}{a_1}} + \sum_{i=r}^m \frac{\binom{n_1}{i} \binom{n_2}{a_1-i}}{\binom{n}{a_1}} \quad (15)$$

$$a_1 = x_1 + x_2, \quad s = \min(a_1; n_1), \quad r = \max(0; a_1 - n_2)$$

en donde, si $C = (2a_1n_1/n) - x_1$ es entero y $T_3(C, a_1 - C) > T_3(x_1, x_2)$, entonces $m = C - 1$, siendo $m = [C]^+$ en el resto de los casos, con $[C]^+$ el mayor entero inferior a C .

Aquí el criterio F' se enuncia como si fuese a dos colas, pero debe recordarse que en ese caso la condición S es prioritaria.

6) Criterio Z del Test Chi-Cuadrado. Método CSZ : Suissa and Shuster (1985) proponen ordenar de mayor a menor valor del estadístico Z' en grandes muestras:

$$Z' = \frac{|\hat{p}_1 - \hat{p}_2|}{\sqrt{\frac{\hat{p}_1 \hat{q}_1}{n_1} + \frac{\hat{p}_2 \hat{q}_2}{n_2}}} \quad (16)$$

y Garside and Mack (1967) proponen lo mismo con respecto al también clásico estadístico chi-cuadrado:

$$\chi^2 = \frac{(x_1 y_2 - x_2 y_1)^2}{a_1 a_2 n_1 n_2} n \quad (17)$$

Dado que Haber (1987) ha probado con claridad la conveniencia

del segundo con respecto al primero, aquí sólo acogeremos a aquel, pero en el formato $Z=(\chi^2)^{\frac{1}{2}}$:

$$Z \equiv T_6(x_1, x_2) = \frac{-|x_1 y_2 - x_2 y_1|}{\sqrt{\frac{a_1 a_2 n_1 n_2}{n}}} \quad (18)$$

$$a_1 = x_1 + x_2, a_2 = n - a_1, y_1 = n_1 - x_1$$

7) Criterio V de la máxima verosimilitud. Método CSV : Martín y Luna (1989) proponen ordenar de menor a mayor valor de la máxima verosimilitud:

$$V \equiv T_7(x_1, x_2) = \binom{n_1}{x_1} \binom{n_2}{x_2} \hat{p}^{a_1} (1-\hat{p})^{a_2} \quad (19)$$

$$a_1 = x_1 + x_2, \hat{p} = \frac{a_1}{n}$$

8) Criterio I de los Intervalos de Confianza. Método CSI: Aprovechando una idea original de Mitra (1969), que la utiliza en grandes muestras, Martín y Luna (1986) proponen ordenar los puntos de mayor a menor valor de la confianza $(1-\gamma)$ precisa para que se solapen los intervalos de confianza exactos de una cola para p_1 y p_2 . Así, si $\hat{p}_1 > \hat{p}_2$, dichos intervalos serán $(p'_1; 1)$ y $(0; p'_2)$, respectivamente, con p'_i como en Rao (1970):

$$p'_1 = \frac{x_1}{(n_1 - x_1 + 1) F_1 + x_1}, \quad p'_2 = \frac{(x_2 + 1) F_2}{(n_2 - x_2) + (x_2 + 1) F_2} \quad (20)$$

con:

$$F_1 = F_{1-\gamma} [2(n_1 - x_1 + 1); 2x_1]$$

$$F_2 = F_{1-\gamma} [2(x_2 + 1); 2(n_2 - x_2)]$$

aludiendo $F_{1-\gamma}[f_1; f_2]$ al valor de la distribución F de Snedecor

que deja a su derecha un área de γ (el error de cada uno de los intervalos). La decisión por H_1 se tomará cuando sea $p'_1 \geq p'_2$, o equivalentemente, por (20), cuando:

$$\frac{x_1(n_2 - x_2)}{(x_2 + 1)(n_1 - x_1 + 1)} \geq F_1 F_2 \quad (21)$$

de esta forma:

$$I \equiv T_8(x_1, x_2) = \gamma \quad (22)$$

siendo γ el valor que verifica la expresión (21) puesta como igualdad.

Es claro que el número de criterios posibles para ordenar los puntos (x_1, x_2) es prácticamente infinito, pero es preciso poner algún límite razonable. De hecho, Haber (1987) propone, además del Z' ya descartado, otros tres criterios (no contemplados aquí pues él mismo prueba que son claramente inferiores a los F y Z): los basados en las estadísticas de los tests de máxima verosimilitud, de odds-ratio y de minimum discrimination information.

2.4.3.- Nuevo criterio. (Aportación)

Con el fin de disminuir aún más los problemas de cómputo, diversos autores han sugerido estimar la expresión (3), α^* , por el valor $\hat{\alpha}^* = \alpha(\hat{p})$ obtenido de la expresión (2) sustituyendo en ella p por $\hat{p} = a_1/n$ (con a_1 el del último punto que entró en la

RC), lo que da lugar a los procedimientos de tipo asintótico (pues no garantizan que sea $\alpha^* \leq \alpha$) que se estudiarán en 2.7.4 y en el Cap. III (pues aquí se salen de nuestro objetivo). Sin embargo, la idea subyacente puede aprovecharse para construir un método procedente del CSM y que denominaremos Método CSM'. La idea consiste en aceptar el método de ordenación de Barnard pero en base a los valores de $\hat{\alpha}_i^* = \alpha_i(\hat{p})$, en lugar de los α_i^* , aunque el α_i^* final de cada RC_i se obtenga del modo tradicional (por la expresión (3)) para lograr así un método no asintótico. Con ello, dada una RC_i , la nueva RC_{i+1} se forma añadiendo a la anterior RC aquel punto $(x_1, x_2) \in C_i$, con $x_1 + x_2 = a_1$ y $\hat{p} = a_1/n$, tal que:

$$M' \equiv T_g(x_1, x_2) = \hat{\alpha}^*(RC_i \cup \{(x_1, x_2)\}) \quad (23)$$

sea mínimo. Y, en caso de empates, se añadirá a la RC_i el subconjunto de puntos C_{ik} que, habiendo empatado por la expresión (23), su $\hat{\alpha}_{ik}^* = \hat{\alpha}^*(RC_i \cup C_{ik})$ sea el mínimo de los $\hat{\alpha}_{ij}^*$ posibles, siendo cada $\hat{\alpha}_{ij}^*$ el máximo valor obtenido, por la expresión (2), al sustituir p por su valor \hat{p} en cada uno de los puntos de C_{ij} .

Al criterio lo denominaremos criterio M' modificado de Barnard por su similitud con el criterio M. Esta similitud, que también se evidencia en los resultados de la comparación por potencias (apartados 2.5.4 y 2.5.5), permite enunciar una propiedad teórica (Prop.5 del apartado 2.6.2) que elimina en el método CSM gran parte de las evaluaciones de la expresión (3).

2.4.4.- Compatibilidad entre los diferentes criterios de ordenación y las condiciones C y S.

En este apartado se verá que el hecho de introducir las condiciones C y S como prioritarias en todos los métodos de ordenación no crea ningún problema, bien porque en el criterio definido originalmente ya se introdujeron, o bien por ser compatibles con dicho criterio.

Así, en el nuevo método definido aquí, al basarse en el método de Barnard, estas condiciones se consideran (como allí) prioritarias. Silva (1989) comprueba que el criterio V es compatible con la condición S pero no siempre con la condición C, por lo que la ordenación a que da lugar difiere en algunas ocasiones de la obtenida con el método CSV. Sin embargo, esto no conduce a problema alguno, pues Martín y Luna (1989) ya introducen las condiciones C y S como prioritarias al definir el criterio V, coincidiendo de esta forma el método de ordenación que proponen con el CSV utilizado aquí.

La compatibilidad entre el criterio D y las condiciones C y S es clara, pues ambas condiciones se basan precisamente en la diferencia de proporciones.

Los criterios H, F y F' basan su ordenación en la distribución hipergeométrica, cuya compatibilidad con las anteriores condiciones puede verse en Luna (1987) y Silva (1989). El primero de estos autores también demuestra la compatibilidad entre ambas condiciones y los criterios Z e I.

2.4.5.- El P-value a una y dos colas y el caso de los tamaños de muestra iguales. (Aportación)

Sea RC la región crítica para el test de dos colas ($H_1 \equiv p_1 \neq p_2$) y (x_1, x_2) el último punto introducido en ella. Si RC1 es el subconjunto de RC cuyos puntos pertenecen a la misma cola que el (x_1, x_2) , entonces el subconjunto de los puntos de RC que pertenecen a la otra cola (RC2) vendrá dado por la condición S, siendo $RC = RC1 \cup RC2$. Barnard (1947) y Mc Donald et al (1977), observan que si $\alpha_1(p)$ y $\alpha_2(p)$ son los polinomios en p, obtenidos por la (2), en cada cola, se tiene que

$$\alpha_2(p) = \alpha_1(1-p) \quad (24)$$

por lo que será $\alpha_1^* = \alpha_2^*$, con α_i^* el valor de la (3) en cada cola. De otro lado, para el test de dos colas, como $\alpha(p) = \alpha_1(p) + \alpha_2(p)$, se tendrá que

$$\alpha(p) = \alpha_1(p) + \alpha_1(1-p) = \alpha(1-p) \quad (25)$$

siendo

$$\alpha^* = \max_{0 < p < 1} \{ \alpha_1(p) + \alpha_1(1-p) \} \leq 2\alpha_1^* \quad (26)$$

donde α^* es el P-value del punto (x_1, x_2) para el test de dos colas. Ahora bien, en todos los criterios de ordenación anteriormente definidos, salvo M y M', el valor $T(x_1, x_2)$ no varía de una a dos colas, pues depende tan sólo del punto (x_1, x_2) , y no de los puntos que puedan pertenecer a la RC, por lo que el orden de entrada en la RC coincide a una y dos colas, de tal forma que para el test de una cola RC1 coincide con la región crítica asociada al punto (x_1, x_2) y α_1^* , por tanto, con

su P-value. Es por esto que dichos autores, en referencia a estos métodos, concluyen que:

"Para todos los criterios de ordenación (excepto los M y M'), el P-value de un punto (x_1, x_2) para el test de dos colas es menor o igual que el doble de su P-value para el test de una cola".

La excepcionalidad de los métodos M y M' se justifica porque en ellos el valor $T(x_1, x_2)$ varía de una a dos colas, pues no sólo depende del punto (x_1, x_2) sino también del resto de los puntos introducidos en la RC, no teniendo por qué coincidir el orden de entrada a una y dos colas, ni teniendo por qué ser RC1 y α^* la RC y el P-value del punto (x_1, x_2) para el test de una cola. Así por ejemplo, para el método CSM, y en el caso $n_1=8$ y $n_2=6$ (Figura 1), denominemos P1 y P2 a los P-values del punto (1,6) a una y dos colas, respectivamente, y veamos que $P2 > 2P1$: Para el test de una cola ($H_1 \equiv p_1 < p_2$), el (0,6) es el único punto que se introduce en la RC antes que el (1,6), pues

$$T_1(1,6) = \alpha^* (\{(0,6), (1,6)\}) = 0.00055$$

$$T_1(0,5) = \alpha^* (\{(0,6), (0,5)\}) = 0.00072$$

y $T_1(1,6) < T_1(0,5)$. En cambio, para el test de dos colas, antes que el punto (1,6), y su simétrico en la otra cola el (7,0), se introducen en la RC no sólo el punto (0,6), y su simétrico el (8,0), sino también el (0,5), y su simétrico el (8,1), pues ahora

$$T_1(6,1) = \alpha^* (\{(0,6), (1,6)\} \cup \{(8,0), (7,0)\}) = 0.00110$$

$$T_1(5,0) = \alpha^* (\{(0,6), (0,5)\} \cup \{(8,0), (8,1)\}) = 0.00085$$

y $T_1(1,6) > T_1(0,5)$. Así, la RC asociada al punto (1,6) será

$RC = \{(0,6), (0,5), (1,6)\} \cup \{(8,0), (8,1), (7,0)\} = RC1 \cup RC2$, y lo que realmente indica (26) es que $P2 = \alpha^*(RC) = 0.00183 < 2\alpha^*(RC1) = 0.00212$. Pero para el test de una cola la RC asociada a dicho punto no es RC1 sino $\{(0,6), (1,6)\}$, siendo $P1 = 0.00055$ y, por tanto, $P2 > 2P1$.

En la situación especial en que $n_1 = n_2$, y para todos los criterios de ordenación, se cumple que

$$(x_1, x_2) \in RC1 \Rightarrow (x_2, x_1) \in RC2 \Rightarrow (y_2, y_1) \in RC1 \quad (27)$$

debiéndose la primera implicación a que al ser $n_1 = n_2$ se trata simplemente de una reordenación de las muestras, y la segunda al criterio S de simetría. Así, podemos entender que (y_2, y_1) es, respecto de (x_1, x_2) , su simétrico de igual cola, y puesto que ambos puntos se introducirán al mismo tiempo en la RC, esto dará lugar a que

$$\alpha_1(p) = \sum_{RC1} \binom{n_1}{y_2} \binom{n_1}{y_1} (1-p)^{a_2} p^{a_1} = \alpha_1(1-p) \quad (28)$$

luego, por la (24), será $\alpha_1(p) = \alpha_2(p)$ y, para el test de dos colas, se tendrá que

$$\alpha(p) = 2\alpha_1(p) \quad (29)$$

por lo que la (26) quedará así:

$$\alpha^* = \max_{0 < p < 1} \{2\alpha_1(p)\} = 2\alpha_1^* \quad (30)$$

pudiendo afirmarse ahora que:

"Si $n_1 = n_2$, el P-value de un punto (x_1, x_2) para el test de dos colas es igual a dos veces su P-value para el test de una cola".

A continuación se comprobará que esta última afirmación sí es extensible a los criterios M y M' , pues aunque $T(x_1, x_2)$, dado por α^* y $\hat{\alpha}^*$, sigue variando de una a dos colas, al igual que ocurría en el caso general ($n_1 \neq n_2$), ahora su valor a dos colas es el doble que a una cola, por lo que el orden de entrada en la RC no varía. La comprobación se hará por inducción. Si denominamos RC_i a las sucesivas RC para el test de dos colas ($H_1 \equiv p_1 \neq p_2$), y $RC1_i$ a los subconjuntos de cada una de ellas que contienen a los puntos con $\hat{p}_1 > \hat{p}_2$, se trata de comprobar que las $RC1_i$ coinciden con las sucesivas RC para el test de una cola ($H_1 \equiv p_1 > p_2$). En el primer paso está claro, pues $RC1_1 = \{(n_1, 0)\}$ que coincide con la RC de una cola. Supongamos que también es cierto en el paso i , y veamos que también se cumple en el paso $i+1$. Si (x_1, x_2) , con $\hat{p}_1 > \hat{p}_2$, es uno de los puntos candidatos a introducirse en la siguiente RC, es claro que

$$RC_{i+1} = RC_i \cup \{(x_1, x_2), (y_2, y_1), (y_1, y_2), (x_2, x_1)\}$$

$$RC1_{i+1} = RC1_i \cup \{(x_1, x_2), (y_2, y_1)\}$$

serán sus RC's, a dos colas y una cola respectivamente, para el paso $i+1$, pues, por la (27), de introducir dicho punto en la RC también habrá que introducir su simétrico de igual cola, y los simétricos de ambos si el test es a dos colas. De la misma forma, cualquier otro punto (x_1', x_2') candidato a introducirse en la siguiente RC, distinto de (x_1, x_2) e (y_2, y_1) y con $\hat{p}_1 > \hat{p}_2$, dará lugar a sendas RC's alternativas que notaremos por

$$RC_{ij} = RC_i \cup \{(x_1', x_2'), (y_2', y_1'), (y_1', y_2'), (x_2', x_1')\}$$

$$RC1_{ij} = RC1_i \cup \{(x_1', x_2'), (y_2', y_1')\}$$

Se trata de comprobar que si $RC_{i+1} = RC_{i1}$, entonces $RC1_{i+1}$ coincide

con la siguiente RC para el test de una cola. Ahora bien, si $RC_{i+1}=RC_{i1}$, entonces $\forall j \neq 1$ será

$$\begin{aligned} \text{Para } M: \alpha^*_{i1} &< \alpha^*_{ij} \\ \text{y Para } M': \hat{\alpha}_{i1} &< \hat{\alpha}_{ij} \end{aligned} \quad (31)$$

y puesto que $\alpha_{ij}=2\alpha_{1ij}$ ($\forall j$), se tendrá que

$$\begin{aligned} \text{Para } M: \alpha^*_{1i1} &< \alpha^*_{1ij} \\ \text{y Para } M': \hat{\alpha}_{1i1} &< \hat{\alpha}_{1ij} \end{aligned} \quad (32)$$

por lo que $RC_{1i1}=RC_{1i+1}$ será la siguiente RC para el test de una cola, y el orden de entrada en la RC coincidirá a una y a dos colas como se quería demostrar.

Por último, puesto que para el test de dos colas la función $\alpha(p)$ es simétrica en $p=0.5$, expresión (25), las evaluaciones de α^* basta realizarlas en $(0,0.5]$ (Schawe, 1977), y la (3), en estos casos, se reduce a:

$$\alpha^* = \max_{0 < p \leq 0.5} \alpha(p) \quad (33)$$

Para el test de una cola con $n_1=n_2$, la anterior expresión también podrá utilizarse al evaluar α^* pues, por la (28), $\alpha_1(p)$ también es simétrica respecto de $p=0.5$. De esta forma, en ambas situaciones (y para todos los métodos de ordenación) se reducirá a la mitad el tiempo de cómputo (apartado 2.6.2).

2.5.- Selección del criterio óptimo.

2.5.1.- Los procedimientos clásicos y sus restricciones.

Hasta la fecha, los diversos autores se han limitado a proponer diferentes versiones no asintóticas del método incondicionado, pero la comparación de unas con otras es prácticamente inexistente.

Cuando la variable base es continua, la comparación de varias versiones de tests, al objeto de seleccionar la óptima, se efectúa comparando la potencia de los mismos (a igualdad de error α). Cuando la variable base es discreta (como sucede aquí con las variables binomiales subyacentes x_i) surge la dificultad de que el error objetivo α casi nunca es alcanzado, y así las comparaciones de potencia pierden parte de su sentido por estar basadas en tests de tamaños distintos y porque las RC's que proporcionan las diferentes versiones no siempre están incluidas unas en otras (Upton, 1982). Con todo, la ausencia de una alternativa razonable hace inexcusable usar tal procedimiento. A estos efectos, y bajo el principio incondicionado, la potencia para la alternativa $(p_1; p_2)$ viene dada por:

$$\begin{aligned}\theta(p_1, p_2, \alpha) &= \theta(p_1, p_2, \alpha | n_1, n_2) \\ &= \sum_{RC(\alpha)} \binom{n_1}{x_1} \binom{n_2}{x_2} p_1^{x_1} (1-p_1)^{y_1} p_2^{x_2} (1-p_2)^{y_2}\end{aligned}\tag{34}$$

con $RC(\alpha)$ la región crítica obtenida, a un error objetivo α , mediante la versión de test CST_i estudiada. Pero esto implica dos restricciones. En primer lugar uno debe limitarse a algunos

valores dados de α ($\alpha=5\%$, por ejemplo). En segundo lugar, una tabla de potencias con dos entradas (p_1 y p_2) se vuelve confusa -pues ningún método es uniformemente mejor que otro- lo que obliga a efectuar algunas simplificaciones. Así, Haber (1987) adopta como criterio de comparación el valor de:

$$\Theta(\Delta) = \underset{p_1}{\text{Min}} \{ \Theta(p_1, p_2, \alpha) \mid |p_1 - p_2| = \Delta \} \quad (35)$$

o mínima potencia alcanzada en Δ (que es una buena medida de la lejanía de H_0), lo que le lleva a concluir que los métodos CSF y CSZ son los más potentes (en el sentido descrito arriba) de entre los 6 métodos que compara (CSF, CSZ, CSZ', y los tres citados al final del apartado 2.4.2). Sus conclusiones están limitadas por el hecho de haberlas obtenido sólo para tests de dos colas, para un error α del 5%, y sólo para algunas versiones de tests. Además, las mismas varían con Δ (que es desconocido) y se obtienen para un único valor de p_1 (el que hace mínima la potencia), despreciando a todos los demás.

En otro contexto, Eberhardt and Fligner (1977) adopta como criterio de comparación el área del espacio paramétrico - rectángulo $(0;1) \times (0;1)$ - en que un método es más potente que otro.

2.5.2.- Resolución de la segunda restricción: Potencia a largo plazo. (Aportación)

En nuestra opinión, al no existir un método que sea uniformemente más potente que otro, la comparación de ellos en

base a la potencia alcanzada en diversas parejas de valores $(p_1; p_2)$ es defectuosa. Si el método A es más potente que el B en un pequeño subconjunto E del espacio paramétrico, y menos potente en el resto, de ahí no se infiere que A sea peor que B, pues todo depende de cómo de probable sea el subconjunto E frente al resto. Si las comparaciones de potencia desean llevarse a cabo, debe asignarse una distribución "a priori" a los parámetros p_i que permita evaluar la potencia global de cada método en todo el espacio paramétrico. Con tal fin, asumamos que a largo plazo (en todas las ocasiones que, en el futuro, un investigador pueda enfrentarse a un problema como este), los parámetros p_i siguen la distribución uniforme. Alternativa, y equivalentemente, aceptemos que, puesto que las p_i son desconocidas, cualquier valor de ellas es igualmente posible (lo que, como se ve de momento, es asumido también implícitamente por el resto de los autores), lo que nos lleva de nuevo a la distribución uniforme que, además de ser una elección natural, es un caso particular de la distribución beta (la distribución conjugada natural para el parámetro de la distribución binomial). Para tests de dos colas, esto ocasiona que, por la expresión (34), la potencia a largo plazo de un test sea:

$$\begin{aligned}
 \Theta(\alpha | n_1, n_2) &= \int_0^1 \int_0^1 \Theta(p_1, p_2, \alpha | n_1, n_2) dp_1 dp_2 \\
 &= \sum_{RC(\alpha)} \binom{n_1}{x_1} \binom{n_2}{x_2} \int_0^1 p_1^{x_1} (1-p_1)^{n_1-x_1} dp_1 \int_0^1 p_2^{x_2} (1-p_2)^{n_2-x_2} dp_2 \\
 &= \sum_{RC(\alpha)} \binom{n_1}{x_1} \binom{n_2}{x_2} \frac{x_1! (n_1-x_1)!}{(n_1+1)!} \frac{x_2! (n_2-x_2)!}{(n_2+1)!} = \sum_{RC(\alpha)} \frac{1}{(n_1+1)(n_2+1)}
 \end{aligned} \tag{36}$$

con lo cual:

$$\Theta(\alpha) = \Theta(\alpha | n_1, n_2) = \frac{\text{nº de puntos de la RC}(\alpha)}{\text{nº de puntos del espacio muestral}} \quad (37)$$

y así, dados n_1 y n_2 , una medida de la bondad de un método incondicionado la da el número de puntos de que consta su RC (criterio utilizado, en parte, por Upton (1982) y tan sólo en base a su fuerza intuitiva (sin demostración), y dado explícitamente por Luna y Martín (1987)).

Obsérvese que, en esencia, los dos procedimientos de comparación de potencias referidos al final del apartado anterior hacen esto mismo, pero sin ponderar cada punto por la potencia alcanzada en él. Así, el criterio de Eberhardt implica asumir que cada punto del espacio paramétrico es igualmente probable, dándole a cada uno un peso de 1 ó de 0 según que en él sea $\Theta_A(p_1, p_2)$ mayor o menor (respectivamente) que $\Theta_B(p_1, p_2)$. El método actual le asigna a cada punto el peso que tiene: $\Theta(p_1, p_2)$. Algo similar ocurre con el criterio de Haber. Para él el espacio paramétrico es el conjunto de todas las parejas de diagonales (pues plantea un test de dos colas) de valor Δ - todas igual de probables-, y a cada una le asigna un peso igual a la mínima potencia alcanzada en ella, lo que constituye también una pérdida innecesaria de información. Se ve pues que el criterio de Haber es el adecuado para planificar fórmulas de tamaños de muestra o para evaluar las posibilidades de obtener significación con una tabla experimental dada (pudiendo así afirmar: "la potencia como mínimo será de..."), pero no para

comparar globalmente dos métodos. Con todo, más adelante se verá que sus resultados son compatibles con los aquí obtenidos.

Para tests de una cola, la demostración es algo más larga y complicada. Si la alternativa es $H_1 \equiv p_1 > p_2$, entonces la integral doble indicada en la expresión (36) debe restringirse a la región del espacio paramétrico en que es $p_1 > p_2$ ($0 \leq p_1 \leq 1$, $0 \leq p_2 < p_1$), y la densidad de la distribución uniforme en ella es 2, para que así:

$$\int_0^{p_1} \int_0^{p_1} 2 dp_2 dp_1 = 2 \int_0^1 p_1 dp_1 = 2 \left[\frac{p_1^2}{2} \right]_0^1 = 1 \quad (38)$$

Con ello, haciendo $q_i = 1 - p_i$, y por la (34):

$$\begin{aligned} \Theta(\alpha) &= \Theta(\alpha | n_1, n_2) = \int_0^{p_1} \int_0^{p_1} \Theta(p_1, p_2, \alpha | n_1, n_2) 2 dp_1 dp_2 \\ &= 2 \sum_{RC(\alpha)} \binom{n_1}{x_1} \binom{n_2}{x_2} \int_0^1 p_1^{x_1} q_1^{y_1} \left(\int_0^{p_1} p_2^{x_2} q_2^{y_2} dp_2 \right) dp_1 \\ &= \frac{2}{(n_2+1)} \sum_{RC(\alpha)} \binom{n_1}{x_1} \int_0^1 p_1^{x_1} q_1^{y_1} \left(\int_0^{p_1} \frac{\Gamma(n_2+2)}{\Gamma(x_2+1)\Gamma(y_2+1)} p_2^{x_2} q_2^{y_2} dp_2 \right) dp_1 \end{aligned} \quad (39)$$

La última integral, entre paréntesis, se corresponde con la función beta incompleta $1 - \beta(x_2; n_2+1, p_1)$ (Feller, 1980; pg.182) y, al ser ésta la probabilidad de obtener al menos (x_2+1) éxitos en una binomial B de parámetros (n_2+1) y p_1 , dicha integral será igual a:

$$\begin{aligned} 1 - \beta(x_2; n_2+1, p_1) &= P(B(n_2+1; p_1) \geq x_2+1) \\ &= \sum_{s=x_2+1}^{n_2+1} \binom{n_2+1}{s} p_1^s q_1^{n_2+1-s} \end{aligned} \quad (40)$$

y sustituyendo en (39), se obtiene:

$$\begin{aligned}\Theta(\alpha) &= \frac{2}{(n_2+1)} \sum_{RC(\alpha)} \sum_{s=x_2+1}^{n_2+1} \binom{n_1}{x_1} \binom{n_2+1}{s} \int_0^1 p_1^{x_1+s} q_1^{n-x_1-s+1} dp_1 \\ &= \frac{2}{(n_1+1)(n_2+1)} \sum_{RC(\alpha)} U(x_1, x_2)\end{aligned}\quad (41)$$

con

$$U(x_1, x_2) = \sum_{s=x_2+1}^{n_2+1} \binom{n_2+1}{s} \frac{\Gamma(n_1+2)}{\Gamma(x_1+1)\Gamma(y_1+1)} \int_0^1 p_1^{x_1+s} q_1^{n-x_1-s+1} dp_1 \quad (42)$$

y esta última integral también está relacionada con una beta incompleta, pues

$$\begin{aligned}\frac{\Gamma(n+3)}{\Gamma(x_1+s+1)\Gamma(n-x_1-s+2)} \int_0^1 p_1^{x_1+s} q_1^{n-x_1-s+1} dp_1 &= \\ &= 1 - \beta(x_1+s; n+2, 1) = 1\end{aligned}\quad (43)$$

por tanto

$$U(x_1, x_2) = \sum_{s=x_2+1}^{n_2+1} \binom{n_2+1}{s} \frac{\Gamma(n_1+2)}{\Gamma(x_1+1)\Gamma(y_1+1)} \frac{\Gamma(x_1+s+1)\Gamma(n-x_1-s+2)}{\Gamma(n+3)} \quad (44)$$

que es la cola superior de la distribución beta-binomial, y su relación con la cola de la distribución hipergeométrica (Raiffa and Schlaifer, 1961; Section 7.11) permite reescribirla en términos de ella:

$$\begin{aligned}U(x_1, x_2) &= \sum_{u=u_0}^{x_1} \frac{\binom{a_1+1}{u} \binom{a_2+1}{n_1+1-u}}{\binom{n+2}{n_1+1}} = \sum_{u=u_0}^{x_1} \frac{\binom{n_1+1}{u} \binom{n_2+1}{a_1+1-u}}{\binom{n+2}{a_1+1}} = P_{\bar{F}}(x_1, x_2) \\ u_0 &= \max\{0; x_1 - y_2\}\end{aligned}\quad (45)$$

debiéndose la penúltima igualdad a que se han intercambiado

filas por columnas, y siendo el último sumatorio, que a partir de aquí notaremos por $P_F(x_1, x_2)$, el P-value del test exacto de Fisher para la alternativa $H_1 \equiv p_1 < p_2$, en base a los datos de la Tabla 3.

Tabla 3

**Tabla base para determinar la potencia $\Theta(\alpha)$
en el test de una cola ($H_1 \equiv p_1 > p_2$).**

x_1	y_1+1	n_1+1
x_2+1	y_2	n_2+1
a_1+1	a_2+1	$n+2$

Finalmente, por la (41) y (45), la potencia a largo plazo para el test de una cola a la derecha ($H_1 \equiv p_1 > p_2$) será:

$$\Theta(\alpha) = \frac{2}{(n_1+1)(n_2+1)} \sum_{RC(\alpha)} P_F(x_1, x_2) \quad (46)$$

es decir, un promedio de P-values del test exacto de Fisher. El signo - sobre la letra F nos recuerda que el P-value de Fisher debe obtenerse en sentido contrario ($H_1 \equiv p_1 < p_2$) al deseado por el test incondicionado ($H_1 \equiv p_1 > p_2$).

2.5.3.- Resolución de la primera restricción: Potencia Media. (Aportación)

El criterio anterior aún retiene la desventaja de que las conclusiones que se obtengan con él dependen del error α utilizado, y los valores posibles de α son numerosos. Una solución sería obtener las conclusiones para los errores α

tradicionales (1%, 1%, 5% y 10% por ejemplo) -y sobre ello se hablará más adelante-, pero esto tiene algún inconveniente. Un test puede ser el óptimo para el error $\alpha=5\%$ y no serlo para los errores $\alpha=2, 3$ ó 4% , errores que pueden ser tan asumibles como el primero. Por otro lado, el investigador lo que desea es el test óptimo para la tabla experimentalmente obtenida, y la primera significación de ella se alcanza en un error α (su P-value) que no será uno de los tradicionales. Todo ello aconseja establecer las conclusiones en base a intervalos razonables de α (sobre los que también se habla más adelante). Sea pues $\alpha_1 \leq \alpha \leq \alpha_2$ el intervalo de valores de α que son de interés. Dentro de él, cualquier valor de α parece igualmente razonable, siendo la densidad de α en tal intervalo $(\alpha_2 - \alpha_1)^{-1}$ (de nuevo la uniforme), y así la potencia media de un test en dicho intervalo será:

$$\bar{\Theta}(\alpha_1, \alpha_2) = \frac{1}{\alpha_2 - \alpha_1} \int_{\alpha_1}^{\alpha_2} \Theta(t) dt \quad (47)$$

y si notamos

$$A(\alpha) = \frac{1}{\alpha} \int_0^{\alpha} \Theta(t) dt = \bar{\Theta}(0, \alpha) \quad (48)$$

la potencia media en el intervalo (α_1, α_2) de interés será, en base a la (47):

$$\bar{\Theta}(\alpha_1, \alpha_2) = \frac{\alpha_2 A(\alpha_2) - \alpha_1 A(\alpha_1)}{\alpha_2 - \alpha_1} \quad (49)$$

Sea N el número total de puntos de la $RC(\alpha)$ para el método CST_i empleado. El método habrá ido introduciendo dichos puntos en la

RC de un determinado modo, dando RC's sucesivas de $RC_0 = \phi$, $RC_1, RC_2, \dots, RC_r = RC(\alpha)$ que, constando de N_i puntos cada una, se diferencian de la anterior en Δ_i puntos (los del conjunto que denominaremos D_i); con ello:

$$\forall i \geq 1: N_i - N_{i-1} = \Delta_i ; RC_i - RC_{i-1} = D_i$$

Cada RC_i da lugar a un tamaño α_i^* , obtenido por la (3), con $\alpha_0^* = 0 < \alpha_1^* < \alpha_2^* < \dots < \alpha_r^* \leq \alpha$, y así $\Theta(\alpha)$ es una función en escalera con saltos en los valores α_i^* (ver Figura 2).

El área bajo tal poligonal, que es la integral de la expresión (48), es igual a $\alpha \cdot \Theta(\alpha)$ (el área total del rectángulo) menos el área a su izquierda, con lo cual $A(\alpha)$ será:

$$\begin{aligned} A(\alpha) &= \Theta(\alpha) - \frac{1}{\alpha} \sum_{i=1}^r \{ \Theta(\alpha_i^*) - \Theta(\alpha_{i-1}^*) \} \alpha_i^* = \\ &= \frac{1}{\alpha} \{ \Theta(\alpha_r^*) (\alpha - \alpha_r^*) + \sum_{i=1}^r \Theta(\alpha_{i-1}^*) (\alpha_i^* - \alpha_{i-1}^*) \} \end{aligned} \quad (50)$$

Y sólo faltará determinar los valores de $A(\alpha)$ en los tests de una y dos colas, lo que requiere obtener los valores específicos de $\Theta(\alpha_i^*)$. Para el **test de dos colas**, la expresión (37) en el formato actual es:

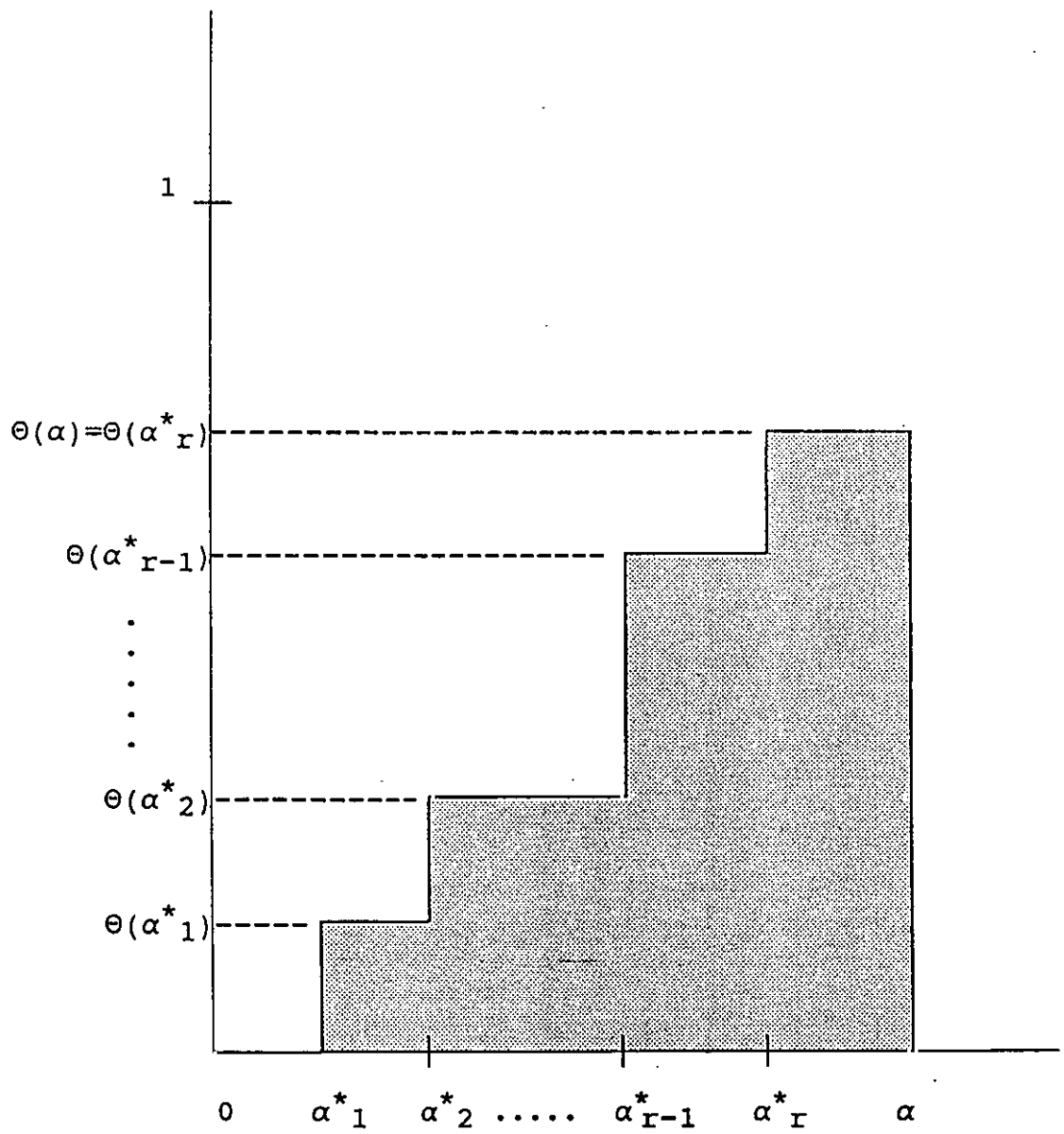
$$\begin{aligned} \Theta(\alpha_i^*) &= \frac{N_i}{(n_1 + 1)(n_2 + 1)} \quad (\forall i \geq 1) \\ \Theta(\alpha_0^*) &= 0 \end{aligned} \quad (51)$$

lo cual, sustituido en la (50), da:

$$A(\alpha) = \frac{N\alpha - \sum_{i=1}^r \Delta_i \alpha_i^*}{\alpha (n_1 + 1)(n_2 + 1)} \quad (52)$$

Figura 2

Representación gráfica de la potencia $\Theta(\alpha)$ de un método incondicionado para todos los errores de Tipo I menores o iguales que α (error objetivo). Los valores α^*_i de son los tamaños que alcanza el test cada vez que en la RC se incluye algún/os punto/s nuevo/s. El área sombreada es α veces la potencia media entre 0 y α .



Para el **test de una cola a la derecha**, la expresión (46) en el formato actual es:

$$\begin{aligned}\Theta(\alpha_i^*) &= \frac{2}{(n_1+1)(n_2+1)} \sum_{j=1}^i P_{\bar{F}}(D_j) \quad (\forall i \geq 1) \\ \Theta(\alpha_0^*) &= 0\end{aligned}\tag{53}$$

donde:

$$P_{\bar{F}}(D_j) = \sum_{(x_1, x_2) \in D_j} P_{\bar{F}}(x_1, x_2)\tag{54}$$

y $P_{\bar{F}}(x_1, x_2)$ dado por la (45). Con ello:

$$\Theta(\alpha_i^*) - \Theta(\alpha_{i-1}^*) = \frac{2}{(n_1+1)(n_2+1)} P_{\bar{F}}(D_i)\tag{55}$$

y así, sustituyendo en la (50):

$$A(\alpha) = \frac{2}{\alpha(n_1+1)(n_2+1)} \sum_{i=1}^r (\alpha - \alpha_i^*) P_{\bar{F}}(D_i)\tag{56}$$

Por consiguiente, la potencia media se determina en ambos casos a través de la (49), pero determinando el valor de $A(\alpha)$ a través de la (52) en los tests de dos colas, o a través de la (56) en los de una cola a la derecha. Los resultados para el **test de una cola a la izquierda** serían los mismos, pues $H_1 \equiv p_1 < p_2$ es equivalente a $H_1 \equiv q_1 > q_2$, y basta con cambiar de suceso: de la sí verificación del carácter a la no verificación del mismo (permutando las dos primeras columnas de datos de la Tabla 1).

2.5.4.- Criterio óptimo.(Aportación)

En lo que sigue se va a realizar la comparación de las 8 versiones de tests CST_i ($T_i \neq T_i \equiv M$) descritas en 2.4 (métodos CSD, CSH, CSF, CSF', CSZ, CSV, CSI y CSM') y su evaluación respecto del método CSM (que, por definición, se supone que es el más potente). Las comparaciones se efectuarán en base al procedimiento de la potencia media $\bar{\Theta}(\alpha_1, \alpha_2)$, pues es el que resuelve las dos restricciones reseñadas en 2.5.1. y, como consecuencia de esto mismo, es el que mejor resalta las diferencias entre los distintos métodos (los resultados relativos a la potencia a largo plazo $\Theta(\alpha)$ se recogen en el Apéndice I). Las comparaciones de potencia media se han efectuado:

- a) Para tests de una y dos colas.
- b) Para las gamas de valores de α de:

(0%; 1%), (1%; 5%) y (5%; 10%)

pues un método puede ser el mejor para significaciones altas (útiles para aquellos investigadores que van a aplicar el método de Bonferroni, por ejemplo), pero no para las moderadas o leves.

- c) Para una gama razonablemente amplia de valores de $n=n_1+n_2$, los cuales se han agrupado, sin pérdida de generalidad, en los intervalos:

6-14; 16-24; 27-33; 37-43; 48-52

es decir, en los entornos de 10, 20, 30, 40 y 50.

d) Para una gama razonablemente amplia de valores de $K=n_2/n_1$, con $2 \leq n_1 \leq n_2$, los cuales se han agrupado, sin pérdida de generalidad, en los intervalos:

$K=1.00$; $1.00 < K \leq 1.25$; $1.25 < K \leq 1.50$; $1.50 < K \leq 1.75$;

$1.75 < K \leq 2.25$; $2.25 < K \leq 3.00$; $3.00 < K \leq 4.25$; $4.25 < K \leq 6.00$

Se ha optado por individualizar resultados en base al valor de K pues nuestros primeros resultados (ver Apéndice I) ya indicaban que la actuación relativa de cada test no depende de que los n_i sean primos o no, o de que sean múltiplos o no, sino sólo de la magnitud relativa (K) de uno frente a otro, lo cual es concordante con lo que se conoce para los tests chi-cuadrado (Schouten et al 1980).

Con ello, para cada método, número de colas del test, e intervalo de valores de α , se ha determinado la potencia media $\bar{\Theta}(\alpha_1, \alpha_2 | n_1, n_2)$ para cada tabla (pareja n_1, n_2) con valores de n_i compatibles con los valores de n y de K citados anteriormente. Asimismo, con el fin de no limitarnos a muy pocas tablas ni, por dar demasiadas, oscurecer los resultados, las tablas se han agrupado en los intervalos de n y K citados anteriormente, procediéndose a calcular (para cada agrupamiento) la media de las $\bar{\Theta}$ alcanzadas en cada una de las tablas agrupadas. La globalización no es peligrosa pues previamente se comprobó, de nuevo en base a los datos del Apéndice II, que pequeñas variaciones en n y K no hacen variar la posición relativa de los métodos. Para obtener dichos resultados, que se recogen en

las Tablas 4-8, ha sido preciso estudiar un total de 371 tablas (parejas de n_1 y n_2), con un total de 333.252 puntos (x_1, x_2) a una cola y 295.475 a dos colas; por ejemplo, en la Tabla 5, para $n=16-24$, el total de tablas estudiadas fue 67, estudiándose en $K=1$ las siguientes 5 tablas: $n_1=n_2= 8 \ (1) \ 12$.

Los datos de las Tablas 4-8 se analizan mejor si se les presenta en forma de gráfica. Esto es lo que se hace en la Figura 3, para un caso bastante representativo de lo que sucede en el resto (las figuras para los restantes casos se presentan en el Apéndice I), y que nos servirá de apoyo en una primera selección de los métodos más competitivos. En dicha figura no se representan algunos métodos a partir de ciertos valores de K pues, teniendo una potencia extremadamente baja en ese tramo, su inclusión sólo serviría para oscurecer la actuación relativa de los restantes métodos.

Para una cola, la gráfica situada en la zona superior de la Figura 3, y la parte izquierda de las Tablas 4-8, muestran que los métodos **D**, **V**, **H** y **F'** (en ese orden) son los peores, por lo que en adelante los excluirémos de nuestras comparaciones (aquí, como en adelante, se omite también el prefijo CS común a todos los métodos). Por otro lado, los métodos **I** y **F** son prácticamente iguales (con ligerísima ventaja para el **I**); dado que ambos son inferiores al **M'**, y que el tiempo de cómputo del **I** es apreciablemente mayor que el del método **F** (tan sólo es inferior al de **M**), en adelante se omite también el método **I** de

las comparaciones, pues las conclusiones que se obtengan para el método **F** le son prácticamente válidas.

Para dos colas, la gráfica de la zona inferior de la Figura 3, y la parte de la derecha de las Tablas 4-8, muestran que los métodos **D**, **V**, y **H** son los peores (en ese orden) y por ello son excluidos en lo que sigue. A continuación viene el bloque de los métodos **I**, **F** y **F'**, siendo excluido el **I** por ser el peor de los tres y por las mismas razones que en una cola. De entre los métodos **F** y **F'**, el segundo actúa algo mejor que el primero, pero siendo éste más habitual en la literatura y siendo ambos claramente inferiores al método **M'** y, en una amplia gama de valores de K , inferiores incluso al **Z**, en lo que sigue se omite el método **F'** de la presentación de resultados.

En consecuencia, tanto para tests de una como de dos colas, nuestro interés principal se centra en los métodos **M**, **M'**, **Z** y **F**, dándose sus gráficas de potencia en la Figura 4. En base a estas gráficas, y para tests de una cola, puede concluirse lo siguiente:

- 1º) El método más potente es sin duda el **M**.
- 2º) El método **M'** es prácticamente igual de potente que el método **M**, manifestándose alguna ligera discrepancia conforme n , α y K aumentan.
- 3º) El método **Z** sólo es competitivo para valores muy bajos de K (muestras muy equilibradas), actuando bastante mal en el resto de los casos. De cualquier forma, **Z** nunca es mejor que

M' , pero sí suele ser mejor que F para valores muy bajos de K .
4º) El método F es bastante competitivo siempre (aunque es algo peor que los M y M'), y converge al M' para valores altos de K .

Para tests de dos colas las conclusiones son:

- a) El método más potente es sin duda el M , pero el M' es prácticamente igual que aquel.
- b) El método Z sigue siendo errático, pero menos que a una cola, actuando competitivamente en los valores bajos de K y en los moderados o altos de α . De cualquier modo Z nunca es mejor que M' , pero sí es peor que F para valores de K mayores que 3 ó 4.
- c) Aunque el método F' no se halla incluido en las gráficas comentadas, es el mejor, después de los métodos M y M' , para valores grandes de K (ver Tablas 4-8).

Otros aspectos a reseñar son los siguientes:

- i) Las posiciones relativas de los métodos no dependen del tamaño total de muestra, pero sí (ligeramente) del valor de α y, sobre todo, del valor de K . Un caso algo atípico es el de la gama más baja de valores de $n(6-14)$; la variabilidad que se observa en sus gráficas se debe a que el valor de $\bar{\theta}$, en este caso (en el intervalo de n considerado), sí varía apreciablemente con n , pero, con todo, las conclusiones de este apartado siguen siendo válidas.
- ii) En los tests de una cola, con el aumento de K los métodos M y M' tienden a separarse, y los M' y F tienden a igualarse,

en tanto que en los de dos colas el comportamiento de M y M' es similar, y sus diferencias con F se mantienen constantes con el aumento de K .

iii) Curiosamente, y contrariamente a lo que es habitual en Estadística, la potencia máxima no se alcanza cuando los tamaños muestrales n_1 son iguales, sino cuando son ligeramente discrepantes. Con todo, la potencia de todos los métodos disminuye drásticamente conforme K aumenta. La reducción de potencia cuando es $n_1=n_2$ (en $K=1$) se debe a que, en este caso, las reglas de ordenación que definen cada método ocasionan con frecuencia empates en el orden de entrada de los puntos, lo que obliga a introducirlos en la $RC(\alpha)$ en grupos de 2 ó mas puntos en lugar de individualmente (y esto sin contar con la condición de simetría, que provoca que el problema se agudice para los tests de dos colas). Ello ocasiona que el error objetivo α se desborde con más frecuencia, por lo que la $RC(\alpha)$ constará de menos puntos y el test será menos potente. Basta con que n_1 sea ligeramente distinto de n_2 para que la situación de abundantes empates deje de producirse, y de ahí el incremento de potencia.

Por último, reseñar que todos los métodos alternativos al M (salvo el I y el M') tienen tiempos de cómputo similares y del orden de 10 veces inferior al del método M' , el cual tiene un tiempo de cómputo 8 ó 9 veces inferior al del método M . El tiempo de cómputo del método I es 2 veces superior al del método M' .

Tabla 4

Para cada número de colas (una cola columna izquierda y dos colas columna derecha), cada intervalo de valores de α (cabecera de cada subtabla), cada método (primera columna) y cada intervalo de valores de $K=n_2/n_1 \geq 1$ (primera fila), en el interior de la tabla se da el promedio de la potencia media alcanzada en todas las tablas que verifican las condiciones impuestas y con un n de $6 \leq n \leq 14$.

$\bar{\theta}(0\%:1\%)$										$\bar{\theta}(0\%:1\%)$									
Met\K	=1.00	1.25	1.50	1.75	2.25	3.00	4.25	6.00		Met\K	=1.00	1.25	1.50	1.75	2.25	3.00	4.25	6.00	
CSM	6.67	9.13	8.20	7.87	7.23	4.74	4.45	3.32		CSM	4.64	6.70	6.08	5.63	6.42	4.46	4.40	3.33	
CSM'	6.67	9.13	8.20	7.87	7.23	4.74	4.45	3.32		CSM'	4.64	6.70	6.08	5.63	6.42	4.46	4.40	3.33	
CSZ	6.67	9.13	8.20	7.87	7.20	4.74	4.31	3.32		CSZ	4.64	6.36	5.90	5.46	6.42	4.46	4.31	3.33	
CSF	6.67	9.13	8.20	7.87	7.23	4.74	4.45	3.32		CSF	4.64	6.36	5.90	5.46	6.32	4.46	4.40	3.33	
CSF'	6.67	8.40	7.69	7.87	7.23	4.74	4.45	3.32		CSF'	4.64	5.51	6.02	5.46	6.32	4.46	4.40	3.33	
CSI	6.67	9.13	8.20	7.87	7.23	4.74	4.45	3.32		CSI	4.64	6.36	5.90	5.46	6.32	4.46	4.40	3.33	
CSH	6.67	9.13	8.20	7.87	7.23	4.74	4.45	3.32		CSH	4.64	6.36	5.90	5.46	6.32	4.46	4.40	3.33	
CSV	6.67	9.13	8.11	7.87	7.23	4.74	4.45	3.32		CSV	4.64	6.36	5.67	5.46	6.32	4.46	4.40	3.33	
CSD	6.30	8.81	8.11	7.87	6.80	4.70	4.45	3.32		CSD	4.26	6.36	5.67	5.46	5.63	4.26	4.40	3.33	

$\bar{\theta}(1\%:5\%)$										$\bar{\theta}(1\%:5\%)$									
Met\K	=1.00	1.25	1.50	1.75	2.25	3.00	4.25	6.00		Met\K	=1.00	1.25	1.50	1.75	2.25	3.00	4.25	6.00	
CSM	20.41	23.34	21.77	20.67	20.19	17.29	16.55	13.52		CSM	13.86	18.46	17.13	16.96	16.57	14.99	15.45	13.40	
CSM'	20.41	23.29	21.77	20.68	20.18	17.29	16.52	13.52		CSM'	13.86	18.39	17.12	16.96	16.58	14.99	15.42	13.40	
CSZ	20.41	23.34	21.68	19.89	19.36	17.05	16.23	10.93		CSZ	13.86	18.03	16.88	16.38	16.36	14.98	15.39	11.00	
CSF	20.41	23.34	21.41	20.54	19.95	17.16	16.50	13.52		CSF	13.86	18.03	16.12	15.80	15.71	14.72	15.42	13.40	
CSF'	20.41	21.69	21.13	19.53	20.04	16.59	16.32	13.52		CSF'	13.86	16.35	17.03	16.39	16.13	14.82	15.42	13.40	
CSI	20.41	23.34	21.55	20.54	20.10	17.29	16.55	13.52		CSI	13.86	18.03	16.25	15.80	15.75	14.42	15.14	13.40	
CSH	20.41	23.34	21.55	20.54	20.03	17.16	16.50	13.52		CSH	13.86	18.03	16.25	15.80	15.79	14.72	15.42	13.40	
CSV	20.41	22.83	21.40	20.54	19.97	17.29	16.52	13.52		CSV	13.86	17.21	16.08	15.80	15.50	14.05	15.14	13.40	
CSD	17.50	22.54	21.39	20.52	18.84	16.61	16.13	13.52		CSD	12.23	17.01	16.08	15.45	14.54	12.89	13.99	13.40	

$\bar{\theta}(5\%:10\%)$										$\bar{\theta}(5\%:10\%)$									
Met\K	=1.00	1.25	1.50	1.75	2.25	3.00	4.25	6.00		Met\K	=1.00	1.25	1.50	1.75	2.25	3.00	4.25	6.00	
CSM	29.93	36.05	35.22	34.24	32.00	28.47	27.29	25.73		CSM	23.67	28.34	27.62	27.60	25.80	23.11	23.20	23.93	
CSM'	29.93	36.04	35.13	34.41	32.00	28.47	27.29	25.73		CSM'	23.67	28.00	27.60	27.60	25.87	23.11	23.20	23.93	
CSZ	30.16	36.05	34.87	34.34	31.86	27.48	21.77	22.70		CSZ	23.67	27.65	26.76	27.50	25.70	22.23	21.99	21.30	
CSF	30.16	34.20	33.88	33.86	31.92	28.32	27.29	25.52		CSF	23.67	27.65	24.89	25.13	25.20	22.23	22.87	22.84	
CSF'	30.16	33.45	33.77	34.34	29.91	27.25	26.23	25.52		CSF'	23.67	25.59	25.41	26.32	25.37	23.07	22.93	22.84	
CSI	30.16	34.95	34.14	33.86	31.92	28.32	27.29	25.73		CSI	23.67	27.65	24.89	25.13	25.34	22.20	22.48	22.84	
CSH	30.16	34.27	33.78	33.86	31.45	28.32	27.06	25.52		CSH	23.67	27.65	24.89	25.13	25.34	22.23	22.87	22.84	
CSV	29.30	34.27	33.74	33.44	31.38	28.32	27.04	22.64		CSV	23.67	27.19	24.81	25.13	24.63	22.20	21.11	20.51	
CSD	26.77	34.27	33.58	33.44	30.67	28.04	27.04	22.64		CSD	20.11	26.70	24.67	25.13	22.01	20.89	21.11	20.51	

Tabla 5

Para cada número de colas (una cola columna izquierda y dos colas columna derecha), cada intervalo de valores de α (cabecera de cada subtabla), cada método (primera columna) y cada intervalo de valores de $K=n_2/n_1 \geq 1$ (primera fila), en el interior de la tabla se da el promedio de la potencia media alcanzada en todas las tablas que verifican las condiciones impuestas y con un n de $16 \leq n \leq 24$.

$\bar{\theta}(0\%:1\%)$										$\bar{\theta}(0\%:1\%)$									
Met\K	=1.00	1.25	1.50	1.75	2.25	3.00	4.25	6.00		Met\K	=1.00	1.25	1.50	1.75	2.25	3.00	4.25	6.00	
CSM	22.14	22.97	22.31	21.71	19.84	18.33	14.90	10.67		CSM	17.99	19.63	19.17	18.97	17.57	16.76	14.28	10.63	
CSM'	22.14	22.94	22.29	21.70	19.83	18.34	14.90	10.66		CSM'	17.99	19.59	19.17	18.97	17.55	16.74	14.27	10.63	
CSZ	21.94	22.79	21.91	20.84	18.67	17.03	13.35	9.26		CSZ	17.90	19.24	18.77	18.69	17.30	16.45	13.29	9.27	
CSF	21.87	22.76	21.98	21.37	19.53	18.20	14.81	10.63		CSF	17.90	19.28	18.41	18.08	16.73	16.24	14.17	10.63	
CSF'	21.87	22.38	21.70	21.14	19.09	17.72	14.64	10.63		CSF'	17.90	19.02	18.74	18.33	17.12	16.54	14.22	10.63	
CSI	21.87	22.78	22.05	21.50	19.63	18.22	14.89	10.64		CSI	17.90	19.29	18.40	18.04	16.62	16.01	14.04	10.60	
CSH	21.81	22.68	21.86	21.38	19.47	18.17	14.81	10.63		CSH	17.90	19.14	18.34	18.06	16.95	16.23	14.17	10.63	
CSV	21.81	22.58	21.51	21.12	19.51	18.11	14.85	10.52		CSV	17.90	19.01	18.11	17.80	16.63	15.89	14.01	10.43	
CSD	18.18	21.36	20.63	20.19	18.07	16.87	13.84	9.84		CSD	15.12	17.83	17.23	16.83	15.05	14.50	12.61	9.71	

$\bar{\theta}(1\%:5\%)$										$\bar{\theta}(1\%:5\%)$									
Met\K	=1.00	1.25	1.50	1.75	2.25	3.00	4.25	6.00		Met\K	=1.00	1.25	1.50	1.75	2.25	3.00	4.25	6.00	
CSM	38.28	39.14	38.48	37.69	35.96	34.31	30.62	25.20		CSM	31.77	33.55	32.96	32.66	31.20	30.21	27.38	23.55	
CSM'	38.17	39.12	38.45	37.62	35.92	34.24	30.59	25.15		CSM'	31.77	33.49	32.90	32.66	31.07	30.14	27.38	23.55	
CSZ	38.10	39.00	37.94	36.68	34.08	32.02	28.42	21.53		CSZ	31.59	33.13	32.57	32.35	30.96	29.44	26.81	21.56	
CSF	37.88	38.75	37.80	37.13	35.43	34.01	30.30	25.16		CSF	31.33	32.76	31.80	31.59	30.02	28.65	26.24	22.83	
CSF'	37.88	38.18	37.97	36.24	34.48	32.93	29.19	24.52		CSF'	31.33	32.56	32.34	31.95	30.53	29.55	26.91	23.29	
CSI	37.88	38.82	37.81	37.24	35.48	33.99	30.49	25.15		CSI	31.33	32.77	31.72	31.64	29.95	28.31	25.67	22.69	
CSH	37.76	38.47	37.39	36.90	35.31	33.71	30.20	25.08		CSH	31.21	32.53	31.43	31.34	29.96	28.54	26.25	22.88	
CSV	37.76	37.28	36.73	36.42	34.98	32.85	29.84	25.01		CSV	31.21	31.89	30.98	30.57	29.53	27.61	24.81	22.26	
CSD	32.16	36.35	35.62	35.14	32.79	31.51	28.37	22.95		CSD	26.30	30.45	29.53	29.04	26.96	25.89	23.34	19.46	

$\bar{\theta}(5\%:10\%)$										$\bar{\theta}(5\%:10\%)$									
Met\K	=1.00	1.25	1.50	1.75	2.25	3.00	4.25	6.00		Met\K	=1.00	1.25	1.50	1.75	2.25	3.00	4.25	6.00	
CSM	49.82	50.82	50.18	49.85	48.03	46.19	42.58	37.74		CSM	41.51	43.75	43.19	42.90	41.41	40.00	37.20	33.50	
CSM'	49.80	50.76	50.13	49.81	47.93	46.11	42.38	37.55		CSM'	41.34	43.72	43.09	42.87	41.42	39.96	37.19	33.49	
CSZ	49.73	50.51	49.40	49.02	47.71	43.17	35.98	32.82		CSZ	41.30	43.55	42.98	42.54	41.22	39.33	35.32	30.37	
CSF	49.45	50.08	48.91	48.75	47.72	45.68	42.30	37.58		CSF	41.12	42.71	42.02	41.06	39.75	38.54	35.21	30.56	
CSF'	49.45	49.24	49.03	48.29	46.46	44.51	40.16	34.54		CSF'	41.12	42.59	42.40	41.49	40.76	39.26	36.34	32.52	
CSI	49.45	50.06	48.93	48.95	47.75	45.69	42.30	37.52		CSI	41.12	42.81	42.05	41.08	39.58	38.41	34.97	30.03	
CSH	49.33	49.24	48.30	48.47	47.22	45.09	41.95	36.90		CSH	40.99	42.44	41.45	40.91	39.26	38.29	35.36	30.76	
CSV	48.15	47.97	47.79	47.02	45.59	44.26	41.14	36.20		CSV	40.99	40.62	40.47	40.07	38.61	36.79	34.06	29.78	
CSD	43.09	47.64	46.99	46.69	44.19	42.91	40.66	35.63		CSD	34.88	39.99	39.05	38.58	36.25	35.11	31.95	27.41	

Tabla 6

Para cada número de colas (una cola columna izquierda y dos colas columna derecha), cada intervalo de valores de α (cabecera de cada subtabla), cada método (primera columna) y cada intervalo de valores de $K=n_2/n_1 \geq 1$ (primera fila), en el interior de la tabla se da el promedio de la potencia media alcanzada en todas las tablas que verifican las condiciones impuestas y con un n de $27 \leq n \leq 33$.

$\bar{\theta}(0t:1t)$										$\bar{\theta}(0t:1t)$									
Met\K	=1.00	1.25	1.50	1.75	2.25	3.00	4.25	6.00		Met\K	=1.00	1.25	1.50	1.75	2.25	3.00	4.25	6.00	
CSM	32.73	32.68	32.40	31.71	30.08	27.72	24.28	19.38		CSM	28.52	29.09	28.95	28.55	27.17	25.33	22.63	18.73	
CSM'	32.73	32.66	32.34	31.71	30.06	27.68	24.25	19.37		CSM'	28.52	29.05	28.92	28.53	27.16	25.33	22.62	18.72	
CSZ	32.34	32.28	31.72	30.59	28.34	25.01	20.83	15.08		CSZ	28.29	28.47	28.42	28.03	26.84	24.54	20.76	15.08	
CSF	32.37	32.26	31.93	31.26	29.66	27.34	24.04	19.25		CSF	28.36	28.43	28.25	27.61	26.32	24.22	21.83	18.40	
CSF'	32.37	31.99	31.66	30.79	29.09	26.69	23.45	19.05		CSF'	28.36	28.44	28.45	27.90	26.60	24.66	22.34	18.50	
CSI	32.38	32.30	31.94	31.32	29.72	27.40	24.10	19.22		CSI	28.36	28.47	28.23	27.56	26.06	23.88	21.30	17.99	
CSH	32.37	32.09	31.78	31.16	29.56	27.24	23.97	19.22		CSH	28.36	28.35	28.13	27.53	26.17	24.23	21.84	18.43	
CSV	31.99	31.71	31.39	30.73	29.36	26.97	23.80	18.99		CSV	27.91	28.04	27.75	27.27	25.70	23.79	21.28	17.89	
CSD	27.22	29.57	29.29	28.72	26.81	24.83	21.94	17.35		CSD	23.73	25.98	25.57	25.08	23.42	21.82	19.44	16.06	

$\bar{\theta}(1t:5t)$										$\bar{\theta}(1t:5t)$									
Met\K	=1.00	1.25	1.50	1.75	2.25	3.00	4.25	6.00		Met\K	=1.00	1.25	1.50	1.75	2.25	3.00	4.25	6.00	
CSM	48.11	48.28	47.98	47.29	45.82	43.65	40.37	35.29		CSM	42.08	42.87	42.71	42.19	40.88	39.02	36.30	32.20	
CSM'	48.03	48.18	47.88	47.22	45.73	43.56	40.23	35.10		CSM'	42.07	42.79	42.69	42.16	40.85	38.95	36.27	32.19	
CSZ	47.74	47.79	47.41	45.97	43.71	40.73	36.86	28.86		CSZ	41.67	42.46	42.29	41.76	40.48	38.41	35.21	28.88	
CSF	47.68	47.49	47.18	46.72	45.22	43.12	40.01	35.08		CSF	41.59	42.00	41.67	41.04	39.84	37.48	34.60	30.33	
CSF'	47.68	47.25	47.20	46.23	44.20	42.14	38.65	33.66		CSF'	41.59	42.03	41.97	41.54	39.95	38.12	35.59	31.27	
CSI	47.68	47.52	47.24	46.76	45.26	43.11	40.04	35.10		CSI	41.59	42.04	41.66	40.99	39.78	37.27	34.20	29.90	
CSH	47.53	47.02	46.79	46.37	44.87	42.66	39.63	34.74		CSH	41.39	41.58	41.28	40.74	39.55	37.32	34.52	30.52	
CSV	46.55	46.07	46.08	45.53	44.19	41.81	38.74	34.10		CSV	40.85	40.86	40.68	40.00	38.59	36.52	33.37	29.23	
CSD	41.07	44.23	44.10	43.57	41.58	39.71	36.90	32.28		CSD	35.41	38.56	38.18	37.64	35.80	34.00	31.23	27.21	

$\bar{\theta}(5t:10t)$										$\bar{\theta}(5t:10t)$									
Met\K	=1.00	1.25	1.50	1.75	2.25	3.00	4.25	6.00		Met\K	=1.00	1.25	1.50	1.75	2.25	3.00	4.25	6.00	
CSM	58.75	58.76	58.56	58.08	56.82	54.71	51.76	47.36		CSM	51.10	52.21	52.01	51.68	50.42	48.46	45.84	42.21	
CSM'	58.77	58.64	58.46	57.95	56.70	54.53	51.47	46.92		CSM'	50.97	52.13	51.82	51.65	50.40	48.40	45.77	42.16	
CSZ	58.34	57.91	57.75	56.86	56.08	51.49	44.10	40.80		CSZ	50.70	51.82	51.70	51.35	50.05	47.88	43.63	38.26	
CSF	58.17	57.86	57.57	57.23	56.27	54.13	51.24	46.91		CSF	50.67	51.11	50.79	50.46	48.84	47.16	44.16	39.66	
CSF'	58.17	57.36	57.57	56.67	55.31	52.70	49.57	45.03		CSF'	50.67	51.24	51.18	50.41	49.57	47.61	44.82	40.87	
CSI	58.17	57.84	57.60	57.24	56.25	54.17	51.27	46.88		CSI	50.67	51.12	50.78	50.45	48.78	47.00	44.08	39.41	
CSH	57.06	56.87	56.99	56.38	55.37	53.30	50.51	46.13		CSH	50.58	50.45	50.25	49.92	48.34	46.59	43.92	39.55	
CSV	56.61	55.52	55.64	55.35	53.67	51.91	49.28	45.03		CSV	49.35	49.28	49.08	48.61	47.59	45.24	42.41	38.16	
CSD	51.33	54.80	54.65	54.29	52.43	50.84	48.15	44.08		CSD	43.71	47.55	47.13	46.72	44.79	43.00	40.47	35.90	

Tabla 7

Para cada número de colas (una cola columna izquierda y dos colas columna derecha), cada intervalo de valores de α (cabecera de cada subtabla), cada método (primera columna) y cada intervalo de valores de $K=n_2/n_1 \geq 1$ (primera fila), en el interior de la tabla se da el promedio de la potencia media alcanzada en todas las tablas que verifican las condiciones impuestas y con un n de $37 \leq n \leq 43$.

$\bar{\theta}(0\%:1\%)$										$\bar{\theta}(0\%:1\%)$									
Met\K	=1.00	1.25	1.50	1.75	2.25	3.00	4.25	6.00		Met\K	=1.00	1.25	1.50	1.75	2.25	3.00	4.25	6.00	
CSM	39.92	39.88	39.44	38.75	37.31	34.99	31.31	26.27		CSM	35.84	36.29	35.99	35.41	34.16	32.19	29.10	24.90	
CSM'	39.89	39.84	39.38	38.71	37.27	34.92	31.26	26.19		CSM'	35.83	36.23	35.95	35.40	34.13	32.18	29.08	24.88	
CSZ	39.54	39.36	38.66	37.54	35.26	31.70	27.91	20.03		CSZ	35.39	35.67	35.42	34.90	33.77	31.29	26.96	20.04	
CSF	39.42	39.34	38.90	38.20	36.85	34.51	30.99	26.01		CSF	35.41	35.65	35.24	34.60	33.27	31.07	27.97	23.93	
CSF'	39.42	39.08	38.62	37.85	36.05	33.60	30.20	25.37		CSF'	35.41	35.68	35.37	34.75	33.47	31.43	28.53	24.44	
CSI	39.47	39.39	39.95	38.27	36.92	34.53	31.01	26.01		CSI	35.51	35.70	35.25	34.57	33.11	30.81	27.38	23.23	
CSH	39.23	39.11	38.71	37.98	36.69	34.37	30.84	25.91		CSH	35.19	35.48	35.08	34.46	33.14	31.01	27.99	24.02	
CSV	38.66	38.64	38.29	37.61	36.32	33.93	30.50	25.68		CSV	34.82	35.06	34.65	33.99	32.66	30.51	27.27	23.32	
CSD	33.78	35.90	35.57	34.92	33.35	31.28	27.93	23.38		CSD	30.27	32.30	31.82	31.23	29.86	27.97	25.08	21.29	

$\bar{\theta}(1\%:5\%)$										$\bar{\theta}(1\%:5\%)$									
Met\K	=1.00	1.25	1.50	1.75	2.25	3.00	4.25	6.00		Met\K	=1.00	1.25	1.50	1.75	2.25	3.00	4.25	6.00	
CSM	54.49	54.46	54.12	53.48	52.23	50.21	46.96	42.19		CSM	48.84	49.37	49.09	48.50	47.36	45.50	42.56	38.46	
CSM'	54.47	54.39	54.03	53.42	52.12	50.07	46.79	41.94		CSM'	48.81	49.28	49.04	48.49	47.33	45.42	42.53	38.44	
CSZ	54.16	53.94	53.42	52.15	49.93	47.10	42.93	35.19		CSZ	48.52	48.96	48.73	48.15	47.03	45.01	41.45	35.20	
CSF	53.83	53.66	53.40	52.85	51.62	49.62	46.43	41.80		CSF	48.28	48.49	48.14	47.53	46.33	44.20	41.03	36.61	
CSF'	53.83	53.43	53.27	52.41	50.82	48.52	44.87	40.22		CSF'	48.28	48.64	48.19	47.64	46.60	44.57	41.61	37.80	
CSI	53.83	53.69	53.41	52.92	51.66	49.62	46.49	41.86		CSI	48.28	48.52	48.15	47.54	46.26	44.08	40.73	36.11	
CSH	53.33	53.11	52.91	52.46	51.19	49.06	45.98	41.39		CSH	47.88	48.04	47.79	47.14	46.02	43.92	40.82	36.65	
CSV	52.72	52.04	52.12	51.43	50.14	48.15	44.99	40.52		CSV	47.26	47.28	46.98	46.36	45.04	43.02	39.82	35.30	
CSD	47.65	49.99	49.77	49.19	47.69	45.88	42.77	38.36		CSD	42.08	44.60	44.15	43.54	42.14	40.23	37.23	32.90	

$\bar{\theta}(5\%:10\%)$										$\bar{\theta}(5\%:10\%)$									
Met\K	=1.00	1.25	1.50	1.75	2.25	3.00	4.25	6.00		Met\K	=1.00	1.25	1.50	1.75	2.25	3.00	4.25	6.00	
CSM	64.02	64.01	63.76	63.24	62.24	60.39	57.59	53.56		CSM	57.30	57.92	57.65	57.21	56.17	54.36	51.66	48.02	
CSM'	64.01	63.90	63.63	63.09	62.11	60.17	57.27	53.02		CSM'	57.27	57.76	57.50	57.17	56.15	54.33	51.62	47.96	
CSZ	63.42	63.14	62.78	61.94	61.14	57.53	49.85	46.60		CSZ	56.94	57.60	57.39	56.96	55.87	54.00	49.39	44.18	
CSF	63.20	63.07	62.94	62.49	61.60	59.75	56.98	52.96		CSF	56.53	56.89	56.64	56.27	54.88	53.13	50.17	45.88	
CSF'	63.20	62.81	62.86	62.06	60.92	58.88	55.23	50.65		CSF'	56.53	57.07	56.74	56.11	55.20	53.50	50.61	46.68	
CSI	63.20	63.07	62.96	62.48	61.61	59.76	56.96	52.91		CSI	56.53	56.91	56.62	56.28	54.89	53.02	50.10	45.67	
CSH	62.39	62.10	62.34	61.68	60.52	58.88	56.15	52.02		CSH	56.01	56.22	55.91	55.53	54.38	52.45	49.75	45.72	
CSV	61.11	60.75	60.69	60.34	59.08	57.32	54.69	50.71		CSV	55.36	54.93	54.87	54.15	53.11	51.20	48.20	44.18	
CSD	57.38	59.81	59.75	59.23	57.85	56.36	53.63	49.50		CSD	50.22	53.04	52.59	52.08	50.73	48.97	46.04	41.96	

Tabla 8

Para cada número de colas (una cola columna izquierda y dos colas columna derecha), cada intervalo de valores de α (cabecera de cada subtabla), cada método (primera columna) y cada intervalo de valores de $K=n_2/n_1 \geq 1$ (primera fila), en el interior de la tabla se da el promedio de la potencia media alcanzada en todas las tablas que verifican las condiciones impuestas y con un n de $48 \leq n \leq 52$.

$\bar{\theta}(0\%:1\%)$										$\bar{\theta}(0\%:1\%)$									
Met\K	=1.00	1.25	1.50	1.75	2.25	3.00	4.25	6.00		Met\K	=1.00	1.25	1.50	1.75	2.25	3.00	4.25	6.00	
CSM	45.26	45.19	44.78	43.98	42.70	40.26	36.63	31.61		CSM	41.37	41.60	41.38	40.64	39.50	37.31	34.14	29.77	
CSM'	45.23	45.13	44.73	43.92	42.66	40.20	36.59	31.49		CSM'	41.35	41.62	41.35	40.60	39.47	37.30	34.12	29.76	
CSZ	44.81	44.67	43.90	42.71	40.45	36.66	31.72	24.20		CSZ	40.80	41.10	40.81	40.14	39.08	36.28	31.69	24.21	
CSF	44.66	44.62	44.24	43.44	42.22	39.78	36.28	31.28		CSF	40.82	41.09	40.69	39.90	38.65	36.30	32.98	28.52	
CSF'	44.66	44.47	44.06	43.01	41.34	38.78	35.20	30.44		CSF'	40.82	41.12	40.77	39.95	38.81	36.52	33.49	29.24	
CSI	44.70	44.66	44.30	43.51	42.27	39.78	36.29	31.28		CSI	40.87	41.13	40.72	39.88	38.54	36.07	32.49	27.79	
CSH	44.39	44.37	44.00	43.23	42.02	39.54	36.08	31.12		CSH	40.61	40.86	40.48	39.73	38.49	36.19	32.95	28.59	
CSV	44.05	43.80	43.51	42.77	41.48	39.08	35.62	30.77		CSV	40.38	40.37	40.01	39.17	37.99	35.59	32.25	27.84	
CSD	38.93	40.70	40.31	39.59	39.14	35.87	32.63	27.90		CSD	35.35	37.14	36.66	35.95	34.65	32.51	29.58	25.41	

$\bar{\theta}(1\%:5\%)$										$\bar{\theta}(1\%:5\%)$									
Met\K	=1.00	1.25	1.50	1.75	2.25	3.00	4.25	6.00		Met\K	=1.00	1.25	1.50	1.75	2.25	3.00	4.25	6.00	
CSM	58.89	58.88	58.56	57.87	56.81	54.76	51.69	47.14		CSM	53.64	54.06	53.77	53.10	52.08	50.11	47.21	43.09	
CSM'	58.86	58.77	58.48	57.80	56.65	54.59	51.47	46.80		CSM'	53.62	53.95	53.70	53.05	52.02	50.05	47.17	43.08	
CSZ	58.66	58.35	57.79	56.44	54.48	51.47	47.33	39.71		CSZ	53.42	53.68	53.42	52.76	51.74	49.57	46.05	39.73	
CSF	58.16	58.12	57.87	57.27	56.21	54.14	51.14	46.67		CSF	52.91	53.27	52.96	52.24	51.16	48.96	45.82	41.44	
CSF'	58.16	57.96	57.89	56.87	55.44	53.12	49.70	44.91		CSF'	52.91	53.35	53.05	52.37	51.27	49.25	46.22	42.00	
CSI	58.17	58.14	57.90	57.30	56.23	54.14	51.13	46.70		CSI	52.94	53.30	52.97	52.24	51.10	48.87	45.59	41.05	
CSH	57.69	57.49	57.39	56.76	55.65	53.55	50.60	46.17		CSH	52.65	52.78	52.50	51.82	50.69	48.62	45.55	41.34	
CSV	56.96	56.47	56.45	55.76	54.56	52.63	49.53	45.15		CSV	51.99	51.90	51.68	50.86	49.83	47.65	44.55	40.05	
CSD	52.08	54.21	53.90	53.31	51.94	50.01	47.11	42.69		CSD	46.85	49.04	48.53	47.91	46.62	44.53	41.66	37.26	

$\bar{\theta}(5\%:10\%)$										$\bar{\theta}(5\%:10\%)$									
Met\K	=1.00	1.25	1.50	1.75	2.25	3.00	4.25	6.00		Met\K	=1.00	1.25	1.50	1.75	2.25	3.00	4.25	6.00	
CSM	67.64	67.66	67.43	66.86	66.01	64.23	61.63	57.87		CSM	61.51	61.97	61.73	61.19	60.28	58.45	55.88	52.24	
CSM'	67.63	67.55	67.28	66.71	65.90	64.00	61.26	57.19		CSM'	61.46	61.81	61.56	61.14	60.25	58.42	55.81	52.18	
CSZ	67.00	66.69	66.32	65.54	64.87	61.27	53.99	50.74		CSZ	61.24	61.62	61.43	60.90	60.00	58.14	53.64	48.52	
CSF	66.89	66.76	66.70	66.16	65.35	63.58	60.99	57.19		CSF	60.75	61.07	60.84	60.34	59.20	57.37	54.55	50.41	
CSF'	66.89	66.59	66.60	65.67	64.53	62.63	59.67	55.17		CSF'	60.75	61.17	61.05	60.27	59.33	57.62	54.74	50.87	
CSI	66.89	66.76	66.73	66.14	65.33	63.59	61.02	57.19		CSI	60.75	61.07	60.83	60.30	59.18	57.23	54.45	50.21	
CSH	65.93	65.78	65.93	65.35	64.22	62.71	60.07	56.24		CSH	60.12	60.34	60.17	59.47	58.58	56.62	54.04	50.04	
CSV	65.01	64.46	64.47	63.82	62.90	61.15	58.54	54.82		CSV	59.36	59.18	58.94	58.34	57.22	55.47	52.51	48.47	
CSD	60.82	63.39	63.22	62.76	61.48	59.86	57.45	53.51		CSD	54.51	57.04	56.55	56.01	54.79	52.90	50.19	46.02	

Figura 3

Promedio de potencia media, $\bar{\theta}$, en función del valor de $K=n_2/n_1 \geq 1$ y para cada número de colas del test (una cola gráfica superior, dos colas gráfica inferior) y para los tests y métodos indicados ($48 \leq n \leq 52$; $1\% < \alpha \leq 5\%$). El orden de escritura de los mismos es el de su aparición en la gráfica por la derecha.

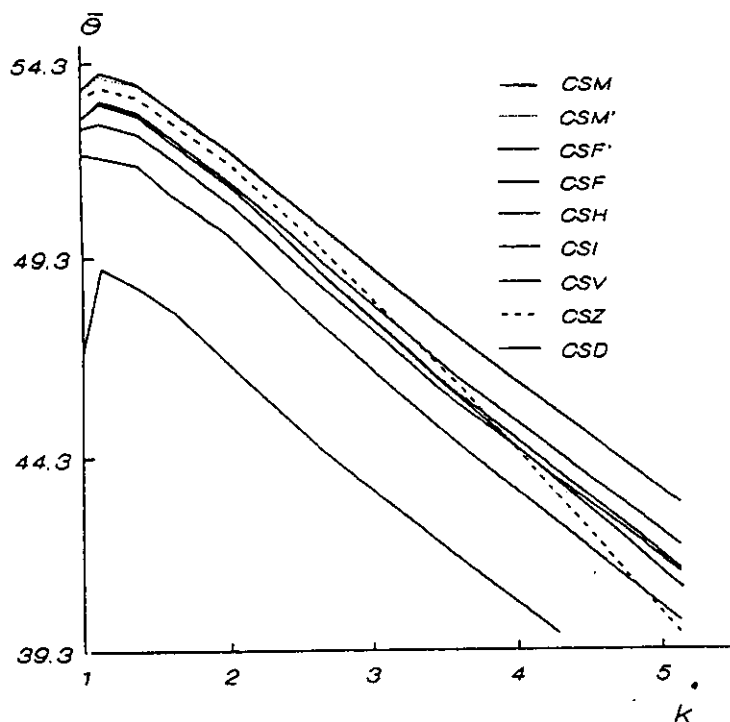
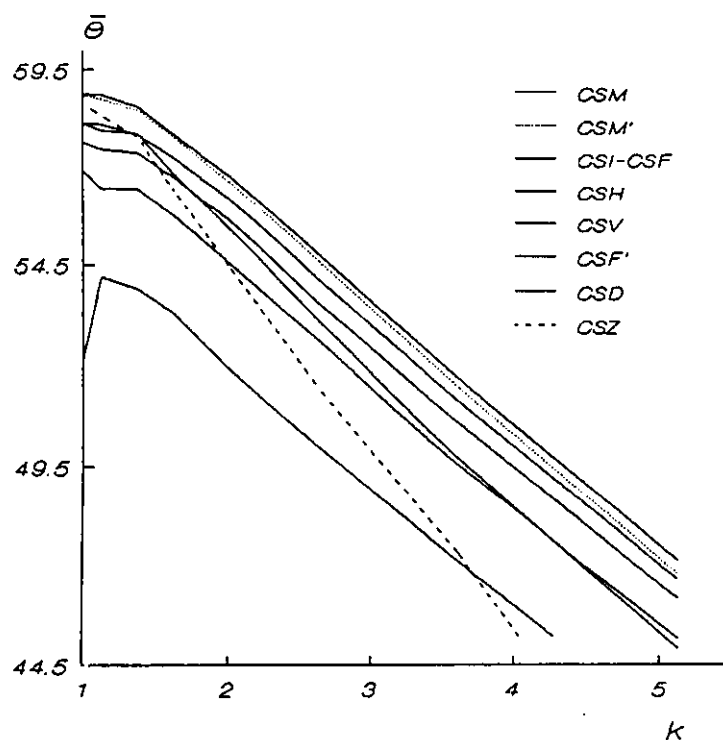
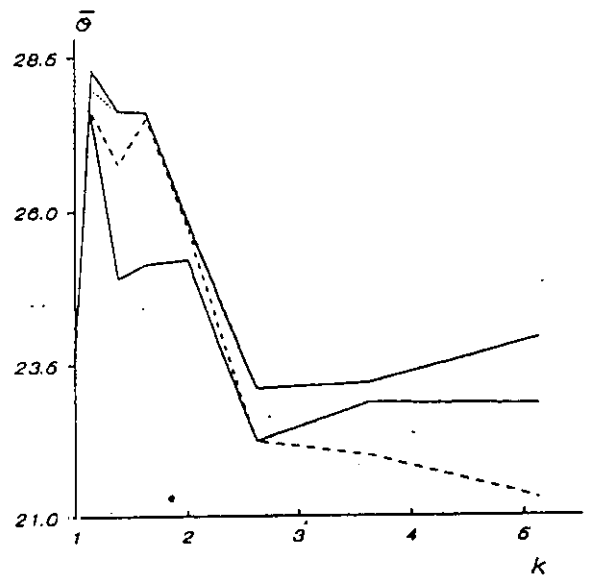
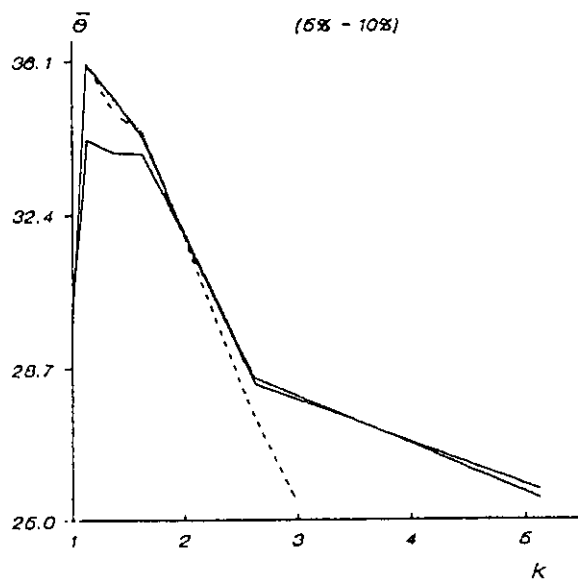
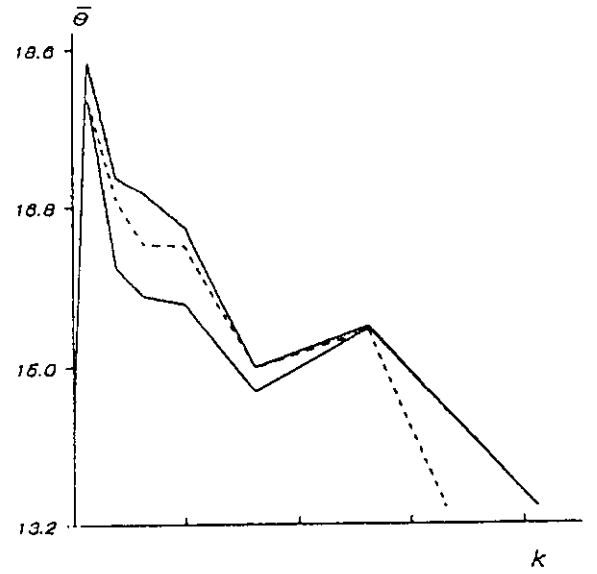
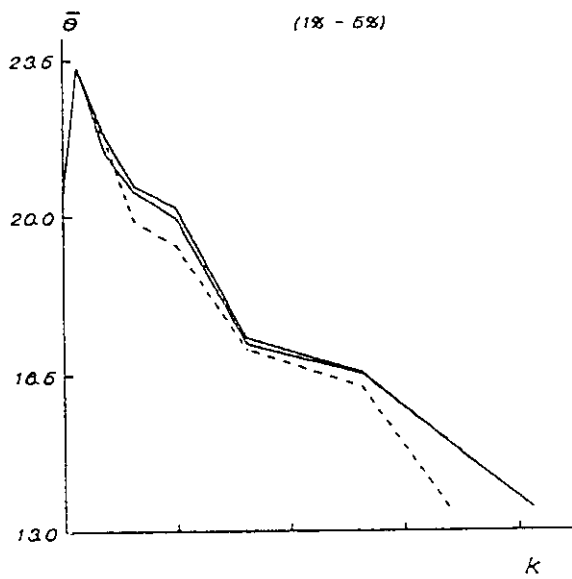
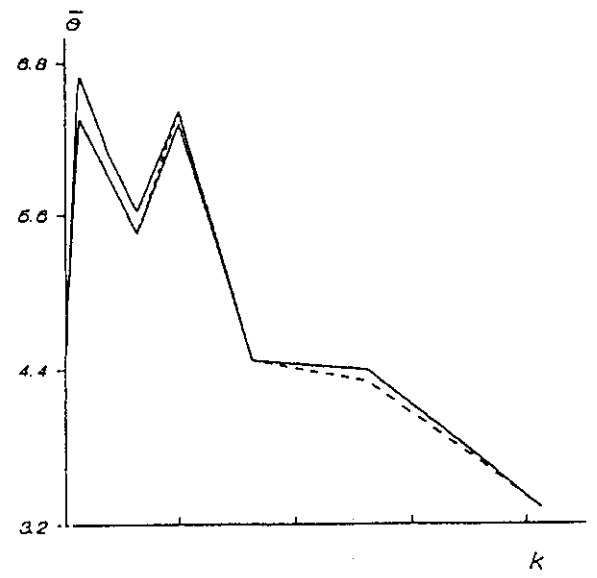
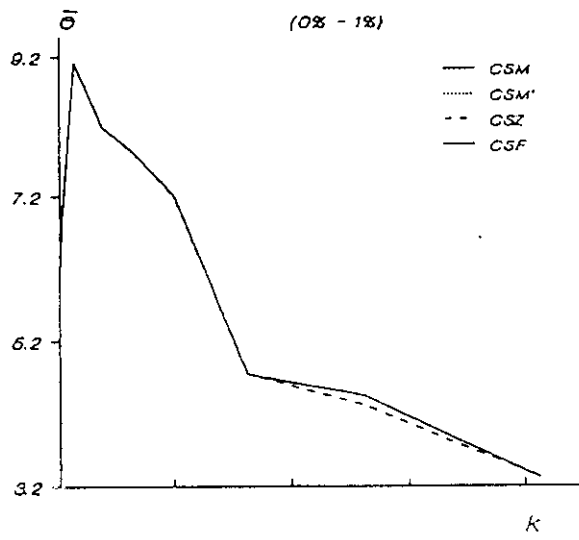


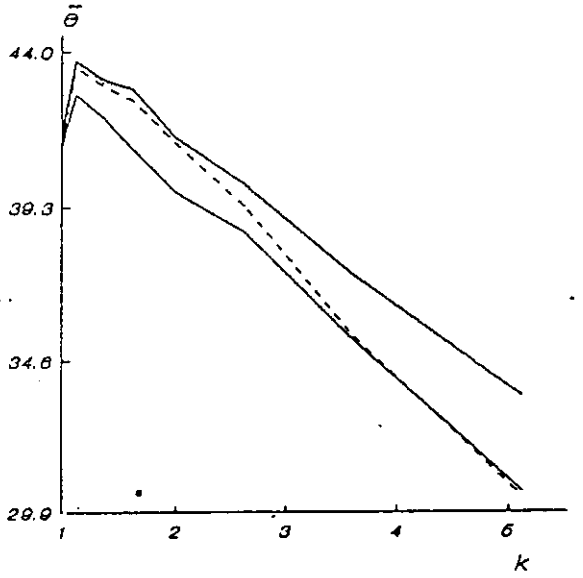
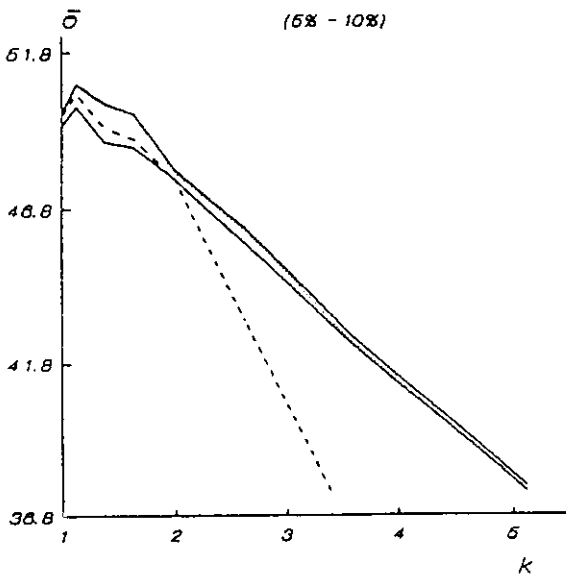
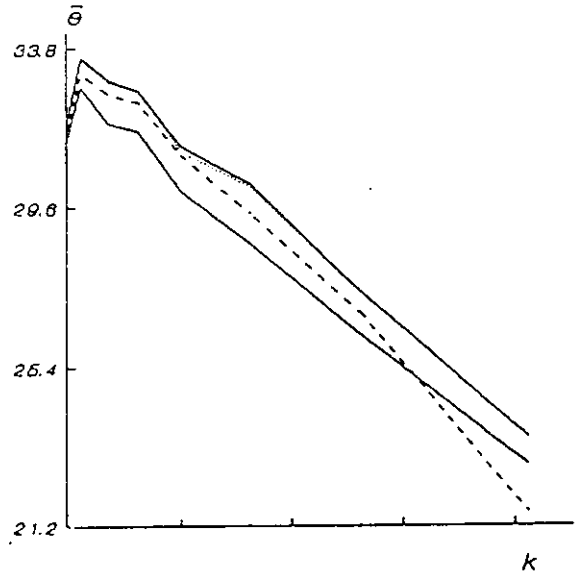
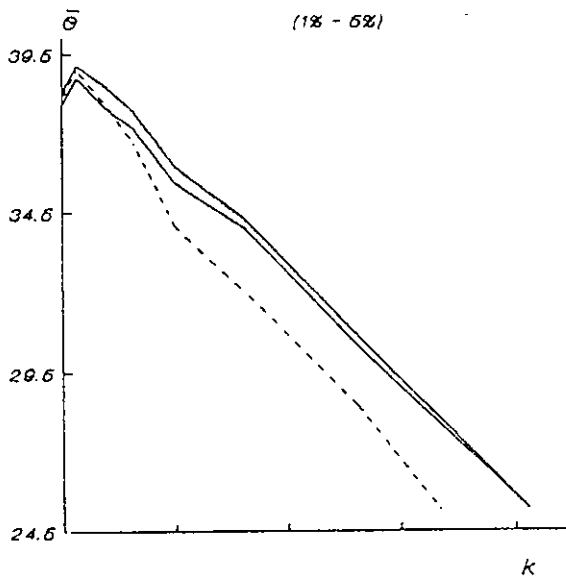
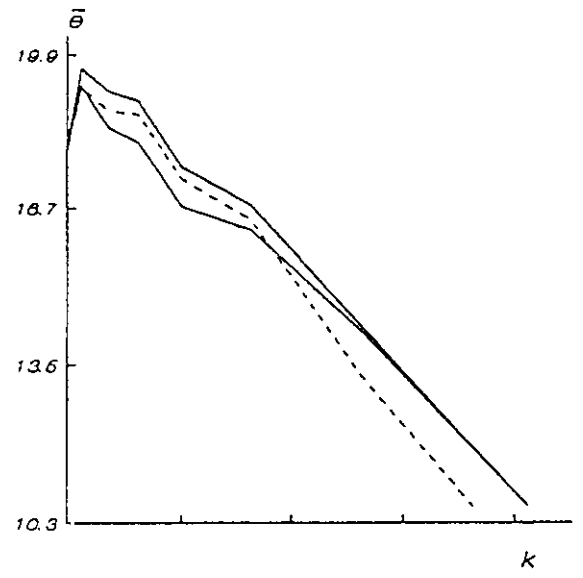
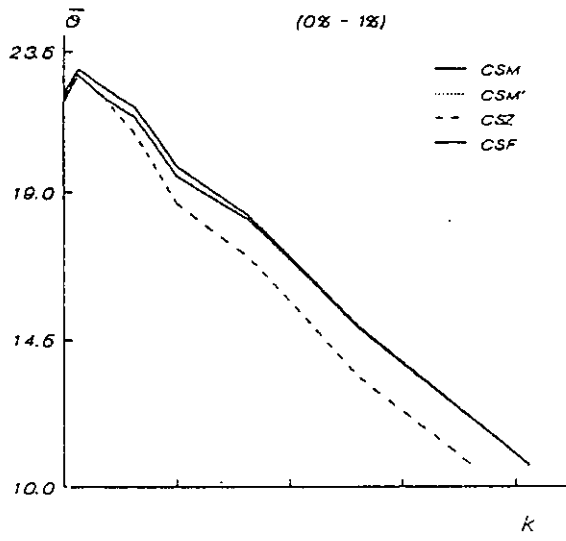
Figura 4

Para cada intervalo de valores de n (cabecera de cada página), para cada intervalo de valores de α (cabecera de cada pareja de gráficas) y para cada número de colas del test (una cola parte izquierda y dos colas parte derecha de cada página), se representa el promedio, $\bar{\theta}$, de potencia media en función del valor de $K=n_2/n_1 \geq 1$ para cada uno de los métodos indicados (su orden de escritura es el de aparición, por la izquierda, en la gráfica; cuando la gráfica del método CSM' no se distingue es porque está superpuesta a la del CSM).

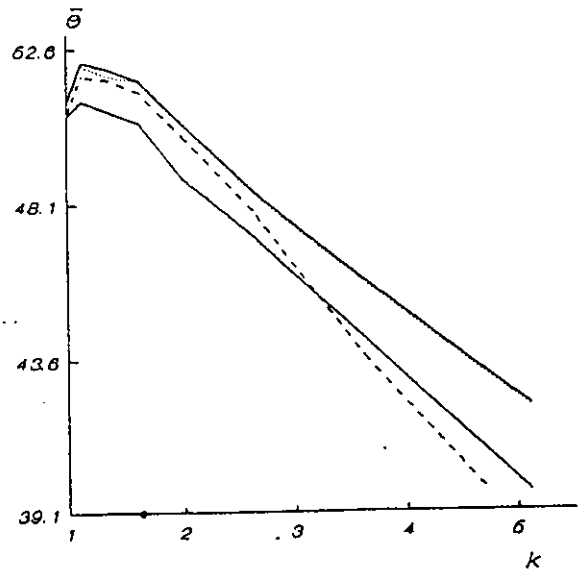
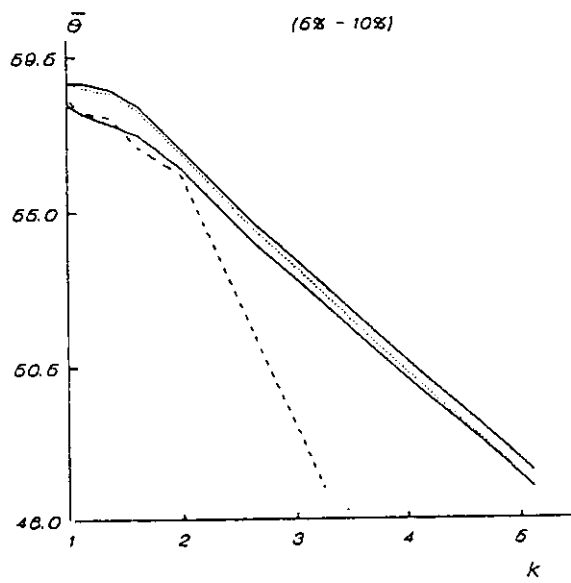
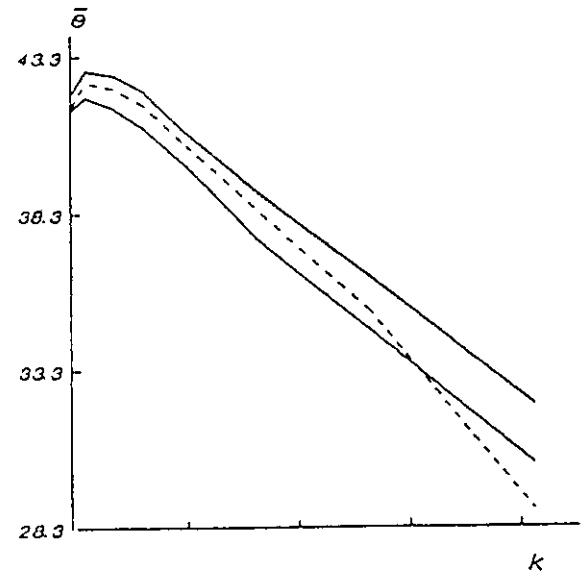
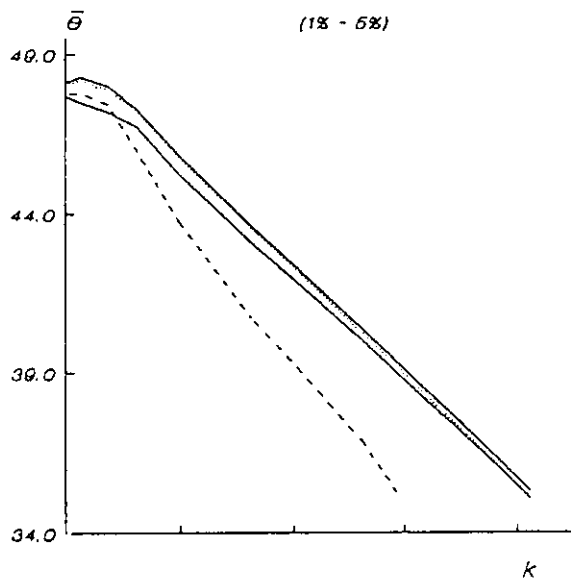
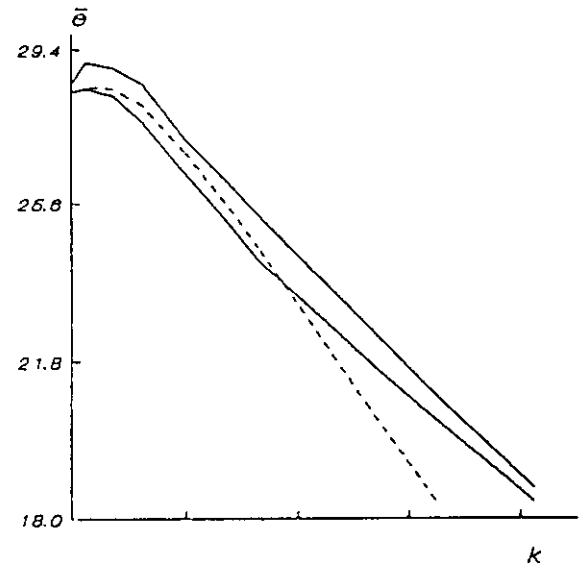
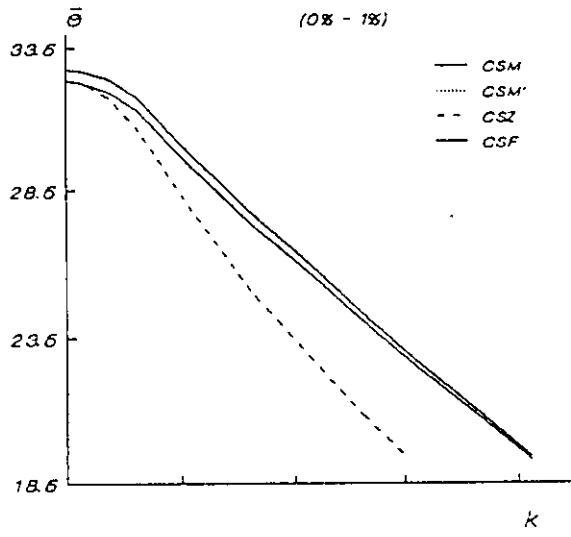
$n=6-14$



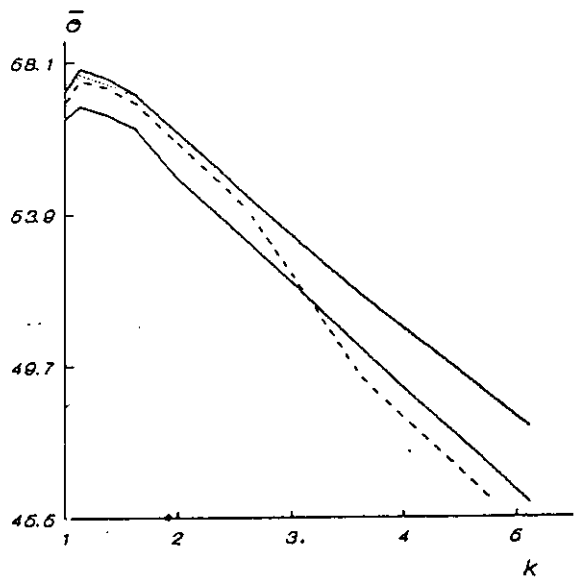
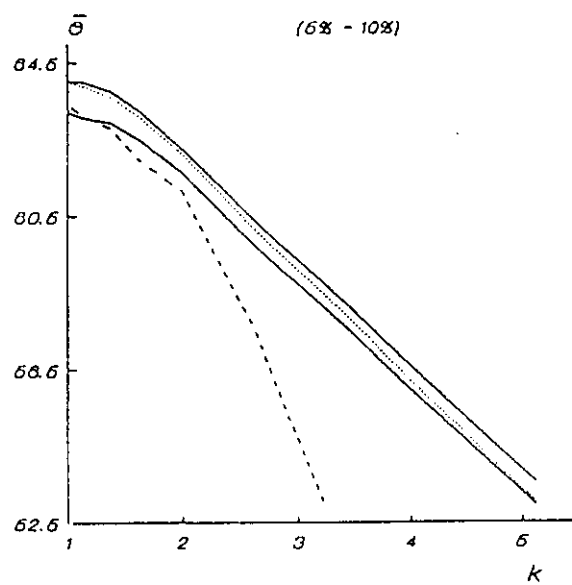
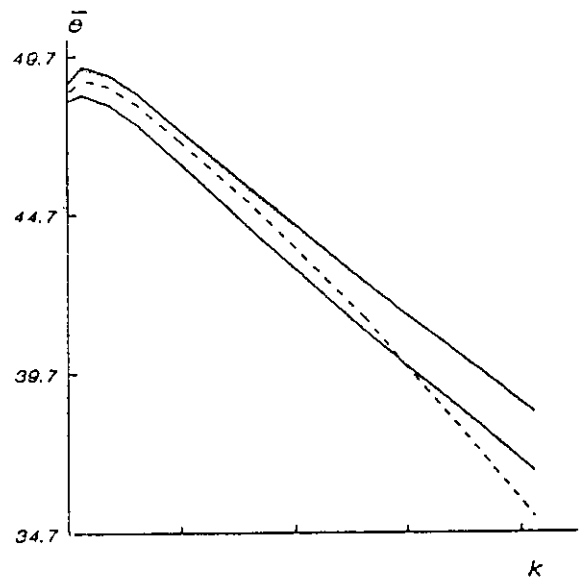
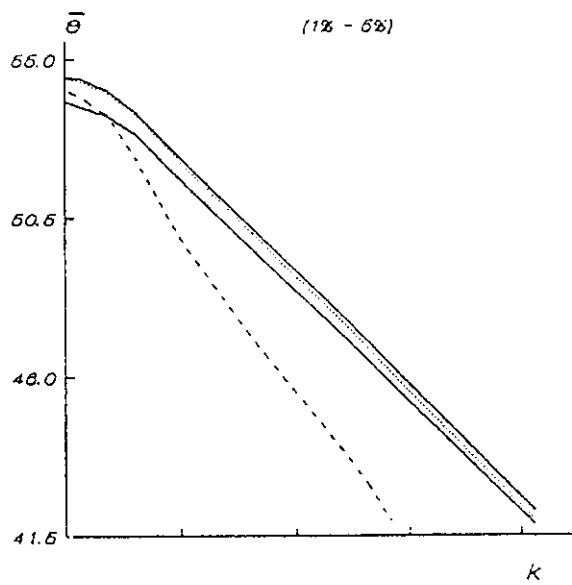
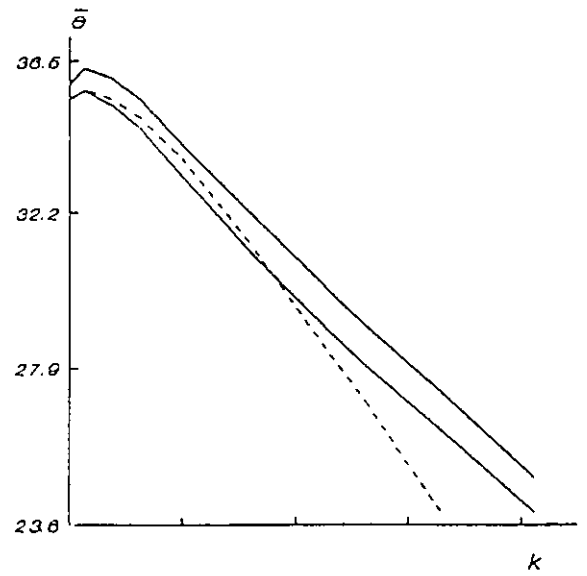
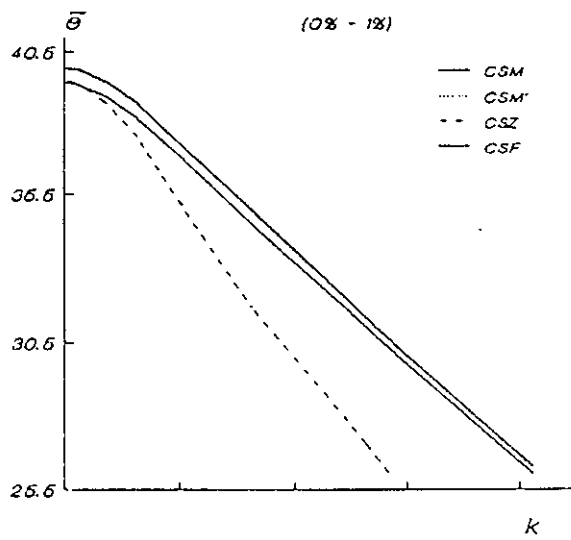
$n=16-24$



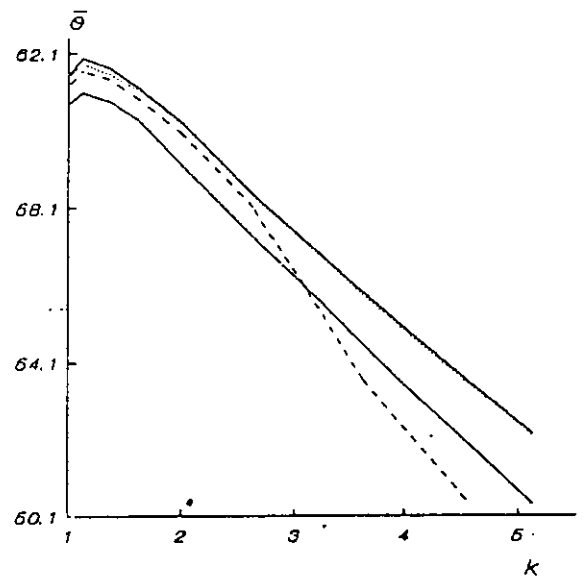
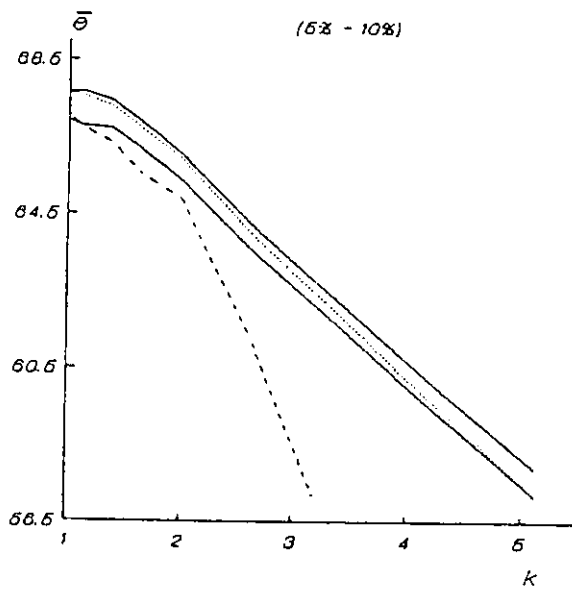
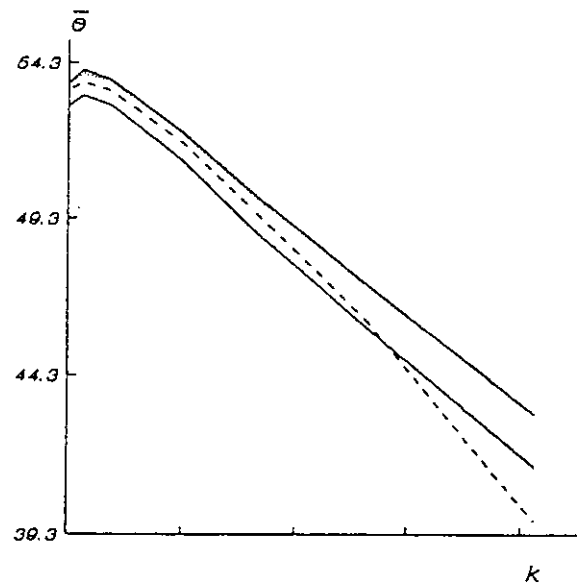
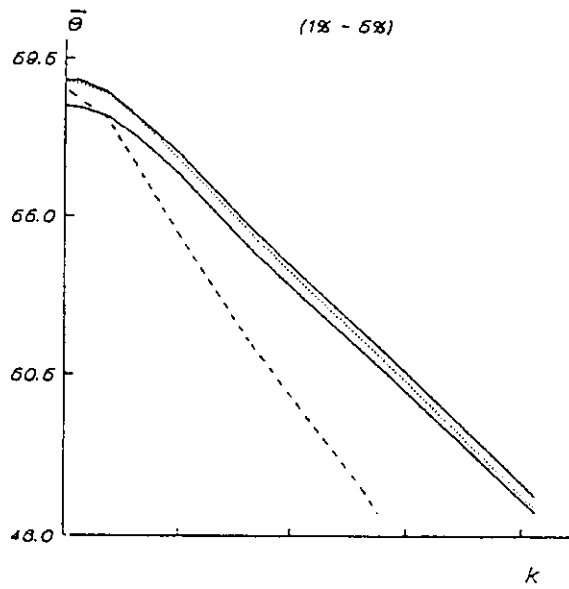
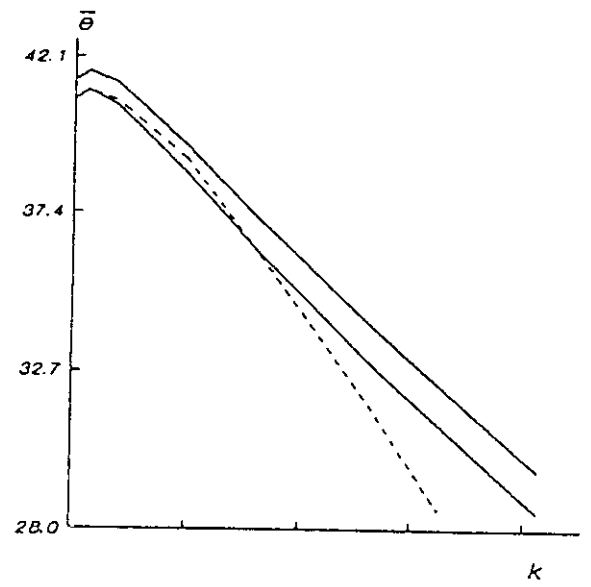
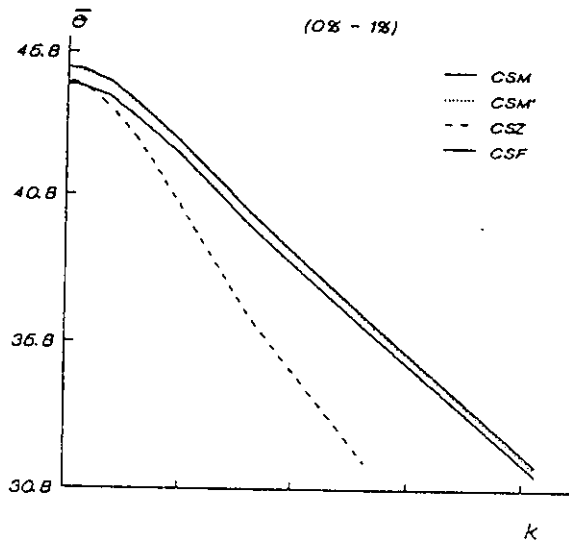
$n=27-33$



$n=37-43$



$n=48-52$



2.5.5.- Conclusiones.(Aportación)

Desde la aparición del método incondicionado de Barnard (1945) para la comparación de dos proporciones (muestras independientes), se han propuesto diversos métodos alternativos que mitiguen el alto tiempo de cómputo del mismo, pero la decisión de cuál es el mejor y la evaluación de la pérdida sufrida por usarlos no ha estado clara. Aquí se ha estudiado el comportamiento de los 9 métodos reseñados (uno de ellos nuevo), en función del nuevo concepto de "potencia media" (que es generalizable a cualquier test con variables aleatorias discretas), observándose que los métodos más competitivos con el M (que es el óptimo) son los M' (el nuevo), Z , y F (más el I a una cola y el F' a dos colas), lo que concuerda y amplía los resultados del único estudio de interés existente al efecto (Haber, 1987).

En lo que respecta al objetivo principal de esta comparación (encontrar el método óptimo de entre los 8 alternativos al M , y su evaluación frente a éste), se ha concluido lo siguiente:

1º) El método más potente es el M' y su pérdida de potencia con respecto al método M es nula o despreciable (a cambio de dividir por 8 el tiempo de cómputo) especialmente en los tests de dos colas.

2º) Durante la etapa de planificación de la experiencia, es preferible diseñarla con tamaños n_1 ligeramente

desequilibrados, especialmente con tests de dos colas. Los diseños muy desequilibrados (K altos) son, sin embargo, muy perjudiciales.

En lo que respecta al objetivo secundario de la comparación (estudiar los métodos más habituales $-Z$ y $F-$ y alguno de sus equiparables $-el F'-$), se ha concluido lo siguiente:

- i) Después del método M' , estos métodos son los más competitivos.
- ii) Las diferencias relativas entre métodos no varían prácticamente con $n=n_1+n_2$, lo hacen ligeramente con α , y profundamente con $K=n_2/n_1$ ($n_2 \geq n_1$).
- iii) Para tests de una cola, el método Z suele ser preferible al F para valores $K \leq 1,5$, pero actúa muy mal en el resto de los casos (F es preferible entonces).
- iv) Para tests de dos colas, el método Z es el mejor para valores de $K \leq 3$ (ó 4), pero actúa moderadamente mal en el resto de los casos (F' y F son preferibles entonces, y el primero ligeramente más que el segundo).

Conviene resaltar el peligro que se corre al utilizar indiscriminadamente el método Z , tal y como hacen algunos autores.

La Tabla 9 presenta un resumen de las conclusiones más relevantes descritas anteriormente. Esta tabla también recoge el tiempo de cómputo relativo (TCR), pues la decisión de qué método elegir en un problema práctico depende también del tiempo de cómputo que se está dispuesto a emplear en su resolución.

Tabla 9

Test incondicionado a seleccionar en función del valor de $K=n_2/n_1 \geq 1$, del número de colas del test y del tiempo de cómputo relativo (TCR) que se está dispuesto a admitir.

SELECCION	UNA COLA		DOS COLAS		TCR
	$K \leq 1,5$	$K > 1,5$	$K \leq 3,5$	$K > 3,5$	
1º	M		M ($\equiv M'$)		80-90
2º	M'		M'		10
3º	Z	F	Z	F'	1

2.6.- Tablas y programas.

2.6.1.- Tablas y programas clásicos.

Como ya se ha comentado, la mayor dificultad del método incondicionado radica en la resolución de la expresión (3). McDonald et al (1981) solventan el problema, para el método CSF, obteniendo dicho máximo en una malla de (n_1+n_2+1) puntos (el número de diagonales secundarias a_1) equidistantes dentro del intervalo $(0,1)$ y, una vez localizado el intervalo del máximo, repiten el proceso para él, hasta lograr una precisión dada. Su programa contempla la posibilidad de obtener la RC para cualquier error objetivo α . La adaptación del mismo para obtener el valor P de cualquier punto puede verse en Luna (1987). Una versión en Lenguaje C, que para algunas tablas permite disminuir apreciablemente los tiempos de cómputo, se da en Silva et al (1989). Más elaborado es el procedimiento de

resolver la (3), para el método CSZ, dado por Suissa and Shuster (1985), pero el mismo sólo es válido en el caso de $n_1=n_2$. Posteriormente, Shuster (1988) lo generaliza al caso de n_1 distintas. En cualquier caso, se hecha en falta algún programa o estudio sobre el método CSM.

La construcción de tablas de RC con tests incondicionados es dificultosa por estar basados en la variable bidimensional (x_1, x_2) , lo que hace excesivo el espacio dedicado a ellas. Así, dados unos determinados valores de n_1, n_2 y α , la RC para un test de una cola ($H_1 \equiv p_1 < p_2$) requeriría dar la información contenida en una figura como la de la esquina superior izquierda de la Figura 1. Esto puede simplificarse dando los (n_2+1) puntos frontera de la RC obtenida (con $n_2 \leq n_1$) - aprovechando así la propiedad de convexidad -, que en nuestro ejemplo son los puntos: $(-, 0), (-, 1), (0, 2), (1, 3), (1, 4), (3, 5)$ y $(4, 6)$. Bajo este criterio, Mc Donald et al (1977) dan tablas de RC para la versión CSF, pero las mismas están limitadas a los errores del 1% y 5%, a tests de una cola y a valores de $n_1 \leq 15$. En realidad, el espacio que les dedican (7 páginas) es casi el doble del preciso pues distinguen entre las alternativas $H_1 \equiv p_1 < p_2$ y $H_1 \equiv p_1 > p_2$, y la propiedad de simetría o, equivalentemente, la permuta de las dos columnas de la Tabla 1 de la introducción, evitaría tal duplicación. Upton (1982) indica que un modo abreviado de dar la RC anterior es con la secuencia de sus (n_2+1) primeros números $(-, -, 0, 1, 1, 3, 4)$, aunque el procedimiento sigue requiriendo de tablas muy extensas. Un modo de dividir por (n_2+1) el espacio requerido

para las tablas consiste en definir implícitamente la RC a través de un estadístico apropiado, evitando así la definición explícita de ella, lo que nos lleva a los procedimientos CSZ (ó $CS\chi^2$). Suissa and Shuster (1985) dan los valores críticos de estos estadísticos, pero sus tablas se limitan al caso de $n_1=n_2$ (desde 10 a 150), $\alpha = 1\%$, $2,5\%$ y 5% , y test de una cola. Haber (1986) da los valores críticos para el estadístico χ , pero sus tablas se limitan al caso de $5 \leq n_1 \leq n_2 \leq 20$, $\alpha=5\%$ y 1% y test de una cola. La ventaja del método es que así puede definirse la RC mediante un único número (el valor crítico del estadístico χ^2), lo que ahorra espacio, y que el estadístico es familiar para cualquier investigador (de hecho es el generalmente utilizado como método asintótico). La desventaja es que el método CSZ no es siempre el óptimo.

2.6.2.- Nuevos programas. (Aportación)

En el Apéndice II se presentan dos programas que, para cualquier tabla (n_1, n_2) , permiten obtener: el primero (P.I), la $RC(\alpha)$ y el tamaño del test para cualquier error objetivo α ; y el segundo (P.II), el valor P de cualquier punto (x_1, x_2) . Ambos programas trabajan tanto a una como a dos colas y para cada uno de los métodos definidos en 2.4 (incluido el método CSM de Barnard).

Con el objeto de reducir el elevado tiempo de cómputo, esencialmente debido a la inclusión del método CSM, en el diseño e implementación del algoritmo base, común a ambos

programas (y al utilizado para la comparación de métodos del apartado 2.5), se han tenido en cuenta las siguientes características que conviene resaltar:

1) Se utiliza el Lenguaje C (Kernighan and Ritchie, 1986) por sus propiedades de portabilidad, estructuración, etc., que, entre otras ventajas, permiten obtener programas más rápidos, compactos, y con una mayor accesibilidad a ordenadores personales (Silva et al, 1989).

2) Se implementan tres propiedades teóricas (Props.1 a 3) que disminuyen notablemente el tiempo de cómputo (TC) en todos los métodos, y dos más (Props.4 y 5) específicas para el método CSM, por ser el que presenta mayores problemas en este sentido. La Prop.2 permite además disminuir el espacio en memoria de datos, aumentando de esta forma la portabilidad.

3) El cálculo del máximo, expresión (3), se resuelve en base a una malla, o rejilla, inicial resultante de la partición del intervalo $(0,1)$ en $n+1$ puntos equidistantes (uno por cada diagonal), similar a la utilizada por Mc Donald et al (1981), evaluando tanto $\alpha(p)$, como su derivada $\alpha'(p)$. La diferencia principal con el algoritmo de estos autores estriba en que, gracias a la implementación de las propiedades teóricas, se reduce el número de puntos de la rejilla en que debe evaluarse $\alpha(p)$, simplificándose también el número de cálculos en cada evaluación. Por otra parte, aquí es el algoritmo en su totalidad el que se estructura en base a las diagonales de cada espacio muestral EM considerado. De hecho, en las propiedades teóricas, que seguidamente pasamos a enunciar, se evidencia la conveniencia de esta estructura general.

Prop.1 .- Al final del apartado 2.4.5 se vió que, en los casos especiales de **tests a dos colas y tests a una cola con $n_1=n_2$** , al ser la función $\alpha(p)$ simétrica en $p=0.5$, las evaluaciones de α^* basta realizarlas en el intervalo $(0,0.5]$, por lo que, en estos casos, la (3) se reduce a:

$$\alpha^* = \max_{0 < p \leq 0.5} \alpha(p) \quad (57)$$

reduciéndose de esta forma el tiempo de cómputo a la mitad.

Prop.2 .- El sumatorio de la expresión (2) tendrá tantos sumandos como puntos contenga la RC. Todos los sumandos correspondientes a puntos (x_1, x_2) de la RC situados sobre una misma diagonal (con igual valor de a_1) diferirán entre sí tan sólo en el producto de los combinatorios. Con ello, si notamos por:

$$\begin{aligned} C(a_1) &= \{(x_1, x_2) \in RC \mid x_1 + x_2 = a_1\} \\ S(a_1) &= \sum_{C(a_1)} \binom{n_1}{x_1} \binom{n_2}{x_2} \\ A &= \{a_1 \mid C(a_1) \neq \emptyset\} = \{a_1 \mid S(a_1) \neq 0\} \end{aligned} \quad (58)$$

entonces la expresión (2) queda así:

$$\alpha(p) = \sum_A S(a_1) p^{a_1} (1-p)^{a_2} \quad (59)$$

y como el número de sumandos será menor que en la (2), pues ahora coincide con el número de diagonales que contienen algún punto de la RC, también disminuirá el TC (que en cada caso será proporcional al número de sumandos de $\alpha(p)$ que es necesario

evaluar). Por otra parte, cada cálculo del máximo α^* conlleva múltiples evaluaciones de $\alpha(p)$ y, puesto que las $S(a_1)$ no dependen del valor de p , será necesario almacenarlas en memoria (evitando así la repetición de su cálculo en cada evaluación), para lo que basta con crear un vector de dimensión $n+1$ (el número máximo de diagonales que pueden llegar a contener puntos de la RC). Así, la ganancia en espacio dedicado a memoria de datos también es importante, pues, si se utiliza la expresión (2), se necesita una matriz de datos de dimensión $(n_1+1)(n_2+1)=n_1n_2+n+1$, similar a la utilizada por Mc Donald et al (1981), que permita almacenar en memoria el producto de los combinatorios del total de puntos que pueden llegar a formar parte de la RC.

Prop.3 .- Si denominamos I y D al menor y mayor valor, respectivamente, de las a_1 cuyas diagonales contienen algún punto de la RC, y teniendo en cuenta (58), es claro que:

$$I, D \mid \forall a_1 < I, \text{ y } \forall a_1 > D \Rightarrow S(a_1) = 0 \quad (60)$$

y, por la (59), se tiene:

$$\alpha(p) = \sum_{a_1=I}^D S(a_1) p^{a_1} (1-p)^{a_2} \quad (61)$$

siendo la derivada de $\alpha(p)$:

$$\alpha'(p) = \sum_{a_1=I}^D (a_1 - np) S(a_1) p^{a_1-1} (1-p)^{a_2-1} \quad (62)$$

y, en base a ella, si denominamos p_I y p_D a los cocientes I/n

y $D+n$, respectivamente, se tendrá:

$$\begin{aligned} & \forall a_1 \mid I \leq a_1 \leq D: \\ & \forall p < p_I: a_1 - np \geq I - np > 0 \Rightarrow \alpha'(p) > 0 \\ & \forall p > p_D: a_1 - np \leq D - np < 0 \Rightarrow \alpha'(p) < 0 \end{aligned} \quad (63)$$

Así, la función $\alpha(p)$ fuera del intervalo $p_I \leq p \leq p_D$, o es creciente en todo p (para valores de $p < p_I$), o es decreciente en todo p (para valores de $p > p_D$). Luego el máximo no estará en esos tramos, y la (3) se reduce a:

$$\alpha^* = \underset{p_I \leq p \leq p_D}{\text{Max}} \alpha(p) \quad (64)$$

La lógica del resultado es clara: el máximo no puede darse en valores de p que, según la RC, no son posibles. De esta forma, mientras la malla inicial (donde inicialmente se evalúan $\alpha(p)$ y $\alpha'(p)$) se extendía a todas las diagonales, siendo el TC, en este sentido, proporcional a $n+1$, aplicando esta propiedad se reduce a aquellas que delimitan la RC, y el TC es proporcional a $D-I+1$.

En los casos especiales de **tests a dos colas** y **tests a una cola con $n_1=n_2$** , la diagonal D será la simétrica de la I ($D=n-I$), siendo $p_D=1-p_I$ y $0 < p_I \leq 0.5 \leq p_D < 1$, y si se tiene en cuenta la expresión (57), la (64) se reduce a:

$$\alpha^* = \underset{p_I \leq p \leq 0.5}{\text{Max}} \alpha(p) \quad (65)$$

siendo ahora el TC proporcional a $(n-2I+1)/2$.

Comparación de Tiempos de Cómputo. Si denominamos por N al número de puntos de la RC, y por N_d al número de diagonales que la delimitan, el TC de un algoritmo que utilice las expresiones (3) y (2), para el cálculo del máximo α^* , será proporcional a $N(n+1)$, mientras que el TC de un algoritmo que utilice las expresiones (64) y (59) será proporcional a N_d^2 . Así, una buena aproximación a la Ganancia en TC (G_{TC}), que se obtiene por utilizar estas últimas expresiones, vendrá dada por el cociente de los respectivos TC, y será:

$$G_{TC} \approx C \frac{N(n+1)}{N_d^2} \quad (66)$$

(con C una "constante" de proporcionalidad, y $C \approx 1$ si los algoritmos son semejantes en el resto de los sentidos: precisiones semejantes, etc.). Siendo $2G_{TC}$ en aquellas situaciones en que puede utilizarse la (65) en lugar de la (64). La aproximación es válida para todos los métodos estudiados (salvo el CSM).

Es claro que, por lo comentado en 2.6.1, los únicos resultados clásicos con los que puede establecerse una comparación razonable son los de Mc Donald et al (1981) (para CSF), pues las mallas iniciales son coincidentes, en ambos casos se evalúa la derivada, etc. Dado que la diferencia principal estriba precisamente en que allí no se utilizan las Props.1-3, la G_{TC} respecto de un algoritmo similar al de estos autores vendrá dada precisamente por la expresión (66). Veamos un ejemplo de comparación del TC de ambos algoritmos, tanto en tiempo real como por la (66): En la tabla $n_1=n_2=30$ y para el test de dos colas, los TC invertidos en calcular el P-value del

punto (17,7) (cercano a $\alpha=0.01$) han sido de 13,5 segundos al utilizar el algoritmo de Mc Donald, y de 0,5 segundos con el nuevo algoritmo, por lo que éste último ha sido 27 más rápido (en ambos casos se utilizó un microordenador Tandon 386sx con coprocesador matemático 80387sx, 16 MHz). En la RC del ejemplo, $N=480$ puntos y $N_d=47$ diagonales, luego, por la (66), y teniendo en cuenta que se ha utilizado la (65) y que $C=1$ (igual precisión, etc.), $G_{TC}=26,5$ que coincide bastante bien con la comparación en tiempo real.

Prop.4 .- Para CSM (o situaciones, como la comparación de métodos del apartado 2.5, en las que se calculan los sucesivos P-values de todos los puntos de una RC).

Si notamos con subíndice N a los valores que aluden a la RC del paso actual, y con subíndice A a los del paso anterior, si p_A y p_N aluden a los valores de p en que se obtiene el máximo α^* en cada paso, y si denominamos por R_0 al conjunto formado por el punto (o los puntos) que se ha (o han) añadido a la anterior RC, y por $\alpha_0(p)$ a su contribución a las expresiones (2) ó (59), se tiene:

$$\begin{aligned} RC_N &= RC_A + R_0 \\ \alpha_N(p) &= \alpha_A(p) + \alpha_0(p) \end{aligned} \tag{67}$$

Dependiendo precisamente de si R_0 contiene uno o varios puntos, se pueden dar varias situaciones, que agruparemos en dos. Dado que la primera contempla aquellas situaciones en que tan sólo es aplicable la expresión (64), y no la (65), esta será la de mayor interés aquí.

a) **Tests a una cola, con $n_1 \neq n_2$:** Supongamos, en un primer paso, que $R_0 = \{(x_1, x_2)\}$ (que sólo se ha introducido un punto en la RC). Esta situación es la más frecuente en este grupo y, por ser éste el de mayor interés, será la más importante. Aquí $\alpha_0(p)$, y su derivada $\alpha'_0(p)$, serán:

$$\begin{aligned}\alpha_0(p) &= \binom{n_1}{x_1} \binom{n_2}{x_2} p^{a_1} (1-p)^{a_2} \\ \alpha'_0(p) &= \binom{n_1}{x_1} \binom{n_2}{x_2} (a_1 - np) p^{a_1-1} (1-p)^{a_2-1}\end{aligned}\quad (68)$$

y si $p_0 = a_1/n$, es claro que la función $\alpha_0(p)$ será estrictamente creciente si $p < p_0$, estrictamente decreciente si $p > p_0$, y que el máximo se alcanzará cuando $p = p_0$. Luego, teniendo en cuenta la (67) y que $\alpha_A(p_N) \leq \alpha_A(p_A)$, se tiene que:

$$\left. \begin{array}{l} \text{Cuando } p_A > p_0: \text{ Si } p_N > p_A \\ \text{Cuando } p_A < p_0: \text{ Si } p_N < p_A \end{array} \right\} \Rightarrow \alpha_0(p_N) < \alpha_0(p_A) \Rightarrow \alpha_N(p_N) < \alpha_N(p_A) \quad (69)$$

y puesto que $\alpha_N(p_N) \geq \alpha_N(p_A)$, se llega a un absurdo, por lo que:

$$\begin{aligned}\text{Si } p_A > p_0 &\Rightarrow p_N \leq p_A \\ \text{Si } p_A < p_0 &\Rightarrow p_N \geq p_A\end{aligned}\quad (70)$$

y así la (3), y -por la Prop.3- la (64), se reducen a:

$$\begin{aligned}\text{Si } p_A > p_0: \alpha_N^* &= \max_{p_I \leq p \leq p_A} \alpha_N(p) \\ \text{Si } p_A < p_0: \alpha_N^* &= \max_{p_A \leq p \leq p_D} \alpha_N(p) \\ \text{Si } p_A &= p_0: \alpha_N^* = \alpha_N(p_A)\end{aligned}\quad (71)$$

debiéndose la última expresión a que se han maximizado los dos sumandos de la (67).

En el caso de que R_0 contenga r puntos ($r>1$), habrá r valores p_{01}, \dots, p_{0r} para p_0 , y se tendrá:

$$\begin{aligned} \text{Si } p_A \geq \text{Max}_i\{p_{0i}\}: \alpha_N^* &= \text{Max}_{p_I \leq p \leq p_A} \alpha_N(p) \\ \text{Si } p_A \leq \text{Min}_i\{p_{0i}\}: \alpha_N^* &= \text{Max}_{p_A \leq p \leq p_D} \alpha_N(p) \end{aligned} \quad (72)$$

y si $\text{Min}_i\{p_{0i}\} < p_A < \text{Max}_i\{p_{0i}\}$, que son las situaciones que no contempla la (72), esta propiedad no tendrá utilidad, y la única reducción posible de la (3) será la expresada en la (64).

b) Tests a dos colas, o a una cola con $n_1=n_2$: En estas situaciones, en cada paso se introducen varios puntos en la RC, pues cuando entra un punto en la RC también entra su simétrico (a dos colas por la condición S, y a una cola con $n_1=n_2$ por la propiedad comentada en el apartado 2.4.5, expresión (27)). Precisamente por esta situación de simetría $\text{Max}_i\{p_{0i}\} = 1 - \text{Min}_i\{p_{0i}\}$, y lógicamente $\text{Min}_i\{p_{0i}\} \leq 0.5$ y $\text{Max}_i\{p_{0i}\} \geq 0.5$, y puesto que en la reducción de (65) ya nos habíamos limitado a los valores de $p \leq 0.5$, en caso de que $p_A \geq \text{Max}_i\{p_{0i}\} \geq 0.5$, bastará con tener en cuenta que $1-p_A \leq \text{Min}_i\{p_{0i}\} \leq 0.5$ y que al ser $\alpha(p)$ simétrica respecto de $p=0.5$, en $1-p_A$ también se obtiene el máximo α_A^* . Así, por la (65) y (72), la (3) se reduce a:

$$\begin{aligned} \text{Si } p_A \geq \text{Max}_i\{p_{0i}\}: \alpha_N^* &= \text{Max}_{1-p_A \leq p \leq 0.5} \alpha_N(p) \\ \text{Si } p_A \leq \text{Min}_i\{p_{0i}\}: \alpha_N^* &= \text{Max}_{p_A \leq p \leq 0.5} \alpha_N(p) \end{aligned} \quad (73)$$

y si $\text{Min}_i\{p_{0i}\} < p_A < \text{Max}_i\{p_{0i}\}$, la (3) se seguirá sustituyendo por la (65).

Prop.5 .- Sólo para el método **CSM**. Manteniendo la notación del apartado 2.3: Sean RC_i las sucesivas RC y α^*_i los sucesivos tamaños del test a que dan lugar. Para cada RC_i , el método CSM debe discriminar cuál de las RC_{ij} posibles (al aplicar la condición C) será la RC_{i+1} . De esta forma el método CSM obliga a calcular no solo las α^*_i (como el resto de métodos) sino también todas las α^*_{ij} en cada paso i. Esta propiedad trata de reducir el número de cálculos de las α^*_{ij} y, por tanto, el número de máximos a evaluar. Así, si en vez de calcular las α^*_{ij} tan sólo se evalúan las $\alpha_{ij}(\hat{p}_j)$, como en el método CSM', se tendrá que:

$$\exists j=k \mid \alpha_{ik}(\hat{p}_k) = \min_j \{ \alpha_{ij}(\hat{p}_j) \} \quad (74)$$

y dado el gran parecido entre las ordenaciones de ambos criterios (M y M'), que puede constatararse en los resultados de la comparación establecida en el apartado 2.5, en gran parte de las ocasiones la RC_{ij} elegida coincidirá con la RC_{ik} (pues, por la (74), esa sería la RC elegida por CSM' en una situación similar). Así, puesto que $\forall j: \alpha^*_{ij} \geq \alpha_{ij}(\hat{p}_j)$, y evaluando tan sólo un máximo, α^*_{ik} , se puede asegurar que:

$$\begin{aligned} \{ \text{Si } \forall j \neq k: \alpha_{ij}(\hat{p}_j) > \alpha_{ik}(\hat{p}_k) \} &\Rightarrow \forall j \neq k: \alpha^*_{ij} > \alpha^*_{ik} \\ &\Rightarrow \alpha^*_{i+1} = \alpha^*_{ik} \text{ y } RC_{i+1} = RC_{ik} \end{aligned} \quad (75)$$

Conviene resaltar que, cuando se cumple la condición expresada en (75), tan sólo se evalúa un máximo para conocer α^*_{i+1} (como en el resto de métodos).

2.6.3.- Nuevas tablas.(Aportación)

Dado que no siempre el investigador tiene a su disposición un ordenador o el programa preciso, ha sido tradición el facilitar las tablas apropiadas para obtener una RC relativa a una tabla concreta de un experimento. Así, de una forma más rápida, cómoda y sencilla, basta consultar dichas tablas para obtener la significación o no de un estudio, o una idea del P-value correspondiente ($P \leq 1\%$, $1\% < P \leq 5\%$, etc.).

Los defectos de las tablas clásicas incondicionadas ya se comentaron en el apartado 2.6.1, pero pueden resumirse así:

- 1º) Se han presentado tablas de RC para alguno de los métodos exactos, pero nunca para el método exacto óptimo (CSM).
- 2º) Se consideran pocos valores para los n_i (o sólo para el caso en que $n_1 = n_2$) y los valores de α no son siempre los más usuales.
- 3º) Las tablas se limitan a test de una cola.
- 4º) Algunos autores distinguen entre las alternativas $H_1 \equiv p_1 > p_2$ y $H_1 \equiv p_1 < p_2$, lo que ocasiona una duplicación innecesaria del espacio requerido para la presentación de las tablas.

Todos estos problemas se solventan en las tablas de RC que se presentan en el Apéndice III (Tabla 10). En estas tablas se especifican las RC's, construidas por el óptimo de entre los métodos exactos (test CSM de Barnard), para tests de una y dos colas simultáneamente, para valores de α de 10%, 5% y 1% (los más usuales), y para tamaños de muestra n_i , con $i=1,2$, tales que $2 \leq n_1 \leq n_2 \leq 25$, tamaños suficientemente grandes cuando se trabaja con tests exactos. De esta forma se evitan los

problemas comentados en los puntos 1^a) a 3^a). Respecto al punto 4^a), y con el fin de minimizar el espacio requerido para tales tablas, éstas han sido organizadas pensando en una reordenación adecuada de la tabla original. Por ello, antes de utilizarlas, es preciso "obligar" a la tabla experimental a que verifique las siguientes condiciones:

1^a) Se obliga a que sea $n_1 = \text{Min}(n_1; n_2)$, pues si en una tabla experimental como la Tabla 1 es $n_1 > n_2$ basta con intercambiar las dos filas de datos de la tabla.

2^a) De entre las dos columnas de datos de la Tabla 1 se eligen como valores x_i a los que verifiquen que $x_1/n_1 > x_2/n_2$, pues en caso contrario bastará con intercambiar las dos columnas de la tabla. De esta forma, para los tests de una cola, basta con dar la RC tan sólo para la alternativa $H_1 \equiv p_1 > p_2$.

Con las precauciones anteriores, se evitan duplicaciones innecesarias en la construcción de las tablas, y con la primera se logra además que su longitud sea mínima (pues, al ser $n_1 \leq n_2$, el rango de valores de x_1 será más corto que el de x_2).

Con todo ello, para cada terna (n_1, n_2, x_1) , los valores críticos de la tabla aluden al máximo valor de x_2 para obtener significación al nivel elegido.

Las tablas de RC se han obtenido en base al programa P.I del Apéndice III. Si se desea obtener una RC para un α , o una de las parejas de valores n_i , no contemplados aquí, habrá de recurrirse a él. De la misma forma, si se quiere calcular el P-value exacto para una determinada tabla experimental habrá de recurrirse al programa P.II contenido en el mismo Apéndice. Ambos programas fueron comentados en el apartado anterior.

2.7.- Otros presuntos tests incondicionados.

2.7.1.- Introducción.

Los tests que se verán en este apartado, son tests clásicos bajo la filosofía incondicionada, pero no pueden considerarse exactos (aunque parte de ellos se han propuesto como tales), bien porque voluntariamente van a dar tests conservadores para facilitar cómputos, bien porque, por la misma razón, permiten que se desborde el error objetivo α .

2.7.2.- Tests incondicionados basados en cotas.

Ya se comentó en el Capítulo I que, bajo $H_0 \equiv p_1 = p_2$, la probabilidad de una configuración como la dada en la Tabla 1, viene dada por $P(x_1, x_2 | n_i, p)$, si se trabaja con la metodología incondicionada, y por $P(x_1 | a_i, n_i, p)$, cuando se trabaja con la metodología condicionada, siendo:

$$\begin{aligned} P(x_1, x_2 | n_i, p) &= \binom{n_1}{x_1} \binom{n_2}{x_2} p^{a_1} (1-p)^{a_2} \\ P(x_1 | n_i, a_i, p) &= \frac{\binom{n_1}{x_1} \binom{n_2}{x_2}}{\binom{n}{a_1}} \end{aligned} \quad (76)$$

Pearson (1947) hace notar la siguiente relación entre ambas probabilidades:

$$P(x_1, x_2 | n_i, p) = P(a_1 | n_i, p) P(x_1 | a_i, n_i, p) \quad (77)$$

donde:

$$P(a_1 | n_i, p) = \binom{n}{a_1} p^{a_1} (1-p)^{n-a_1} \quad (78)$$

Por otra parte, dado un error objetivo α , en el test exacto de Fisher para cada a_1 se obtiene una $RC(a_1)$ y, denominando $\alpha(a_1)$ al tamaño del test que produce, será

$$\sum_{RC(a_1)} P(x_1 | a_1, n_i, p) = \alpha(a_1) \leq \alpha \quad (79)$$

con lo que, bajo el criterio de ordenación actual, definiendo $RC = U RC(a_1)$, se tiene que

$$\alpha(p) = \sum_{RC} P(x_1, x_2 | n_i, p) = \sum_{a_1} P(a_1 | n_i, p) \alpha(a_1) \leq \alpha \quad (80)$$

con $\alpha(p)$ dependiendo de p . Por lo tanto, el test exacto de Fisher también puede ser considerado como un incondicionado. La ventaja es que se evita el cálculo del máximo α^* , dado por la (3), pues al ser válida la (80) en todo p , para cada a_1 se tendrá que

$$\alpha^* \leq \alpha(a_1) \leq \alpha \quad (81)$$

bastando con obtener la RC para el a_1 observado. Sin embargo, es claro que el test exacto de Fisher en definitiva actúa como condicionado, no heredando las ventajas de los incondicionados. Así, por la expresión (81), también es claro que $\alpha(a_1)$ tan sólo será una cota superior de α^* y, como podrá verse en el siguiente apartado, una cota poco fina, por lo que la expresión (81) lo único que nos indica es el conservadurismo del test exacto de Fisher (lo que se verá con detalle en el Cap. IV).

2.7.3.- Nuevos tests incondicionados basados en cotas.

(Aportación)

a) **Tests de una cola:** Supongamos que partimos de una tabla experimental (x_1', x_2') con $x_1' + x_2' = a_1'$, cuyo P-value a una cola por el test exacto de Fisher es $P_F(a_1') = P_F$. El método CSF obliga a que en todas las diagonales a_1 sea $P_F(a_1) \leq P_F$, y si RC es la región crítica obtenida por el método CSF, ésta dará lugar a un P-value para la tabla observada, dado por la (3), que denotaremos por P_{IF} , y que será

$$P_{IF} = \max_{0 < p < 1} \alpha(p) = \max_{0 < p < 1} \left(\sum_{RC} \binom{n_1}{x_1} \binom{n_2}{x_2} p^{a_1} q^{a_2} \right) \quad (82)$$

donde $\alpha(p)$ también puede expresarse así:

$$\begin{aligned} \alpha(p) &= \sum_{a_1} \left(\sum_{C(a_1)} \frac{\binom{n_1}{x_1} \binom{n_2}{x_2}}{\binom{n}{a_1}} \right) \binom{n}{a_1} p^{a_1} q^{a_2} \\ &= \sum_{a_1} P_F(a_1) \binom{n}{a_1} p^{a_1} q^{a_2} \end{aligned} \quad (83)$$

en donde $a_1 \in A$, con $C(a_1)$ y A como en la expresión (58). Así, puesto que $P_F(a_1) \leq P_F$, se tendrá que

$$P_{IF} \leq P_F \max_{0 < p < 1} \left(\sum_{a_1} \binom{n}{a_1} p^{a_1} q^{a_2} \right) \quad (84)$$

y, por tanto, que

$$P_{IF} \leq P_F \quad (85)$$

siendo siempre (a una cola) más significativo el incondicionado

que el condicionado. Por otra parte, si se tiene en cuenta que el máximo de una suma de funciones es menor o igual que la suma de sus máximos individuales, por la (82) y (83) es claro que

$$P_{IF} \leq \sum_{a_1} P_F(a_1) \left(\frac{n}{a_1} \right) \left(\frac{a_1}{n} \right)^{a_1} \left(\frac{a_2}{n} \right)^{a_2} \quad (86)$$

y, por último, que

$$P_{IF} \leq P_F \sum_{a_1} \left(\frac{n}{a_1} \right) \left(\frac{a_1}{n} \right)^{a_1} \left(\frac{a_2}{n} \right)^{a_2} \quad (87)$$

La cota dada por la (86), aunque es la menos sencilla de calcular, pues es necesario evaluar todas las $P_F(a_1)$, es válida no sólo para el método CSF sino también para el resto de métodos incondicionados. Sin embargo, la cota dada por la (87) no sólo es menos fina que la dada por la (86), sino que puede ser incluso menos fina que P_F , pues el sumatorio de la (87) no tiene porque ser menor que la unidad, como puede comprobarse en el siguiente ejemplo: Para $n_1=8$ y $n_2=6$ (Figura 1), el P-value de una cola para el punto (1,5) por CSF es $P_{IF}=0,00754$, con $RC=\{(0,6),(1,6),(0,5),(2,6),(0,4),(1,5)\}$ y A con un total de cinco diagonales, de la $a_1=4$ a la $a_1=8$, siendo $P_F=0,01632$. El sumatorio de la (87) es igual a 1,08, siendo por tanto la cota dada por dicha expresión menos fina aún que P_F , siendo descartada de aquí en adelante. Por último la cota dada por la expresión (86) es igual a 0,01002, algo más fina que P_F .

b) Tests de dos colas: En este caso, si para cada diagonal a_1 , denominamos $P'_F(a_1)$ al P-value en la otra cola por el test

exacto de Fisher, la (83) quedará así:

$$\alpha(p) = \sum_{a_1} [P_F(a_1) + P'_F(a_1)] \binom{n}{a_1} p^{a_1} q^{a_2} \quad (88)$$

y, puesto que ahora el método CSF también obliga a que en todas las diagonales a_1 sea $P'_F(a_1) \leq P_F$, por la (85) se tendrá que

$$P_{IF} \leq 2P_F \quad (89)$$

luego (a dos colas) tan sólo se podrá afirmar que el incondicionado (CSF) es más significativo que el condicionado para la versión de Armitage de doblar el P-value de una cola. Sin embargo, bajo el mismo razonamiento que para los tests de una cola, si en la (86) se sustituye $P_F(a_1)$ por $P_F(a_1) + P'_F(a_1)$, también se obtiene, como allí, una cota más fina y válida igualmente para todos los métodos incondicionados:

$$P_{IF} \leq \sum_{a_1} [P_F(a_1) + P'_F(a_1)] \binom{n}{a_1} \left(\frac{a_1}{n}\right)^{a_1} \left(\frac{a_2}{n}\right)^{a_2} \quad (90)$$

Siguiendo con el ejemplo anterior, a dos colas $P_{IF}=0,01294$, y puesto que la RC contendrá los mismos puntos que antes más sus simétricos en la otra cola, ahora serán siete el número de diagonales (de la $a_1=4$ a la $a_1=10$). La cota dada por la (89) será $2P_F=0,03264$, siendo más fina la dada por la (90) que es igual a $0,01649$.

Por último, conviene reseñar que, en cualquier caso, la mejor de estas cotas siempre dará lugar a un test de tipo conservador.

2.7.4.- Tests incondicionados que permiten desbordar α .

Ya se comentó con anterioridad que la dificultad del método CSM se debe a que tiene que calcular la sumatoria indicada en la (2) y maximizarla en numerosas ocasiones, en tanto que el resto de métodos CST_i tienen una dificultad de cómputo inferior pues sólo deben maximizar la (2) en una ocasión. Al definir el nuevo método CSM', también se comentó que diversos autores han sugerido estimar el máximo α^* , dado por la (3), por el valor $\hat{\alpha}^* = \alpha(\hat{p})$ obtenido de la expresión (2) al sustituir en ella p por $\hat{p} = a_1/n$ (con a_1 el del último punto introducido en la RC), lo que da lugar a procedimientos con una dificultad de cómputo inferior (pues tan sólo deben evaluar la sumatoria indicada en (2)). Cada método exacto CST_i dará lugar a un método CST_i (entendiendo que el criterio T_i sirve en ambos casos para construir la RC), que denominaremos semiexactos por estar a medio camino entre los exactos que se han visto en este capítulo y los aproximados que se verán en el Cap. III. Así, Wilson (1941), Liddell (1978) y Burstein (1981) -que denomina al siguiente test como "test binomial incondicional"- proponen el método $CS\hat{D}$, y Storer and Choongrak (1990) el $CS\hat{Z}$. La única evaluación disponible es la de estos últimos autores, los cuales -para tests de dos colas y una amplia gama de valores de α y de n_i - comparan los dos métodos anteriores, el test CSZ , el test exacto de Fisher, y varias versiones (condicionadas e incondicionadas) del test aproximado χ^2 , decantándose finalmente por su método ($CS\hat{Z}$). El procedimiento de comparación (que se verá con mayor detalle en el Cap. III, Aptdo. 3.5.2) es

doble: 1) En base al porcentaje de tablas en que un método no es excesivamente liberal, lo que les sirve para evaluarlo individualmente; y 2) En base al porcentaje de tablas en que un método se aproxima apreciablemente más al error nominal α que otro, sin ser demasiado liberal, lo que les sirve para evaluarlos comparativamente. Las críticas y comentarios son varios: a) Se mezclan métodos aproximados con exactos, y condicionados con incondicionados, omitiéndose sin embargo los métodos aproximados incondicionados más competitivos (que se verán en el próximo capítulo); b) Falta la evaluación para el caso de una cola; c) No parece razonable comparar un test exacto como CSZ (con graves problemas de cálculo) con un semiexacto como los de este apartado (con algún problema de cálculo), o con uno aproximado como χ^2 y derivados (con ningún problema de cálculo); d) Su criterio 1) controla la liberalidad, pero no el conservadurismo, lo que ocasiona, según sus propios datos, que el propio test exacto de Fisher sea aceptable por dar un 0% de liberalidades. Esto mismo hace que su criterio 2) sea defectuoso pues ocasiona (de nuevo según sus datos) que ¡un método aproximado pueda ser preferible al exacto! (cuando el α^* del primero está entre el α nominal y el α^* del exacto). Burstein (1981) comete un error similar al comparar favorablemente el método CS \hat{D} con el método CSM, pues no establece control sobre el tamaño real del test. Así, para $n_1=5$ y $n_2=11$ en el punto (3,11) obtiene un valor P de 0,038 por el test CS \hat{D} , en tanto que el valor P para $p=0,60$ es de 0,079 con lo que, para ese valor del parámetro perturbador, el tamaño del test es más del doble del indicado por el test CS \hat{D} .

De un modo general, puede decirse que, a diferencia de los métodos CST_i , que son procedimientos exactos, los métodos CST_i son un ejemplo del método de estimación para la eliminación de parámetros perturbadores, siendo por tanto procedimientos asintóticos (aunque de un calibre diferente al de los métodos que se estudiarán en el Capítulo III) pues no garantizan que $\alpha^* \leq \alpha$. Yates (1984) también se opone a este tipo de tests indicando que, de aceptar los mismos, habría que aceptar también que una normal tipificada en la que σ (desconocido) se sustituye por la desviación típica s de una muestra, sigue una distribución normal (en lugar de una distribución de Student).

2.8.- Clasificación. (Aportación)

El método CSM tiene una gran dificultad de cómputo (digamos que de grado 3) pues debe calcular la sumatoria indicada en la (2) y maximizarla muchas veces, en tanto que el resto de los métodos CST_i tienen una dificultad de cómputo inferior (digamos que de grado 2) pues sólo maximizan la (2) en una ocasión. Sin embargo, dos de ellos, los métodos CSM' y CSI, tienen una dificultad intermedia (2,5) pues, pese a maximizar la (2) tan sólo en una ocasión, la construcción de la RC es laboriosa en ambos casos. Todo ello se refleja en los tiempos de cómputo relativos (TCR), ya expresados con anterioridad en la Tabla 9. Cada método CST_i de grado 2 da lugar a un método CST_i de grado 1, pues aún deben calcular la sumatoria indicada en (2).

Table 11

Clasificación de los métodos incondicionados para la comparación de dos proporciones (muestras independientes).

Según su precisión	Según su grado de dificultad	Métodos
No asintóticos: Exactos	Grado 3 Grado 2,5 Grado 2	CSM CSM' y CSI CST _i (T _i ≠ M, M' e I)
Semi-exactos Asintóticos:	Grado 1	CS \hat{T}_i y P-mid
Aproximados	Grado 0	χ^2 y t

Finalmente señalar que si bien los métodos descritos tienen un grado de dificultad descendente, en la práctica ninguno puede llevarse a cabo "a mano". Este sí es el caso de los clásicos métodos de chi-cuadrado o de la t de D'Agostino et al (1988), que se verán en el Capítulo III, y cuya dificultad es por tanto de grado 0. Los métodos de grado 3 a 2 son procedimientos no asintóticos (a veces denominados exactos); los de grado 1 y 0 son asintóticos (a veces denominados semi-exactos los primeros y aproximados los segundos). El P-mid, desde el punto de vista incondicionado de Hirji and Elashoff (1991), también es un procedimiento de grado 1 (semi-exacto). La Tabla 11 resume la clasificación.

3.- TESTS DE ALEATORIZACION.

3.1.- Introducción.

En el Capítulo I ya se comentó que cuando, como sucede en los Ensayos Comparativos, los n individuos de una muestra se reparten al azar entre dos tratamientos que producen, en cada uno de ellos, un efecto positivo (A) o negativo (\bar{A}), hay justificaciones teóricas (Lehmann, 1959) para emplear un test de aleatorización a fin de decidir si ambos tratamientos son igualmente efectivos (H_0) o no (H_1). El creciente desarrollo de los Ensayos Clínicos ha contribuido a poner de moda el problema.

La función de probabilidad de la distribución hipergeométrica (dada por la expresión (3) del Capítulo I) puede entenderse como la probabilidad de que x_1 individuos tengan un efecto positivo cuando se extraen al azar n_1 individuos de un conjunto total de n (a_1 de los cuales dan efecto positivo). De ahí que, desde el punto de vista condicionado, el test exacto de Fisher solucione también el problema actual. En este apartado se verán las diferentes versiones incondicionadas que se han propuesto para el test de aleatorización.

3.2.- Tests incondicionados.

Ballatori (1982) propone cambiar el condicionamiento de Fisher (de que han sucedido a_1 respuestas positivas) por la

suposición incondicionada de que es posible cualquier valor de la variable aleatoria A_1 (compatible con los n_i). Su interpretación de tal hipótesis es que ello significa que es igualmente probable cualquier secuencia de n resultados positivos y negativos, lo que le lleva a concluir que, bajo H_0 , y omitiendo condicionar en n_i que se da por supuesto, la (2) del Capítulo I será:

$$P(x_1, x_2) = \binom{n_1}{x_1} \binom{n_2}{x_2} + 2^n \quad (91)$$

Martín and Luna (1987) observan que la hipótesis de Ballatori es equivalente a suponer que la proporción de resultados positivos es de $1/2$, por lo que Ballatori está contrastando en realidad la hipótesis $H_0 \equiv p_1=p_2(=p)=1/2$, lo que es una suposición bastante fuerte. De hecho, la (91) no es otra cosa que la expresión (2) del Capítulo I, calculada en $p=1/2$. Dichos autores asumen que, puesto que se desconoce la abundancia real de respuestas positivas, cualquier valor de A_1 es igualmente probable, y así, bajo H_0 :

$$P(x_1, x_2) = \frac{1}{(n+1)} \frac{\binom{n_1}{x_1} \binom{n_2}{x_2}}{\binom{n}{a_1}} \quad (92)$$

Ballatori (1987) indica que ambos procedimientos son un caso particular de otro más general, pues como en la (77):

$$P(x_1, x_2) = P(a_1) P(x_1|a_1) \quad (93)$$

con $P(x_1|a_1)$ dada por la (3) del Capítulo I (la función de probabilidad de la distribución hipergeométrica), un

procedimiento diferirá de otro según el valor asumido para $P(a_1)$. Cuando es

$$P(a_1) = \binom{n}{a_1} + 2^n \quad (94)$$

se obtiene la expresión (91); cuando es $P(a_1)=1/(n+1)$ se obtiene la (92); y cuando es $P(A_1=a_1)=1$, y 0 en el resto de los casos, se obtiene la (3) del Capítulo I, dando lugar al test exacto de Fisher. La forma que adopta $P(a_1)$ depende pues de la información a priori que se posea al respecto.

Sea cual sea el caso, la RC sobre la que sumar las probabilidades $P(x_1, x_2)$ para así obtener el P-value de una tabla particular, puede definirse por cualquiera de los procedimientos señalados en el apartado 2.4. Así, el método CSD (ordenación adoptada tanto por Ballatori como por Martín and Luna) puede explicitarse indicando que el P-value de una cola para una tabla experimental (x_1', x_2') con valor $t=(x_2'/n_2)-(x_1'/n_1)>0$, viene dado por

$$P_A = \sum_{RCD} P(x_1, x_2) \quad (95)$$

con $RCD=\{(x_1, x_2) | T \geq t\}$ y $T=(x_2/n_2)-(x_1/n_1)$. Para tests de dos colas será $P'_A=2P_A$. A efectos de cálculo, Martín and Luna (1987) prueban que la RCD puede definirse más comodamente así:

$$\begin{aligned} \text{Max}\{0; a_1 - n_2\} \leq x_1 \leq [(\frac{a_1}{n_2} - t) \frac{n_1 n_2}{n}]^- \\ [tn_2]^+ \leq a_1 \leq n - [tn_1]^- \end{aligned} \quad (96)$$

con $[x]^-$ (ó $[x]^+$) aludiendo al primer entero menor o igual (o mayor o igual) que x . Denotando por P_{AB} y P_{AM} a los P-values

obtenidos al sustituir en la (95) las expresiones (91) y (92), respectivamente, los mismos autores comprueban asimismo que en general (y especialmente en grandes muestras) es $P_{AM} < P_{AB}$, con lo que la (92) da lugar a un test más sensible que el que proporciona la (91).

4.- TESTS PSEUDOBAYESIANOS.

4.1.- Introducción.

El problema que se plantea con la expresión (2) del Capítulo I es, como ya se ha comentado, que el valor del parámetro p no es conocido. Un modo de zafarse de él consiste en asumir que el valor de p en un experimento particular proviene de una extracción aleatoria de una distribución dada que notaremos por $f(p)$. Esta metodología ha sido introducida por Rice (1988) y Martín and Luna (1987), denominándola Pseudobayesiana por estar a mitad de camino entre la Clásica y la Bayesiana, aunque conviene hacer notar que en esta memoria el término pseudobayesiano no se utiliza en el sentido en que lo hacen Bishop et al (1975) (pues allí la distribución $f(p)$ depende de los resultados obtenidos). Estos autores indican que, puesto que p es desconocido, puede asumirse que cualquier valor de él es equiprobable, por lo que proponen asignar a p la distribución uniforme: el primero por un método condicionado, los segundos por uno incondicionado. Los partidarios del método Bayesiano saben que la forma más apropiada para $f(p)$ es la distribución $Be(r;s)$, con Be aludiendo a la distribución beta.

La razón es que ella tiene una forma ideal que, siendo conjugada de una binomial, permite obtener fácilmente las distribuciones predictivas o las distribuciones finales. Precisamente por este motivo, lo que se hace aquí es generalizar la anterior solución incondicionada de Martín and Luna, asignándole a p una distribución beta. Una generalización similar para el caso condicionado puede verse en Herranz (1992).

4.2.- Tests incondicionados.

4.2.1.- Solución de Martín and Luna.

Martín and Luna (1987), al sostener que $f(p)$ debe ser la uniforme en el intervalo $[0,1]$, obtienen la misma expresión (92) de aleatorización para el valor de $P(x_1, x_2)$, lo que evidencia, como señalan los mismos autores, la clara relación existente entre los tests de aleatorización y los pseudobayesianos. El P-value para la ordenación CSD vendría dado como allí aunque, como ya se dijo entonces, también podría utilizarse cualquiera de las ordenaciones definidas en 2.4.

4.2.2.- Generalización (Aportación)

Dado que, bajo H_0 (y omitiendo condicionar en n_1 y n_2):

$$P(x_1, x_2) = P(a_1) P(x_1 | a_1) = P(a_1) \binom{n_1}{x_1} \binom{n_2}{x_2} + \binom{n}{a_1} \quad (97)$$

todo método incondicionado dependerá de $P(a_1)$, que a su vez

depende de la densidad $f(p)$ a través de:

$$P(a_1) = \int_0^1 f(p) P(a_1|p) dp = \binom{n}{a_1} \int_0^1 f(p) p^{a_1} (1-p)^{a_2} dp \quad (98)$$

Cuando sea $f(p) \equiv \text{Be}(r;s)$, aludiendo Be a la distribución Beta, si se integra en (98) y se sustituye en (97) se tendrá que

$$P(x_1, x_2) = \binom{n_1}{x_1} \binom{n_2}{x_2} \frac{\Gamma(a_1+r)\Gamma(a_2+s)}{\Gamma(n+r+s)} \cdot \frac{\Gamma(r+s)}{\Gamma(r)\Gamma(s)} \quad (99)$$

En ausencia de información, lo usual es suponer que es $r=s=1$ (distribución uniforme: Bayes, 1763) o que $r=s=0,5$ (Jeffreys, 1946), si bien esta última parece más conveniente por ser la que incorpora menos información ajena a los datos (distribución a priori mínimo informativa: Bernardo, 1979).

Así, cuando es $r=s=1$ (uniforme), la (99) se convierte en la (92), que es la propuesta por Martín and Luna (1987) y, cuando es $r=s=0,5$, la (99) se convierte en:

$$P(x_1, x_2) = \frac{1}{n\pi} \binom{n_1}{x_1} \binom{n_2}{x_2} \binom{n-1}{a_1-0.5} \quad (100)$$

si se acepta que la notación combinatoria es válida también para números decimales.

Hay varios antecedentes del método. Barnard (1947, p.131) da una débil sugerencia del método actual, pero añadía que en muy raras ocasiones se dispone de una información nula acerca de p . Liddell (1978) hace algo parecido en una nota a pie de página. Garside and Mack (1968) proponen los valores $r=s=1$ y $r=s=2$ para la ordenación CSZ. Upton (1982), para seleccionar el test óptimo, propone calcular $E\{\alpha(p)\}$ para una $f(p)$ dada.

4.2.3.- *Discusión.*

Como se ve, los tests incondicionados de aleatorización y pseudobayesianos son equivalentes (Martín and Luna; 1987; Ballatori, 1987), radicando la diferencia en que los primeros asignan una distribución supuesta a a_1 y los segundos la asignan a p , relacionándose ambos a través de la (98). Así, $f(p=0,5)=1$ ocasiona que la (97) de lugar a la (91), y si $f(p) \equiv Be(1;1)$ que de lugar a la (92).

La única discusión al efecto es la del artículo de Rice (1988), donde Hill y Barnard critican el método. Es de suponer que la crítica también será extensible a las versiones aquí contempladas. A ambos el procedimiento les parece arbitrario. Al primero porque, si bien las a_1 proporcionan alguna información acerca de la diferencia de proporciones, la misma no puede utilizarse haciendo suposiciones sin fundamento (puesto que la metodología usada es la condicionada, Hill hace referencia expresa al test exacto de Fisher donde no se hace suposición alguna); al segundo porque tales tests pueden dar significaciones no sólo porque sea $p_1 \neq p_2$, sino también porque la distribución de p no sea la correcta. Rice apoya el método indicando que cuando se tiene una información absoluta acerca de p ($p=p_0$), la sustitución de p_0 en lugar de p en la (2) del Capítulo I da lugar al test binomial incondicional (apartado 2.7.4); cuando no se dispone de información alguna, lo lógico es asumir como igualmente posible a cualquier valor de p ; cuando se dispone de alguna información acerca de p (de otras experiencias), ella debe y puede insertarse en el problema en

un modo similar al realizado aquí. El método contiene como límite a los clásicos, y varía según el gradiente de información obtenida acerca de p . Así pues, la gran dificultad de la filosofía actual es que el control del error se realiza a largo plazo, y que el test puede ser significativo no sólo por azar o porque la hipótesis nula sea falsa, sino también porque la distribución a priori asignada al parámetro desconocido p sea errónea. La suposición de que $f(p) \equiv \text{Be}(0,5;0,5)$ tiende a aminorar la incidencia de tal error. Por otra parte, Herranz (1992) comprueba que la solución condicionada de Rice (y su extensión) o es más conservadora que el propio test exacto de Fisher o es de dudosa aplicación por razones teóricas (incluye dos veces en el test la información del a_1 obtenido). Luego, si se acepta la filosofía pseudobayesiana, el método más adecuado es el incondicionado dado por la (99) y, de sus distintas versiones, la más adecuada en el caso de ausencia de información, es la dada por la (100).

5.- DISCUSION.

5.1.- Introducción.

En este capítulo se han estudiado las diversas soluciones incondicionadas no asintóticas para el test de comparación de dos proporciones independientes, agrupándolas en varias familias (ver Tabla 2 del Capítulo I): tests clásicos, tests de aleatorización y test pseudobayesianos. En cada una de ellas se ha procurado elegir la versión óptima en algún sentido (cuando

ha habido lugar para ello). Para esta discusión queda el enfrentamiento entre sí las tres familias incondicionadas. El enfrentamiento entre las metodologías condicionada e incondicionada, debido a su importancia, se verá con detalle en el Capítulo IV.

5.2.- ¿Tests clásicos o no?.

Puesto que ya se ha comentado la equivalencia entre los tests de aleatorización y los pseudobayesianos (apartado 4.2.3), aquí tan sólo resta enfrentar ambas metodologías con la filosofía clásica.

Aún sin olvidar la defensa que Rice hace de la metodología pseudobayesiana, y las críticas que de esta realizan Hill y Barnard, hay que decir que el enfrentamiento de dicha filosofía con la clásica es difícil. Los puntos de partida son distintos y los resultados no son lícitamente comparables. De un modo general, la filosofía pseudobayesiana probablemente será de difícil aceptación por los estadísticos. Al ocupar una posición intermedia entre la Estadística Clásica y la Bayesiana, es muy posible que tanto unos como otros la rechacen. En esencia, ambas metodologías son difícilmente comparables. El método clásico (habitual en los test bajo la teoría de Neyman-Pearson) condiciona en un valor de p (desconocido); el pseudobayesiano condiciona en una distribución supuesta de p (conocida). La significación de uno alude a pruebas repetidas en un mismo valor de p ; la del otro a pruebas repetidas en valores al azar

de una distribución de p . El control sobre el error α se realiza en el primer caso sobre cada experiencia particular; en el segundo sobre el conjunto de las posibles futuras experiencias extraídas de la distribución beta (lo que implica que, en un valor particular de p , el tamaño del test puede superar ampliamente el error α propuesto). El método pseudobayesiano no controla experiencias individuales, estando sometido a una posible y añadida fuente de error: la distribución supuesta para p .

Respecto a los tests de aleatorización, los comentarios anteriores también les serán aplicables (dada su equivalencia con los tests pseudobayesianos). Sin embargo, ya se han citado las circunstancias en que puede ser conveniente su utilización y parte de los autores que apoyan la idea. En particular, Pearson (1947), la apoya para el caso de los Ensayos Clínicos. Yates (1984), en un contexto más amplio, opina que el argumento es una falacia dado que es igual tomar n individuos al azar de la población y dividir la muestra en dos partes n_1 y n_2 , también al azar, que tomar n_1 individuos al azar de la población y posteriormente hacer lo mismo con otros n_2 (en cuyo caso el test debería ser de no aleatorización). Upton, en su respuesta a Yates, señala que la clave está en si los n individuos ensayados se consideran como una muestra o como la población en sí, pues en este último caso sería lógico condicionar en a_1 , y así lo más apropiado es utilizar el test exacto de Fisher. Como puede verse, la discusión se produce aquí de un modo singular. Upton, que es partidario del método incondicionado, apoya al test exacto de Fisher en estas

circunstancias. Yates, que es partidario del método condicionado, denuncia vicios en el argumento, si bien lo hace para justificar que el test exacto de Fisher es siempre el adecuado. Finalmente, y dado que el test de aleatorización incondicionado es un caso particular del método pseudobayesiano, los comentarios actuales son también de aplicación a aquel.

6.- CONCLUSIONES.

En las siguientes conclusiones, el principal interés se centra en decidir qué test incondicionado, de entre las diversas soluciones no asintóticas al test de comparación de dos proporciones independientes, debe elegirse ante unos datos como los de la Tabla 1 del Capítulo I.

1) Ante un Ensayo Comparativo, previamente será necesario dilucidar si los individuos ensayados son la población de interés o sólo una muestra de ella. En el primer caso el método incondicionado no tendrá razón de ser, y será obligado el realizar el Test exacto de Fisher. En el segundo se está en la situación general, pues en nuestra opinión no deben establecerse diferencias entre los Ensayos Comparativos y la comparación de dos proporciones independientes, y así el test a aplicar dependerá del resto de las consideraciones de estas conclusiones.

2) El futuro del método pseudobayesiano probablemente sea escaso. Como su propio nombre indica, la filosofía pseudobayesiana se encuentra a mitad de camino entre la Clásica y la Bayesiana, pareciendo difícil que un investigador (que se ubicará en uno u otro campo) elija el camino intermedio. Si, a pesar de todo, se utiliza esta metodología, el test incondicionado más recomendable es la versión con $f(p) \equiv Be(0,5;0,5)$. Por otra parte, debe tenerse en cuenta que, en este caso, el método condicionado es dudoso en su validez.

3) En caso de utilizar un procedimiento clásico, que será lo más recomendable, el método incondicionado que debe utilizarse es el CSM. Alternativamente, si se desea un menor costo operativo, y se está dispuesto a una pequeña pérdida de potencia, puede utilizarse el CSM', o incluso los CSZ, CSF o CSF', aunque, en estos últimos tests, la pérdida de potencia será mayor, y además habrá que tener en cuenta el valor de K, y si el test es a una o dos colas (ver Tabla 9).

4) El aspecto más criticado en el test exacto incondicionado es su elevado tiempo de cómputo (frente a la relativa sencillez del test exacto de Fisher). Aquí se han implementado optimizaciones en los algoritmos, que, siendo portables a ordenadores personales, permiten reducir el tiempo de cómputo hasta un nivel razonable. También se dan tablas de RC para el método CSM, por ser el óptimo y el que presenta mayores problemas de cómputo.

CAPITULO III

METODOS INCONDICIONADOS

ASINTOTICOS

1.- INTRODUCCION.

Las soluciones del capítulo anterior abordan el problema desde el punto de vista exacto o no asintótico, en el sentido de que el error real del test es menor o igual que el error objetivo, siendo válidas, por tanto, en cualquier circunstancia. En dicho capítulo ya se comentó que, bajo el principio incondicionado, la Tabla 1 queda definida tan sólo cuando se conoce la pareja de valores (x_1, x_2) , por lo que los puntos de una RC serán un conjunto de tales parejas y, definida ella, el tamaño real del test viene dado por:

$$\alpha^* = \max_{0 < p < 1} \alpha(p) \quad (1)$$

con

$$\alpha(p) = \sum_{(x_1, x_2) \in RC} \binom{n_1}{x_1} \binom{n_2}{x_2} p^{x_1} (1-p)^{x_2} \quad (2)$$

presentándose las discrepancias tan sólo a la hora de elegir el método de ordenación para introducir los puntos (x_1, x_2) en la RC. Sea cual sea la ordenación elegida, la evaluación de (1) requiere numerosos cálculos, acrecentándose el problema en el método de ordenación óptimo (el CSM de Barnard). El recurrir a tablas de RC no solventa el problema pues el número de parejas (n_1, n_2) es ilimitado y, por otra parte, en las parejas contempladas no se resuelve el problema del cálculo del P-value de una tabla experimental dada. Es por esto que se hacen precisos métodos asintóticos que, estimando el α^* dado en (1), simplifiquen el problema.

Si en el capítulo anterior había opiniones contrapuestas acerca de cuál es el método no asintótico idóneo (y, dentro de él, acerca de cuál es la versión óptima), igual sucede, pero a mayor escala si cabe, con los métodos asintóticos, pues además de haber varios estadísticos en competencia, también hay gran discusión acerca de cuál es la corrección por continuidad a realizar en los mismos. En este capítulo se realiza una revisión crítica de los métodos asintóticos propuestos en la literatura y, centrándose en el estadístico chi-cuadrado, se aportan nuevas correcciones por continuidad a las ya existentes, se seleccionan las óptimas y se estudia su comportamiento así como sus condiciones de validez, todo ello para el muestreo considerado en esta memoria y desde el punto de vista incondicionado.

Respecto a la notación que se usará en el resto del capítulo, se asumirá que en la Tabla 1 (Cap.I) es $n_1 = \text{Min}(n_1; n_2)$ y $\hat{p}_1 = x_1/n_1 > \hat{p}_2 = x_2/n_2$ (pues si una de las dos condiciones no se verifica basta con permutar las dos filas y/o columnas de la tabla). Por otro lado se convendrá que $K = n_2/n_1$ y que, siendo $E_{ij} = n_1 a_j/n$ -con $i, j = 1, 2$ - los valores esperados en dicha tabla, el mínimo valor esperado E vendrá dado por $E = \text{Min}_{ij}(E_{ij}) = n_1 \text{Min}(a_1; a_2)/n$.

2.- METODOS ASINTOTICOS MAS USUALES.

2.1.- El test chi-cuadrado clásico.

Brownlee (1967) indica que, bajo el principio incondicionado, como $X_i \sim B(n_i, p_i)$, con $i=1,2$ y B aludiendo a una distribución binomial, entonces, bajo $H_0 \equiv p_1 = p_2$, la variable $X_1/n_1 - X_2/n_2$ es asintóticamente normal, de media cero y varianza $p(1-p)(1/n_1 + 1/n_2)$, y así el estadístico

$$\frac{(\hat{p}_1 - \hat{p}_2)}{\sqrt{pq\left(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}\right)}} \quad (3)$$

(con $q=1-p$), se distribuye asintóticamente como una normal típica. Sustituyendo pq por su estimador insesgado de mínima varianza, se tiene

$$Z_P = \frac{(\hat{p}_1 - \hat{p}_2)}{\sqrt{\hat{p}\hat{q}\left(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}\right)\frac{n}{n-1}}} \quad (4)$$

con $\hat{p}=a_1/n$ y $\hat{q}=1-\hat{p}$. El subíndice P se debe a que este test coincide con el obtenido, bajo el argumento condicionado, por Pearson (1900) -el introductor del método- al considerar que la variable aleatoria X_1 sigue una distribución hipergeométrica de media $\mu=a_1n_1/n$ y varianza $\sigma^2=a_1a_2n_1n_2/n^2(n-1)$, por lo que asintóticamente $(X_1-\mu)/\sigma$ se distribuirá aproximadamente como una normal típica, y su cuadrado

$$\chi_P^2 = \frac{(x_1y_2 - x_2y_1)^2}{a_1a_2n_1n_2} (n-1) \quad (5)$$

seguirá aproximadamente una distribución χ^2 teórica con 1 grado de libertad, siendo así que $Z_P^2 = \chi_P^2$. Sin embargo Brownlee, en

base a investigaciones empíricas, aconseja sustituir el factor $n/(n-1)$ por la unidad, lo que conduce al estadístico tradicional

$$Z = \frac{(\hat{p}_1 - \hat{p}_2)}{\sqrt{\hat{p}\hat{q}\left(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}\right)}} \quad (6)$$

test que, a su vez, coincide con el obtenido por Rao (1970), que, utilizando el método de las marcas eficientes, obtiene el conocido estadístico

$$\chi^2 = \frac{\{x_1 y_2 - x_2 y_1\}^2}{a_1 a_2 n_1 n_2} n \quad (7)$$

siendo $Z^2 = \chi^2$. Pearson (1947) es el primer autor que reconsidera la conveniencia de utilizar la χ^2_p en lugar de χ^2 . La tradición ha sido resolver el problema, en el caso asintótico, por uno de los anteriores métodos chi-cuadrado. Sin embargo, existen otras posibilidades que se contemplan en los siguientes apartados.

2.2.- Métodos relacionados con el test chi-cuadrado.

La expresión (3) da lugar a la (6) cuando se hace una estimación común de p . Goodman (1964) propuso sustituir p por dos estimaciones (una de cada muestra), y así:

$$Z_G = \frac{(\hat{p}_1 - \hat{p}_2)}{\sqrt{\frac{\hat{p}_1 \hat{q}_1}{n_1} + \frac{\hat{p}_2 \hat{q}_2}{n_2}}} \quad (8)$$

con $\hat{p}_i = x_i/n_i$ y $\hat{q}_i = 1 - \hat{p}_i$, siendo su cuadrado, χ^2_G , una alternativa al estadístico chi-cuadrado clásico. Sathe (1982) propone el

estadístico χ^2_{GS} resultante de elevar al cuadrado la cantidad:

$$Z_{GS} = \frac{(\hat{p}_1 - \hat{p}_2)}{\sqrt{\frac{\hat{p}_2 \hat{q}_2}{n_1} + \frac{\hat{p}_1 \hat{q}_1}{n_2}}} \quad (9)$$

Un camino alternativo consiste en cuantificar la cualidad mediante la asignación de los valores 1 y 0 a la presencia o ausencia, respectivamente, del carácter A en cada elemento de las muestras, aplicando a continuación los clásicos tests de Student para comparar dos medias. De proceder así, la varianza de cada una de las muestras i ($i=1,2$) será $s^2_i = n_i \hat{p}_i \hat{q}_i / (n_i - 1)$ y la media ponderada de ambas es $s^2 = \{n_1 \hat{p}_1 \hat{q}_1 + n_2 \hat{p}_2 \hat{q}_2\} / (n - 2)$. Esto hace que la (8) y la (9) permanezcan con sólo cambiar n_i por $(n_i - 1)$, en tanto que la (3) presenta una variación más formal pues da lugar al estadístico:

$$\begin{aligned} t &= \frac{\hat{p}_1 - \hat{p}_2}{\sqrt{\frac{\{n_1 \hat{p}_1 \hat{q}_1 + n_2 \hat{p}_2 \hat{q}_2\} \frac{n}{n_1 n_2 (n-2)}}}} \\ &= \frac{(x_1 y_2 - x_2 y_1)}{\sqrt{n_2 x_1 y_1 + n_1 x_2 y_2}} \sqrt{\frac{n-2}{n}} \end{aligned} \quad (10)$$

La primera solución, la que afecta a las expresiones (8) y (9), fue propuesta por Martín y Luna (1989), y su estadístico hay que compararlo con una distribución normal. La segunda solución, la dada por la (10), fue propuesta por D'Agostino et al (1988), y su estadístico hay que compararlo con una distribución de Student con $(n-2)$ grados de libertad. La discusión sobre la conveniencia de utilizar alguno de los tests de este apartado se verá en el apartado 3.5.2.

2.3.- Otros métodos.

El estudio de otras aproximaciones al problema es menos frecuente. En lo que sigue, los nuevos métodos no serán especificados en sus fórmulas (salvo algún caso excepcional), y ello debido a su menor importancia. De entre los más estudiados pueden destacarse los siguientes:

- 1) El estadístico Y^2 de Wilks (1935) -razón de verosimilitudes- y varias modificaciones del mismo;
- 2) El estadístico T^2 de Freeman-Tukey (1950);
- 3) El estadístico L^2 de Gart (1966) o método logit;
- 4) El estadístico t de Dozzi and Riedwyl (1984);
- 5) El estadístico F de Sachs (1986);

Upton (1982), estudia los tres primeros, para tests de dos colas y por el procedimiento de comparación que se detallará en el apartado 3.5.2, concluyendo que L^2 es demasiado conservador, T^2 es demasiado fluctuante (unas veces muy conservador y otras muy liberal) y que Y^2 es demasiado liberal. Dozzi and Riedwyl (1984), evalúan su método t , de formato parecido al χ^2_G dado por la (8), y el Y^2 , concluyendo que ambos son muy liberales como tests de una cola. Sachs (1986), también para una cola, evalúa su test F y el L^2 , concluyendo en la no adecuación de los mismos frente a los clásicos tests chi-cuadrado. Finalmente, Cox and Groeneweld (1986) prueban, mediante un estudio analítico, que el test L^2 puede ser muy liberal (más que el test χ^2) o muy conservador, y ello en función de la diferencia entre el mínimo valor esperado E y la frecuencia observada en su casilla. Basándose en que el estadístico arc

sen $(\hat{p})^{\frac{1}{2}}$ converge en distribución a una distribución normal de media arc sen $(p)^{\frac{1}{2}}$ y varianza $1/4n$ -ver Rao (1970), por ejemplo-, es inmediato que el estadístico

$$Z_{AS} = \frac{\arcsin \sqrt{\hat{p}_1} - \arcsin \sqrt{\hat{p}_2}}{\frac{1}{2} \sqrt{\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}}} \quad (11)$$

también puede servir para realizar el test si se le compara con la normal típica. Sin embargo, se sabe que tal estadístico es menos eficiente que los clásicos, estando limitado su uso a la determinación de tamaños de muestra (pues, por no contener parámetros desconocidos, es especialmente idóneo para este fin). Al mal comportamiento observado de los tests anteriores, frente a los tests chi-cuadrado clásicos, hay que añadir que, para ser métodos asintóticos (aproximados), la mayoría son demasiado complicados, por lo que en adelante no volverán ser considerados.

2.4.- Métodos semiexactos.

Los tests incondicionados exactos tienen un doble problema de cómputo: la decisión de qué puntos se introducen en la RC y la obtención del máximo indicado en la (1) (lo que constituye la mayor dificultad). Los test incondicionados aproximados contemplados hasta aquí eluden ambos problemas. En el Cap.II (Apartado 2.7.4) ya se comentó que los tests $CS\hat{D}$ -Wilson (1941), Liddell (1978) y Burstein (1981)- y $CS\hat{Z}$ -Storer and Choongrak (1990)- eluden sólo el segundo, y de ahí que les

hayamos denominado semiexactos. Estos autores proponen estimar el α^* , dado por la (1), por $\hat{\alpha}^* = \alpha(\hat{p})$, con $\hat{p} = a_1/n$ y conteniendo la RC a todas las tablas con una diferencia de proporciones ($CS\hat{D}$) o un valor de χ^2 ($CS\hat{Z}$) mayor o igual que el de la tabla experimental observada, y siendo, por tanto, procedimientos de tipo asintótico que deben ser contemplados en este capítulo, aunque la discusión sobre su posible conveniencia frente al método chi-cuadrado clásico se deja para el apartado 3.5.2.

2.5.- Métodos para los casos raros (Aportación)

Es claro que, para unos valores fijos de los n_i , el que a_1/n , con $a_1 = \text{Min}(a_1; a_2)$, sea pequeño (casos raros) equivale a que el mínimo valor esperado $E = n_1 \text{Min}(a_1; a_2)/n$ también lo sea. Aunque las condiciones de validez del test χ^2 se verán más adelante, conviene adelantar aquí que si bien en la literatura condicionada existe pleno acuerdo sobre su clara dependencia de E , en el caso incondicionado dicha dependencia está aún en discusión pues, además de ser muy reducido el número de estudios, parte de ellos parecen indicar que la bondad del test no depende del valor E , sino del desequilibrio entre las n_i (del valor $K = n_2/n_1$). Sin embargo, puesto que tales estudios se basan en valores pequeños de n_i , con caracteres raros ambas cosas pueden estar confundidas, lo que de hecho parecen confirmar los resultados de esta memoria que indican una clara dependencia de ambos factores (E y K). Por otra parte, es conocido que cuando a_1/n es pequeño, las distribuciones

binomiales base $-B(n_i; p)$ - se podrán aproximar a distribuciones de Poisson $-P(\lambda_i)$ - de parámetros $\lambda_i = n_i p$, por lo que se tendrá que $H_0 \equiv p_1 = p_2 \equiv H'_0 \equiv \lambda_1 = \lambda_2$, y el problema actual de comparar dos proporciones independientes se convierte así en la comparación de dos λ de Poisson independientes, y el estudio de su solución -que se aparta de los objetivos de esta memoria- puede verse, entre otros autores, en Detre and White (1970), Sichel (1973) y Huffman (1984). Si a su vez, en el caso asintótico, las anteriores distribuciones de Poisson se aproximan a dos distribuciones normales, de medias y varianzas iguales a λ_i , entonces la variable $X_1/n_1 - X_2/n_2$ se distribuirá como una normal de media 0 y varianza $p(1/n_1 + 1/n_2)$. Estimando p por \hat{p} , se obtiene el estadístico

$$Z_R = \frac{(\hat{p}_1 - \hat{p}_2)}{\sqrt{\hat{p} \left(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2} \right)}} \quad (12)$$

y, elevando al cuadrado, el estadístico

$$\chi_R^2 = \frac{\{x_1 y_2 - x_2 y_1\}^2}{a_1 n_1 n_2} \quad (13)$$

Así, puesto que $\chi_R^2 < \chi^2$, para los casos raros el test que se obtiene es más conservador que el clásico. Sin embargo, la validez de la anterior versión χ^2 es dudosa, pues Herranz (1992), que obtiene el mismo estadístico para el caso condicionado, observa que la chi-cuadrado clásica guarda "memoria" de la varianza de procedencia en el sentido de que la distribución normal de llegada "recuerda" cuales eran sus parámetros (media y varianza) de partida, siendo por ello más conveniente la χ^2 clásica.

3.- LA CORRECCION POR CONTINUIDAD.

3.1.- Generalidades.

Una de las posibles fuentes de error al utilizar la aproximación chi-cuadrado se debe a que una variable discreta se está aproximando a una continua. Así, para corregir en la (7) el efecto que dicho error puede producir, suele efectuarse la denominada "corrección por continuidad" (c.p.c. en adelante), que -como se justificará más adelante- aplicada en su forma habitual da lugar a

$$\frac{(|x_1 y_2 - x_2 y_1| - c)^2}{a_1 a_2 n_1 n_2} n \quad (14)$$

de igual forma, a partir de la (5), se obtiene

$$\frac{(|x_1 y_2 - x_2 y_1| - c)^2}{a_1 a_2 n_1 n_2} (n-1) \quad (15)$$

siendo c, en ambos casos, la c.p.c.

A principios de siglo, era tradición entre los estadísticos el calcular la función de distribución de una variable binomial $B(n,p)$, a través de su aproximación normal en grandes muestras, del siguiente modo:

$$P(B \leq r) \approx F\left\{\frac{r + 0.5 - np}{\sqrt{npq}}\right\}$$

con $F(\cdot)$ la función de distribución de la normal típica. Yates (1934) -a quien se debe el término "corrección por continuidad"- argumentó que en el caso condicionado (para la hipergeométrica) la situación era similar, pues el salto en la variable discreta X_1 también es la unidad, siendo así que la

corrección 0,5 también le será apropiada. Ello conduce a que en la (14) sea $c=n/2$, obteniendo así el estadístico χ^2_Y :

$$\chi^2_Y = \frac{\{x_1y_2 - x_2y_1 - \frac{n}{2}\}^2}{a_1a_2n_1n_2} n \quad (16)$$

que en formato Z, a partir de la (6), da lugar a

$$Z_Y = \frac{(\hat{p}_1 - \hat{p}_2) - \frac{1}{2}\left(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}\right)}{\sqrt{\hat{p}\hat{q}\left(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}\right)}} \quad (17)$$

Pearson (1947), sugiere aplicar la misma corrección pero en la (15), obteniendo así el estadístico χ^2_{YP} . El recurso a argumentos de tipo práctico y gráfico (Pearson, 1947), considerando la variable discreta como un redondeo de la continua a la que se aproxima, ha sido el más utilizado tradicionalmente para justificar la conveniencia de efectuar una c.p.c., e incluso para proponer el valor de la misma. Cox (1970) es el primero en demostrar analíticamente que, bajo ciertas condiciones, la mejor c.p.c. para una variable aleatoria discreta que toma valores de h en h unidades es la de $h/2$ (el salto medio), pues es la que anula el promedio de error de la aproximación. Hamdan (1974) sugiere algunas matizaciones al anterior resultado y Schouten (1976) ofrece una demostración más sencilla del mismo.

Aunque esta memoria se centra en la metodología incondicionada, y el estadístico χ^2_Y tan sólo tiene sentido en el caso condicionado, nos ha parecido conveniente el explicitarlo, no sólo por razones históricas, sino además, y sobre todo, por ser muy frecuente en la literatura su

comparación con los estadísticos incondicionados que se verán en los siguientes apartados. Puesto que, bajo el argumento incondicionado, algunos autores son partidarios de no utilizar c.p.c., también se considerarán los estadísticos χ^2 y χ^2_p como si de una c.p.c. se tratase ($c=0$), aunque a partir de aquí se utilizará su notación más habitual, la inglesa "uncorrected", denotándolas χ^2_U y χ^2_{UP} , respectivamente.

3.2.- Correcciones por continuidad clásicas.

3.2.1.- Si la variable aleatoria es el numerador de la χ^2 .

En base al criterio de Cox (1970), anteriormente comentado, Pirie and Hamdan (1972) prueban que, si hay que contrastar $H_0 \equiv \theta = 0$ contra $H_1 \equiv \theta \neq 0$ en base a un estadístico U insesgado y suficiente del parámetro θ (o de un múltiplo de él) y que toma valores saltando de h en h unidades, si P_D es una distribución discreta (función de θ) que se aproxima a una normal P_N , entonces:

$$P_D\{|U| \leq r\} \approx P_N\left\{\frac{|U|}{\hat{\sigma}} \leq \frac{r+h/2}{\hat{\sigma}}\right\} \quad (18)$$

donde $\hat{\sigma}^2$ es un estimador consistente de la varianza de U y $U/\hat{\sigma}$ sigue asintóticamente una distribución normal típica. Así, como en el caso de comparación de dos proporciones independientes es $H_0 \equiv p_1 = p_2$ y $\theta = p_1 - p_2$, al ser $\hat{p}_1 - \hat{p}_2 = (x_1 y_2 - x_2 y_1) / n_1 n_2$ se tendrá que $U = x_1 y_2 - x_2 y_1$, y la c.p.c. dependerá del salto de dicha variable. Para el caso condicionado, al ser $\{x_1 y_2 - x_2 y_1\} - \{(x_1 - 1)(y_2 - 1) - (x_2 + 1)(y_1 + 1)\} = n$, U salta de n en n , y de ahí las χ^2_Y y χ^2_{YP} .

Sin embargo, bajo el principio incondicionado, los citados autores ya indican que el salto de U es constante sólo si es $n_2 = n_1$, aunque se restringen al caso de $n_1 = n_2$. En tal caso $\{x_1 y_2 - x_2 y_1\} - \{(x_1 - 1)y_2 - x_2(y_1 + 1)\} = n_2 = n/2$, U salta de $n/2$ en $n/2$, y la c.p.c. será $c = n/4$, la cual, sustituida en la expresión (14), da lugar al estadístico χ^2_{PH} :

$$\chi^2_{PH} = \frac{\{x_1 y_2 - x_2 y_1 - \frac{n}{4}\}^2}{a_1 a_2 n_1 n_2} n \quad (19)$$

cuya validez Liddell (1978) propone ampliarla al caso de $n_1 \neq n_2$. Schouten et al (1980), insisten en el argumento de Pirie and Hamdan e indican que, en general, U salta de h en h , con

$$0 < MCD(n_1, n_2) \leq h \leq \min(n_1, n_2) \leq n/2 < n \quad (20)$$

(con MCD aludiendo al "máximo común divisor") lo que ofrecen sin demostración pues, según dicen, es evidente. Esto les lleva a proponer la c.p.c. conservadora de $c = \min(n_1, n_2)/2$, que, sustituida en la (14), conduce al estadístico χ^2_S :

$$\chi^2_S = \frac{\{x_1 y_2 - x_2 y_1 - \frac{n_1}{2}\}^2}{a_1 a_2 n_1 n_2} n \quad (21)$$

pues, como ya se indicó en el Aptdo. 1., siempre se considerará que $n_1 \leq n_2$. Upton (1982) alude a la propuesta de Cook (1981) de hacer $c = MCD(n_1, n_2)/2$, que sustituida en la (14) permite obtener el estadístico χ^2_{CK} :

$$\chi^2_{CK} = \frac{\{x_1 y_2 - x_2 y_1 - \frac{MCD(n_1, n_2)}{2}\}^2}{a_1 a_2 n_1 n_2} n \quad (22)$$

Cochran, 1942) y, asumiendo que la variable base es la χ^2 , propone el estadístico:

$$\chi_c^2 = \frac{\chi^2 + \chi'^2}{2} \quad (24)$$

con χ'^2 " el valor chi-cuadrado más próximo y menor que χ^2 ". Haber (1980), en base al mismo argumento, propone considerar como variable base el estadístico χ , no el χ^2 , lo que conduciría a:

$$\chi_{H1}^2 = \left(\frac{\chi + \chi'}{2} \right)^2 \quad (25)$$

aunque en realidad, dada la dificultad para encontrar el valor de χ' en el caso incondicionado (Conover, 1974), posteriormente (1982) propone una nueva c.p.c. alternativa más sencilla. Lo que sugiere Haber (1982) es restar al valor χ experimental la mitad del salto promedio. Puesto que χ toma valores de 0 a \sqrt{n} , si \bar{n} es el número de valores posibles, entonces el salto promedio será $(\sqrt{n})/\bar{n}$. En base a ello, Haber propone el estadístico:

$$\chi_{H2}^2 = \left(\chi - \frac{\sqrt{n}}{2\bar{n}} \right)^2 \quad (26)$$

donde, de forma aproximada, considera que

$$\bar{n} = \begin{cases} \frac{1}{2} (n_1 + 1) n_2 & \text{si } n_1 \neq n_2 \\ \frac{1}{4} (n_1 + 1)^2 & \text{si } n_1 = n_2 \end{cases} \quad (27)$$

con $n_1 = \text{Min}(n_1; n_2)$ como ya se ha dicho. En todos los casos, aún cuando los autores no lo explicitan, pueden adoptarse las expresiones base (5) o (7), lo que hace duplicar los métodos

descritos (añadiéndoles, como identificación, un subíndice P al final), bastando con tener en cuenta que $\chi^2_{XP} = \chi^2_{X(n-1)}/n$.

3.3.- Propuesta de nuevas c.p.c. (Aportación).

3.3.1.- Si la variable aleatoria es el numerador de la χ^2 .

Recordemos que en este caso el estadístico clave era $U = x_1 y_2 - x_2 y_1$. Sean pues, sin pérdida de generalidad, $U_0 > 0$ y $n_1 = \min(n_1; n_2)$ los valores de U y n_1 en la tabla experimental. El objetivo es encontrar la pareja (x_1+r, x_2+s) que produce un valor U_1 lo más cercano posible a U_0 y menor que él, con r y s dos números enteros a determinar. Así, si $h = U_0 - U_1$, la c.p.c. "teórica" a aplicar será $c = (U_0 - U_1)/2 = h/2$.

Como $U_0 - U_1 = s n_1 - r n_2$, el objetivo equivalente será encontrar las soluciones (r, s) de la ecuación diofántica $s n_1 - r n_2 = h$, con h un entero positivo lo más pequeño posible. Para que dicha ecuación tenga solución es preciso que h , su término independiente, sea un múltiplo de $C = \text{MCD}(n_1; n_2)$ y, como el primer entero positivo que verifica tal condición es el propio C , el mínimo salto de U será de C . De ahí el estadístico χ^2_{CK} . Sin embargo, las soluciones (r, s) pueden dar lugar a puntos (x_1+r, x_2+s) que no estén permitidos por salirse del espacio muestral (por no verificar las condiciones $0 \leq x_1+r \leq n_1$ y $0 \leq x_2+s \leq n_2$), en cuyo caso habrán de darse dos, tres o más saltos de valor C hasta obtener uno de los puntos lícitos. En todo caso, la pareja de valores (r, s) de $(0, 1)$ siempre es posible para la alternativa $H_1 \equiv p_1 > p_2$ (región de $U > 0$), y como ella

ocasiona un salto en U de n_1 unidades, está asegurado que U salta cuanto más en la cantidad $S = \text{Min}(n_1; n_2)$. De ahí que el mínimo salto h cumpla que $C \leq h \leq S$, obteniéndose así la (20).

Así, para una tabla experimental dada, la c.p.c. teórica puede ser la mitad de C , $2C, \dots, S$, y el único modo de decidir cuál de ellas es, consiste en resolver la ecuación diofántica:

$$sn_1 - rn_2 = KC \quad (28)$$

y elegir el menor valor de K -con $K=1,2,\dots$ - que produce el salto (r,s) lícito. Localizado tal valor K_0 de K , la c.p.c. será $c = K_0 C/2$ que, sustituida en la (14) y (15), da lugar a los estadísticos χ^2_T y χ^2_{TP} , respectivamente. La desventaja de estos estadísticos es que su c.p.c. no es simple de calcular, pues depende no sólo de los valores de n_i sino también de los valores de x_i , y un test chi-cuadrado -que se presume debería ser simple de llevar a cabo- no conviene que posea tal característica. Por último, la (20) impone el orden contrario en los estadísticos chi-cuadrado (de la misma familia) a que dan lugar, y así:

$$\chi^2_Y < \chi^2_{PH} \leq \chi^2_S \leq \chi^2_T \leq \chi^2_{CK} < \chi^2_U \quad (29)$$

$$\chi^2_{YP} < \chi^2_{PHP} \leq \chi^2_{SP} \leq \chi^2_{TP} \leq \chi^2_{CKP} < \chi^2_{UP} \quad (30)$$

ocurriendo en cada expresión las tres igualdades cuando es $n_1 = n_2$, y sólo las dos últimas cuando es $n_2 = n_1$. También es claro que:

$$\chi^2_{XP} < \chi^2_X \quad (31)$$

con X aludiendo a cualquiera de los subíndices de la (29) y la

(30). Por tanto, en cada familia el orden indicado por la (29) y (30) será el de mayor a menor conservadurismo, siendo en cada c.p.c. más conservadora la versión con subíndice P.

3.3.2.- Si la variable aleatoria es el propio estadístico usado.

Mantel (1974), en un contexto alejado del actual (ver Apto. 3.4), interpreta el resultado, ya comentado, de Kendall and Stuart (1967) en el sentido de tomar el propio P-value de la tabla como la variable base a considerar, lo que en nuestro caso conduce al estadístico χ^2_M , donde:

$$P_M = \frac{P + P'}{2} \quad (32)$$

con P_M , P y P' los P-values de χ^2_M , χ^2 y χ'^2 , respectivamente, y χ'^2 -como en 3.2.2- " el valor chi-cuadrado más próximo y menor que χ^2 ".

Puesto que tanto la función de densidad de la χ^2 como la de la χ , con $\chi \equiv Z > 0$, decrecen en las zonas de posible significación, se tendrá que $\chi^2_M < \chi^2_C$ y $\chi^2_M < \chi^2_{H1}$. Por otra parte:

$$\chi^2_C = \frac{\chi^2 + \chi'^2}{2} = \chi^2_{H1} + \frac{(\chi - \chi')^2}{4} > \chi^2_{H1} \quad (33)$$

y así:

$$\chi^2_M < \chi^2_{H1} < \chi^2_C \quad (34)$$

siendo el orden indicado el de mayor a menor conservadurismo (lo que también valdrá para las versiones con subíndice P).

Respecto al estadístico χ^2_{H2} , definido en 3.2.2., conviene redefinirlo a fin de corregirle algunos errores. El mismo fue dado por Haber sin demostración, y así lo que sigue es sólo una hipótesis sobre su método de trabajo. Antes que nada, observar un ligero primer error en su razonamiento: si \bar{n} es el número de valores posibles de χ , en el denominador de la (26) debería de figurar $\bar{n}-1$ en lugar de \bar{n} ; así lo consideraremos en adelante.

Supongamos primero que es $n_1 \neq n_2$. El número de puntos posibles es $(n_1+1)(n_2+1)$, cada uno de los cuales da lugar a un valor de χ que está entre 0 y \sqrt{n} . Los que dan 0 son aquellos en que es $U=x_1y_2-x_2y_1=x_1n_2-x_2n_1=0$, lo que obliga a que:

$$x_1n_2 = x_2n_1 \quad (35)$$

y si $n_1 = \text{Min}(n_1; n_2)$ y $C = \text{MCD}(n_1; n_2)$, se tendrá que $n_i = k_i C$ -con $i=1,2$ - siendo k_i dos enteros positivos tales que $k_1 < k_2$ y $\text{MCD}(k_1; k_2) = 1$. Así, la condición dada por la (35) se reduce a:

$$x_1k_2 = x_2k_1 \quad (36)$$

y puesto que los x_i cumplen que $0 \leq x_i \leq n_i = k_i C$, la igualdad de la (36) tan sólo se verificará si $x_i = k_i j$ y en concreto tan sólo en los puntos $(x_1, x_2) = (jk_1, jk_2)$, con $j=0, \dots, C$, luego el número de puntos con $U=0$ será $1+C$. Del resto de los puntos, sólo la mitad dan valores de χ distintos (pues la otra mitad son sus simétricos de la otra cola), con lo cual el número de valores distintos de χ son $[(n_1+1)(n_2+1)-(1+C)]/2$ (los distintos de 0) +1 (el igual a 0), y el valor de \bar{n} de la (26) es $\bar{n} = [(n_1+1)(n_2+1)-\{1+\text{MCD}(n_1; n_2)\}]/2$. Este valor coincide con el dado por Haber cuando $C=n_1$ y, por tanto, tan sólo cuando $n_2=\hat{n}_1$.

En todo lo anterior se ha supuesto que los únicos puntos que pueden dar empates en χ son aquellos en que es $\chi=0$ o los que son simétricos (pues dan valores de U iguales, pero de signo opuesto, y dejan inalterados los a_i). Esto no es estrictamente cierto, pero es una buena aproximación al problema. Sin embargo, para el caso de $n_1=n_2$ hay alguna novedad. Ahora el número total de puntos es $(n_1+1)^2$, de los cuales $C+1 = n_1+1$ dan $\chi=0$ (los de la diagonal principal: $x_1=x_2$), con lo que restan $n_1(n_1+1)$ puntos. Hay dos casos:

- a) Si n_1 es impar, los $n_1(n_1+1)$ puntos se dividen en dos grupos: los n_1+1 de la diagonal secundaria (la de $x_1+x_2=n_1$) y los $(n_1+1)(n_1-1)$ del resto de las posiciones (los que no están en ninguna de las dos diagonales). De los segundos, sólo la cuarta parte de los puntos es efectiva (pues cada punto tiene un simétrico en la otra cola, y, cada uno de estos dos, un simétrico en su propia cola -ver 2.4.5.- todos ellos dando igual valor de $|U|$ y de χ), por lo que este grupo proporciona $(n_1-1)(n_1+1)/4$ valores distintos de χ . De los primeros (los n_1+1 puntos de la diagonal secundaria), cada uno es su propio simétrico de cola, por lo que sólo son efectivos la mitad de ellos, es decir $(n_1+1)/2$ puntos. Como resumen de todo, la diagonal principal proporciona un valor de χ (el 0), la diagonal secundaria $(n_1+1)/2$ valores distintos, y el resto otros $(n_1-1)(n_1+1)/4$ valores, lo que da un total de $(n_1+1)^2/4 + 1$ valores distintos de χ y el valor de \bar{n} en la (26) es de $(n_1+1)^2/4$, lo que coincide con la solución (27) de Haber.
- b) Si n_1 es par, la novedad con respecto a lo anterior es que en la diagonal secundaria sólo hay n_1 puntos (pues el que falta

3.4.- Tests de una y dos colas (Aportación).

Puesto que todas las c.p.c. consideradas con anterioridad dan lugar versiones χ^2_x que se distribuyen asintóticamente como una $\chi^2_{1 \text{ g.l.}}$, en adelante convendremos en notar que:

$$P(\chi^2_x) = P\{\chi^2_{1 \text{ g.l.}} \geq \chi^2_x\} \quad (39)$$

y, dado que la χ^2 no distingue las colas, para tests de una cola el P-value aproximado de cada estadístico χ^2_x será

$$P_x = \frac{1}{2} P(\chi^2_x) = \frac{1}{2} P\{\chi^2_{1 \text{ g.l.}} \geq \chi^2_x\} \quad (40)$$

Para el test de dos colas, lo tradicional (tanto en el caso condicionado como en el incondicionado) ha sido considerar que el P-value para χ^2_x es

$$P_x = P(\chi^2_x) = P\{\chi^2_{1 \text{ g.l.}} \geq \chi^2_x\} \quad (41)$$

lo que, aún siendo cierto en el caso incondicionado (no así para el condicionado), no ha sido justificado. De hecho, la (41) será válida tan sólo si la c.p.c. a dos colas coincide con la de una cola. Sin embargo, Conover (1974) considera que la c.p.c. a dos colas debe obtenerse buscando el siguiente valor de la variable base (el valor χ'^2 en su caso) en cualquiera de las colas, y Mantel (1974) que debe buscarse en ambas colas y corregir en cada cola por separado, sumando posteriormente los dos P-values de una cola obtenidos por la (40). En el método condicionado (contexto donde se plantean estas propuestas), las χ'^2 deberán buscarse en la misma diagonal que la χ^2 observada (con el mismo a_1), y la falta de simetría conduce a que a dos colas se obtengan varias versiones chi-cuadrado (varias c.p.c.)

por cada una de una cola (Herranz, 1992), pues las anteriores versiones no tienen por qué coincidir ni entre ellas ni con la de una cola. Sin embargo, con el método incondicionado el anterior problema no existe, pues toda tabla como la Tabla 1 (Cap.I) tiene su simétrica en la otra cola (permutando las dos columnas de ella entre sí) con igual valor de χ^2 (y de $|U|$ también), coincidiendo así, para cada versión de una cola, todas las versiones de dos colas, y los correspondientes P_x tienen una única definición: la dada por las (40) o (41). De ahí que en todo lo anterior se haya planteado el problema como de dos colas: el P-value de una cola es la mitad del de dos colas.

3.5.- Análisis crítico de las conclusiones clásicas (Aportación)._____

3.5.1.- Determinación de la bondad de una c.p.c.

Puesto que esta memoria se centra en las soluciones incondicionadas, la c.p.c. óptima deberá elegirse entre las χ^2_x que, definidas con anterioridad, se basen en dicho principio. Así, tanto a una como a dos colas, habrá de elegirse entre las versiones χ^2_U , χ^2_{PH} , χ^2_S , χ^2_{CK} , χ^2_T , χ^2_C , χ^2_{H1} , χ^2_{H2} , χ^2_M Y χ^2_{HC} , más sus versiones con subíndice P añadido. Aquí las comparaciones de potencia pierden su sentido, pues cada test aproximado da lugar a un error de tipo I distinto, unas veces mayor y otras veces menor que el error α nominal. En base a ello, el modo de evaluar la bondad de una determinada c.p.c. es

inmediato y consiste en tres pasos: Dada una determinada tabla experimental

- 1º) Si χ^2_x es el estadístico chi-cuadrado seleccionado, su P-value aproximado P_x vendrá dado por la (40) o (41), dependiendo de si el test es a una o dos colas, respectivamente.
- 2º) El P-value exacto P_E vendrá dado por la (1), con la RC obtenida bajo el criterio CSM de Barnard (1947) (por ser este el método de ordenación óptimo para el caso no asintótico).
- 3º) Por último, deberá compararse el P-value aproximado (P_x) con el exacto (P_E) para poder evaluar así la bondad de la c.p.c. considerada.

Aunque cualquier otro criterio de comparación, que no contemple los tres puntos anteriores, carece de sentido o es incompleto, conviene hacer algunas matizaciones. Respecto al punto 2º), lo común en la literatura ha sido utilizar la ordenación CSZ, pues se basa en el estadístico chi-cuadrado y este es el utilizado en la aproximación. Si bien esto es aceptable en el caso condicionado, pues allí prácticamente coincide con la ordenación óptima (Herranz, 1992), sin embargo aquí ya se vió en el Cap.II que esta ordenación difiere en gran medida de la óptima. Respecto al punto 3º), la duda consiste en decidir qué máxima diferencia ($P_x - P_E$) debe permitirse. Diversos autores sugieren que sea $P_x \geq P_E$, para que así el test nunca rebase el error objetivo. Pero esto, que es apropiado para un

test exacto, puede ser excesivo para uno aproximado pues, de aceptarlo, podríamos vernos obligados a aceptar tests excesivamente conservadores y rechazar tests que, aún siendo liberales, estén muy próximos al exacto. Cochran (1954), sugiere permitir diferencias de 0,01 y 0,005 para valores exactos de 0,05 y 0,01 respectivamente (imprecisiones relativas del 20% y del 50%). Herranz (1992), generaliza el anterior criterio para el caso condicionado, considerando imprecisiones del 20% para $0,001 \leq P_E \leq 0,01$, del 50% para $0,05 \leq P_E \leq 0,10$ y del orden de 20% al 50% para $0,01 < P_E < 0,05$. Aunque ambos criterios son opinables, y todo ello se matizará más adelante, sí parece haber acuerdo sobre considerar que ha de ser $|P_X - P_E| \leq \delta P_E$, con δ función del valor de P_E .

Se ha procurado indicar aquí la metodología que estimamos apropiada para la evaluación de un método asintótico, antes incluso de analizar la bibliografía al efecto, para que así queden más claros en su momento los posibles defectos o errores en que incurren los diversos autores.

3.5.2.- *La c.p.c. óptima en la literatura.*

En este apartado se recogerán, de forma crítica, aquellas referencias y conclusiones de la literatura que afectan a alguna de las versiones χ^2_X contempladas en esta memoria. Lógicamente, de las diez versiones indicadas en el apartado anterior tan sólo habrá referencias a las clásicas χ^2_U , χ^2_{PH} , χ^2_S , χ^2_{CK} , χ^2_C , χ^2_{H1} y χ^2_{H2} , más alguna de sus versiones con

subíndice P. Sin embargo, también se hará alusión a las versiones χ^2_Y y χ^2_{YP} (pese a ser versiones condicionadas), pues -por motivos de índole histórico e incluso sentimental- es muy frecuente su aparición en los estudios que comparan las versiones incondicionadas. También se discutirán los estudios relativos a los métodos definidos en los apartados 2.2 y 2.4.

El principal objetivo consiste en delimitar aquellas conclusiones que puedan aprovecharse en los sucesivos apartados, dejando para más adelante la valoración detallada de las conclusiones más importantes en base a su comparación con las obtenidas en esta memoria.

Pearson (1947) toma algunos valores de α , construye las RC por los criterios χ^2_{UP} y χ^2_{YP} , para test de dos colas, y obtiene, a través de la (1), el valor α^* que producen, concluyendo que χ^2_{YP} es demasiado conservador y que χ^2_{UP} da valores de α^* unas veces menores que α y otras veces mayores, pero cercanos a α en promedio. La conclusión, aunque provisional, pues se utilizan pocos valores de n_i y α , ya sirvió entonces para comprobar que el test asintótico clásico χ^2_{YP} no va bien si se acepta el principio incondicionado. Plackett (1964) confirma estas conclusiones de un modo teórico, aunque refiriéndose a los tests χ^2_U y χ^2_Y . Grizzle (1967), también para dos colas, obtiene las mismas conclusiones para $\alpha=5\%$ y 10% y $n_1=n_2$, pero por un procedimiento de simulación en el que anota el porcentaje de rechazos de H_0 (una estimación de α^*). Las limitaciones son obvias y la simulación criticable, pues la (1) puede evaluarse.

Conover (1974), hace intervenir por primera vez los P-values (no ya sólo el error α^*) por el criterio de ordenación CSZ (dos colas), y compara su versión χ^2_c con χ^2_u y χ^2_y . Su conclusión es que χ^2_c es aproximadamente igual que χ^2_u , mejor que χ^2_y (que es conservador) y difícil de calcular, por lo que prácticamente la desaconseja en favor de χ^2_u .

Garside (1971, 1972) propone un test en formato chi-cuadrado en el que la c.p.c. es un número λ que depende de n_i y α (para lo cual da la tabla oportuna) y que calcula de modo que el α^* que ocasiona sea lo más próximo posible, por abajo, a α . Es claro que tal test (χ^2_λ) tiene de chi-cuadrado sólo la forma, funcionando en la práctica como un test incondicionado no asintótico. El artículo subsecuente de Garside and Mack (1976) es difícilmente encuadrable. En él, para varias parejas de n_i y para $\alpha=1\%$ y 5% , se calcula el valor de $\alpha(p)$ -expresión (2)- para los tests de Fisher (que es condicionado y no asintótico), χ^2_u , χ^2_y (que son asintóticos), χ^2_λ y CSF de Boschloo (1970) (que son incondicionados y no asintóticos). Métodos tan distintos no pueden evaluarse por una metodología única, pero de sus conclusiones puede aprovecharse esta: el test χ^2_u es demasiado liberal como test incondicionado, sobre todo con n_i distintos (K alta) y α pequeño. Esta es la primera vez que alguien, por razones prácticas, pone en duda la validez del estadístico χ^2_u , como test incondicionado. Sin embargo, Berkson (1978) prefiere χ^2_u , aunque sólo lo compara con χ^2_y .

Schouten et al (1980) son los primeros en hacer una evaluación incondicionada de alguna c.p.c. distinta a la de Yates. Ellos comparan los métodos χ^2_{up} , χ^2_{yp} y el χ^2_{sp} propuesto

por ellos mismos, para tests de dos colas y varios valores de α y de n_1 . Su método de evaluación consiste en definir la RC como la formada por todas las tablas con un valor χ^2_x mayor o igual que el nominal ($1,96^2$ para el caso de $\alpha=5\%$) y calcular el valor de α^* para ella, comprobando a continuación cuánto se diferencia del α nominal. Sus conclusiones son que χ^2_{UP} es liberal, que χ^2_{YP} es conservador (cosas que ya se sabían) y que χ^2_{SP} se comporta bien, incluso con n_1 muy pequeñas, pero no si están excesivamente descompensadas (K altas); dentro del margen $1/3 \leq n_1/n_2 \leq 3$ ($K \leq 3$) el test es conservador y, por tanto, válido en su opinión. Se echa en falta una evaluación similar para test de una cola, así como la discusión del problema en términos de P-values (que es un procedimiento más genérico). Si discutible era el procedimiento de ordenar en base a χ^2 (CSZ) más lo es el hacerlo en base a χ^2_x . La c.p.c. ejerce de función correctora para determinar el P-value de una tabla dada, y no es en sí la base para un procedimiento de ordenación. Haber (1986), aunque en otro contexto, y para valores $n_1 \leq 20$, matiza la conclusión probando que el test χ^2_{UP} es demasiado liberal (sobre todo como test de una cola) pudiendo llegar a dar valores de α^* superiores a 2α , y actuando especialmente mal cuando es $K=n_2/n_1 \geq 4$. Sachs (1986) confirma las anteriores conclusiones. Dozzi and Riedwyl (1984), para tests de una cola, ensayan un procedimiento similar al de Schouten et al (1980), estableciendo conclusiones similares a las de ellos, pero para las versiones χ^2_U , χ^2_Y y χ^2_S .

El trabajo de Upton (1982) es difícilmente encuadrable, por iguales razones al de Garside and Mack (1976). En él se

analizan 23 métodos condicionados e incondicionados, asintóticos (de tipo chi-cuadrado y de otros tipos: ver apartado 2.3.) y no asintóticos, etc, lo que dificulta la obtención de conclusiones. Su procedimiento de análisis consiste en definir las RC por cada procedimiento y calcular $\alpha(p)$ y α^* para un test de dos colas. En lo que nos afecta por ahora, él analiza los estadísticos χ^2_U , χ^2_{UP} , χ^2_Y , χ^2_λ , χ^2_{PH} , χ^2_{CK} y χ^2_S (este último sólo de pasada pues llega a su conocimiento cuando el artículo ya estaba en imprenta). Aparte de concluir sobre el conocido conservadurismo del test χ^2_Y , opina que χ^2_{PH} es conservador, siendo un compromiso arbitrario entre χ^2_U y uno de los tests condicionados que considera (!), y que χ^2_{UP} es un test preciso, poderoso y simple si se acepta que sea $\alpha^* > \alpha$ con frecuencia, ofreciendo como alternativa los tests no asintóticos. Respecto de χ^2_S sólo indica que está a mitad de camino entre χ^2_{PH} y χ^2_λ . Las conclusiones, como se ve, son contrapuestas a gran parte de lo conocido, y ello por ser demasiado permisivo con el hecho de que α^* sea superior a α . Aunque Upton no lo dice, el test χ^2_{CK} es un buen competidor (en base a sus datos) pues sus valores de $\alpha(p)$ se acercan bastante a α , sobrepasándolo pocas veces. Otro aspecto parcial de las conclusiones de dicho autor es la reducción del problema al caso de test de dos colas y error $\alpha=5\%$.

Rhoades and Overall (1982), abordan la comparación de χ^2_U contra χ^2_{UP} , en el caso de test de una cola, defendiendo el último por ser menos liberal que el primero. Aunque sus conclusiones no son definitivas, por estar basadas en unos pocos (y pequeños) tamaños de muestra y en los valores de $\alpha(p)$,

no de α^* , la anterior conclusión es evidente y no necesita estudiarse.

El estudio más amplio es el debido a Haber (1982). Para $n \leq 50$, $n_2 \geq n_1$ y $n_i = 10, 15, 20, 30$ y 40 , obtiene los valores de $\alpha(p)$ para $p = 0,1, 0,3$ y $0,5$, en los test de dos colas χ^2_{H2} , χ^2_S , χ^2_Y y χ^2_{UP} , al error $\alpha = 5\%$. El criterio que utiliza -similar al de su artículo de comparación de métodos condicionados (Haber, 1980)- consiste en evaluar en cada versión el máximo valor que puede tomar

$$D = \frac{\text{Max}(P_E; P_X)}{\text{Min}(P_E; P_X)} - 1 \quad (42)$$

considerando óptima a aquella versión cuyo máximo sea el menor de los considerados. Sus conclusiones son: que los métodos χ^2_{H2} y χ^2_{UP} son bastante similares (pero con χ^2_{H2} algo menos liberal que χ^2_{UP}), en tanto que χ^2_S y χ^2_Y son conservadores. El estudio es de nuevo incompleto por no contemplar el caso de una cola, no calcular α^* (pues sustituye P_E por $\alpha(p)$ en lugar de por α^*), no investigar otros valores de α y no contemplar otros estadísticos que son competidores razonables de los expuestos (χ^2_C , χ^2_{CK} y χ^2_{PH}). Sorprende su equiparación entre χ^2_{H2} y χ^2_{UP} (cuando uno tiene c.p.c. y otro no) y entre χ^2_S y χ^2_Y (cuando las c.p.c. que los sostienen son apreciblemente distintas).

Hasta ahora se han eludido algunos estudios por causa de su poca utilidad. Así, el trabajo de Liddell (1978) a favor del test χ^2_{PH} no tiene mayor valor por estar basado en valores muy pequeños de los n_i y limitarse a comparar sus P-values con los del test exacto de Fisher para demostrar que no es tan conservador como este (y ese no es el objetivo). Algo parecido

sucede con los trabajos de Starmer et al (1974) y Kroll (1989). Los primeros comparan los tests de Fisher, Tocher, χ^2_U y χ^2_Y (¡que son unos asintóticos y otros no; unos condicionados y otros no; unos aleatorizados y otros no!) por el principio incondicionado (que no le es de aplicación al test de Fisher, por ejemplo) y por un proceso de simulación (cuando la expresión (1) es conocida y no es preciso simularla), concluyendo que el mejor test es el de Tocher (cuando, posteriormente, Liddell (1978), Suissa and Shuster (1984) y Haber (1987), probaron claramente que no es el óptimo, a pesar de ser el UMPU).

También son descartables algunas otras c.p.c. Así, la propuesta por Berchthold (1972)

$$c = \frac{1}{6} (n_2 - n_1) (1 - 2\hat{p}) (z_\alpha^2 - 1) \quad (43)$$

con z el α -cuantil de la distribución normal típica, ocasiona dificultades a la hora de determinar el P-value (por depender del error objetivo α), y, dando lugar a un test similar al χ^2_S -Dozzi and Riedwyl (1984)- puede eludírsela (de hecho χ^2_S es menos liberal que el de Berchthold). Igual sucede, aunque con más fuerza ahora, con la c.p.c. propuesta por Burstein (1981):

$$c = \begin{cases} n/4 & \text{si } n_1 = n_2 \\ n/10 & \text{si } n_1 \neq n_2 \end{cases} \quad (44)$$

que la obtuvo empíricamente con el fin de que el test chi-cuadrado que proporciona esté conforme con el test no asintótico que proponen: el test binomial CS \hat{D} . Aunque ahora la descalificación proviene de que tal método no es exacto (ver

aptdo. 2.4.), además Luna (1987) probó que el test χ^2_{CK} concuerda mejor con el test binomial que el de Burstein.

Precisamente, con respecto a los métodos binomiales o semiexactos definidos en el apartado 2.4., la única evaluación disponible es la de Storer and Choongrak (1990). Estos autores -para tests de dos colas y una amplia gama de valores de α y de n_i - comparan los métodos CSZ, test exacto de Fisher, χ^2_U , χ^2_{PH} , χ^2_Y , χ^2_λ y los dos binomiales CS \hat{D} y CS \hat{Z} , decantándose finalmente por su método (el CS \hat{Z}), aunque indicando que el test χ^2_U no se comporta demasiado mal. El procedimiento de comparación es doble: 1) En base al porcentaje de tablas en que un método no es excesivamente liberal ($\alpha^* - \alpha \leq \epsilon$, con ϵ desde 0 a 0,20), lo que les sirve para evaluarlo individualmente; y 2) En base al porcentaje de tablas en que un método, sin ser demasiado liberal, se aproxima apreciablemente más al error nominal α que otro, lo que les sirve para evaluarlos comparativamente. Las críticas y comentarios son varios: a) Una vez más se mezclan métodos condicionados con incondicionados, y aproximados con exactos, omitiéndose sin embargo parte de los métodos aproximados más competitivos (χ^2_S y χ^2_{CK}); b) Falta la evaluación en base al P-value (aunque su gama de valores de α es amplia) y para el caso de una cola; c) No parece razonable comparar un test semiexacto (con algún problema de cálculo) con uno aproximado como es χ^2_U y derivados (sin problemas de cálculo); d) Su criterio 1) controla la liberalidad, pero no el conservadurismo; hubiera sido preferible la condición $|\alpha^* - \alpha| \leq \epsilon$ pues, en otro caso, y según sus datos, el propio test exacto de Fisher es aceptable por dar un 0% de liberalidades. Esto mismo

hace que su criterio 2) sea defectuoso pues ocasiona (de nuevo según sus datos) que ¡un método aproximado pueda ser preferible al exacto! (lo que sucede cuando el α^* del primero está entre el α nominal y el α^* del exacto). A todo ello se añade que, para ser métodos asintóticos (aproximados), son demasiado complicados (en comparación con los métodos chi-cuadrado), por lo que en adelante no volverán ser considerados.

En cuanto a los métodos definidos en el apartado 2.2., conviene indicar en primer lugar que, salvo la solución de Martín y Luna (1989), todos se han propuesto sin c.p.c. (pese a que con anterioridad ya se ha indicado la conveniencia de utilizarla). Eberhardt and Fligner (1977), a propuesta de Robbins (1977), demuestran teóricamente que el test χ^2_G es más potente que el χ^2_U . Sin embargo, y aunque ellos mismos comprueban que ambos son liberales (lo que es obvio pues les falta la c.p.c.), insisten en comparar sus potencias viendo las ganancias producidas en ellas en relación con el desajuste entre sus respectivos α^* y el valor objetivo α , lo que, en nuestra opinión, no es comparable. Upton (1982) confirma el carácter excesivamente liberal de este procedimiento, sobre todo con n_i muy diferentes (K altas) o pequeños. Sathe (1982), demuestra teóricamente que su estadístico χ^2_{GS} es siempre más potente que el test χ^2_U , siendo más potente que el test χ^2_G si es $n_1 \neq n_2$ y: $p_1 > p_2$ (con $p_1 + p_2 > 1$) o $p_1 < p_2$ (con $p_1 + p_2 < 1$). Los comentarios acerca de la ausencia de c.p.c. y del peligro de contemplar sólo la potencia, sin tener en cuenta si el error real α^* es superior al nominal α , son los mismos que antes. Ahluwalia and Rohatgi (1986) comprueban que las conclusiones de

Shate se mantienen incluso con valores pequeños de n_i , comprobando que α^* decrece, aproximándose a α , cuando n_i aumenta, y que si bien siempre es $\alpha^*_G \geq \alpha^*_{GS}$, su diferencia disminuye cuando n_i aumenta. Conviene insistir en la inadecuación actual de estas dos aproximaciones. Si el test χ^2_U es demasiado liberal, más lo serán los test χ^2_G y χ^2_{GS} (pues se obtienen valores mayores que χ^2_U). La cercanía al α nominal ocurre en los tests citados cuando los n_i son grandes, pero entonces sus ventajas respecto al tests χ^2_U son inapreciables pues sus respectivos P-values prácticamente coinciden. Respecto a la solución propuesta por Martín y Luna (1989.a), no se ha realizado ningún estudio que avale el procedimiento. Finalmente, D'Agostino et al (1988) comparan su estadístico t con χ^2_U para tests de dos colas, $n_i=5(1)15$ y errores nominales α del 1%, 2%, 5% y 10%. La comparación la efectúan en base a los errores α^* -obtenidos para $\alpha(p)$ con $p=0,05(0,05)0,50-$, errores para los que anotan su valor medio, su valor máximo y el porcentaje de veces en que α^* supera a α en un valor dado. Su conclusión es que t y χ^2_U van bien, con ventaja para el primero para errores α altos y para el segundo en los bajos. Su procedimiento t será eludido en adelante pues: 1) Sus tamaños n_i son pequeños, no estudiando por separado el caso de n_i muy desequilibrados (pues ya se visto que afectarán al procedimiento); 2) Falta por comprobar la bondad del procedimiento t como test de una cola, pues su afirmación de que $\alpha^*(\text{dos colas})=2\alpha^*(\text{una cola})$ es errónea (Cap.II, aptdo.2.4.5); 3) No obtiene los valores de α^* en base a la expresión (1), sino que toma una rejilla de valores de p (de 5%

en 5%) excesivamente ancha; 4) No propone c.p.c. alguna, y conocida la conveniencia de esta en el test χ^2 , y su práctica equivalencia con el test t, él heredará la liberalidad del test χ^2 (así, en ocasiones obtiene valores $\alpha^*=8\%$ para un $\alpha=5\%$, lo que implica un 60% de error relativo); 5) No hay ningún argumento teórico que avale el que la distribución teórica sea la de Student.

3.6.- La c.p.c. óptima por los criterios actuales (Aportación).

3.6.1.- *Sobre la flexibilidad de la aproximación.*

Puesto que el objetivo es encontrar la versión asintótica χ^2_X que mejor se aproxime al método exacto de Barnard, la metodología -anteriormente expuesta- consistirá en comparar cada P-value P_E , obtenido por el método exacto de Barnard, con los correspondientes P-values aproximados P_X de cada versión χ^2_X . Lo ideal sería que para la c.p.c. óptima siempre fuese $P_X \approx P_E$, por lo que, de modo general, se considerará como versión óptima aquella que en mayor medida verifique:

$$|P_X - P_E| \leq \delta P_E \quad (45)$$

con δ función del valor P_E . En el apartado 3.5.1. ya se comentó que, aún existiendo acuerdo sobre la (45), la asignación de valores a δ es opinable. Sin embargo, dado que en principio no existían motivos razonables para rechazar los valores propuestos por Cochran (1954), ni los derivados de la generalización planteada por Herranz (1992), se realizó un estudio previo con estos últimos δ 's. Los resultados del

estudio se recogen en el Apéndice I, y es precisamente en base a ellos que conviene hacer algunas modificaciones en los anteriores valores de δ , cambiando su simetría y su magnitud:

a) Por una parte, mientras que en el caso condicionado las diferentes versiones difieren poco entre sí (Herranz, 1992), en el caso incondicionado las diferencias son notables (al igual que ocurría con sus respectivos métodos exactos), siendo la mayor parte de los métodos o claramente conservadores o claramente liberales. Puesto que es preferible que un método falle por conservador a que lo haga por liberal, parece conveniente el considerar δ 's no simétricas, en el sentido de que no se penalice por igual ambas situaciones. Ello equivale a cambiar la condición impuesta por la (45) por:

$$\begin{aligned} \text{Si } P_X > P_E: \quad P_X - P_E &\leq \delta^+ P_E \\ \text{Si } P_X < P_E: \quad P_E - P_X &\leq \delta^- P_E \end{aligned} \tag{46}$$

con $\delta^+ > \delta^-$ y dependiendo ambas del valor de P_E . Hay apoyo bibliográfico para esta idea. Por un lado, Schouten et al (1980), consideran esto mismo (la penalización del liberalismo) aunque de forma implícita y llevándolo al extremo, pues para ellos la versión óptima es la menos conservadora entre las conservadoras. Por otro, Haber (1982) lo hace de forma explícita, pues su criterio equivale a considerar que D sea lo menor posible, digamos $D \leq \delta'$ -con D dado por la (42)- lo que es equivalente a exigir que:

$$\begin{aligned} \text{Si } P_X > P_E: \quad P_X - P_E &\leq \delta' P_E \\ \text{Si } P_X < P_E: \quad P_E - P_X &\leq \delta' P_X \end{aligned} \tag{47}$$

y si la segunda desigualdad se expresa en el formato de la (46) (pues la primera ya lo está), queda así $P_E - P_X \leq \delta'' P_E$ (con $\delta'' = \delta' / (1 + \delta')$) y, al igual que en la (46) es $\delta^- < \delta^+$, aquí también será $\delta'' < \delta'$. Si además se deseara que ambos criterios fuesen equivalentes, habría que exigir que:

$$\delta^+ = \delta' \text{ y } \delta^- = \frac{\delta^+}{1 + \delta^+} \quad (48)$$

Esto apoya la conveniencia de alterar la simetría de las δ 's.

b) Por otra parte, del análisis de los resultados de este estudio se deduce un mal comportamiento general de la mayoría de las versiones estudiadas (χ^2_X poco exactas), no siendo fácil en esta situación discernir cuál de ellas es la óptima. La explicación puede ser que, mientras que en el estudio de Herranz se trabaja con el test exacto de Fisher (caso condicionado), aquí se utiliza el método de Barnard, lo que impide utilizar valores de n excesivamente grandes (pues los TC son mucho más elevados). Así, mientras en dicho trabajo se contemplan $n \leq 300$, aquí nos vemos obligados a considerar tamaños máximos del orden de $n \approx 50$. Parece pues necesario el flexibilizar las condiciones impuestas a la aproximación, siendo más permisivos al elegir cada uno de los δ 's (permitiendo así la obtención de conclusiones más claras).

Esto apoya la conveniencia de aumentar la magnitud de las δ 's.

En base a los puntos a) y b), en adelante se considerará que la aproximación de P_E por P_X será admisible (no falla) si se verifica la (46), siendo las δ 's elegidas:

$$\delta^- = \begin{cases} 0.5 & \text{si } 1^0/00 \leq P_E \leq 1^0/0 \\ 0.55 - 5P_E & \text{si } 1^0/0 < P_E \leq 5^0/0 \\ 0.2 + 2P_E & \text{si } 5^0/0 \leq P_E \leq 10^0/0 \end{cases} \quad (49)$$

y

$$\delta^+ = \begin{cases} 1 & \text{si } 1^0/00 \leq P_E \leq 1^0/0 \\ 1.15 - 15P_E & \text{si } 1^0/0 < P_E \leq 5^0/0 \\ 0.1 + 6P_E & \text{si } 5^0/0 < P_E \leq 10^0/0 \end{cases} \quad (50)$$

cuya gama de valores resumen viene dada en la siguiente tabla:

P_E	δ^-	δ^+
1‰-1%	0,5	1
1%-5%	0,5-0,3	1-0,4
5%-10%	0,3-0,4	0,4-0,7

en donde, como se acordó, es $\delta^+ > \delta^-$. Estos valores están bastante de acuerdo con el criterio de Haber dado por la (48). Para ver cómo se interpreta la tabla, sea el caso de $P_E = 0,05$; para él se admitirá un margen de error del 30%, si el fallo es liberal (frente al 20% de Cochran (1954) y Herranz (1992)), y un margen más amplio, del 40%, si el fallo es conservador. Los valores de P_E por debajo de 0.001, y por encima de 0.10 no se estudian por ser significaciones demasiado altas o bajas, respectivamente.

Al igual que nosotros hemos considerado conveniente el modificar los valores de δ utilizados con anterioridad, algún investigador puede creer oportuno el hacer algo semejante con los δ 's aquí propuestos. Es por esto que al final del Apéndice II, se presentan los algoritmos utilizados en este capítulo, escritos en lenguaje C, y en sus respectivos "main" se señalan entre comentarios las subrutinas donde se han implementado las δ 's dadas en las expresiones (49) y (50).

3.6.2.- Descripción de los cálculos a realizar y de los datos a obtener.

En el proceso que se va a seguir se partirá de una gama suficientemente amplia de valores de n_i ($i=1,2$), calculando en cada pareja (n_1, n_2) los P_E de todas las tablas (x_1, x_2) de interés (aquellas con: $0,001 \leq P_E \leq 0,10$) y los P_X de cada una de las versiones aproximadas χ^2_X , considerando como óptima aquella versión que verifique con mayor frecuencia la expresión (46). El anterior proceso se repetirá a una y dos colas, por si las conclusiones en cada caso difieren. De igual forma, tanto los resultados clásicos (Aptdo. 3.5.2.), como los de nuestro estudio previo (Aptdo. 3.6.1.), indican que el comportamiento de las diferentes versiones también debe estudiarse en función de:

- a) P_E : Pues una de las posibles fuentes de error al utilizar la aproximación χ^2 es que se está utilizando una

distribución simétrica (la normal) para aproximar a otra que no lo es (la de la variable $X_1n_2 - X_2n_1$, donde $X_i \sim B(n_i, p)$, con $i=1,2$ y B aludiendo a una distribución binomial), siendo previsible, por tanto, que en los valores bajos de P_E se obtengan mayores discrepancias.

b) $n=n_1+n_2$: Pues en la literatura clásica se entiende que son métodos asintóticos aquellos que valen aproximadamente cuando n aumenta, y así n puede influir en las conclusiones (si un método actúa bien antes que otro).

c) $K=n_2/n_1$, con $n_1 \leq n_2$: Pues, tanto los resultados de la comparación de métodos exactos (Cap.II), como las referencias de la literatura (Schouten et al, 1980; Garside and Mack, 1976; Haber, 1986; Upton, 1982) indican que K incide fuertemente en la actuación de estos tests.

d) E (mínima cantidad esperada): Pues teóricamente, la aproximación a la normal -ya comentada en a)- deberá ser válida cuando los valores esperados $n_i\hat{p}$ y $n_i(1-\hat{p})$ sean altos (para valores altos de E) para que así la simetría tenga lugar de manifestarse. Pese a ello, y a ser una condición de validez histórica para la χ^2 , son muy pocos los autores que la han estudiado (ver Apto. 4.1.).

El objetivo consiste en ver qué ocurre cuando P_E , n , K y E crecen (o decrecen), y, puesto que para valores aislados de

P_E , n , K , y E , las frecuencias en estudio -el número de tablas (x_1, x_2) - serían bajas, habrá que considerar intervalos de ellos (como ya se hizo en la comparación de métodos exactos). Respecto a P_E , tan sólo se considerarán dos intervalos: 1) $1\% \leq P_E \leq 1\%$, para las significaciones más bajas, de gran interés para los usuarios de Bonferroni, por ejemplo; 2) $1\% < P_E \leq 10\%$, para las significaciones más usuales. Aunque los intervalos para n , K , y E , dependerán de los objetivos de cada apartado -y se justificarán en cada caso- el proceso común a realizar será el siguiente:

N^+

1º) Para cada pareja (n_1, n_2) posible (tal que sus valores de $n = n_1 + n_2$ y $K = n_2/n_1$ pertenezcan a alguno de los respectivos intervalos en estudio), se calculará el P-value P_E de todas las tablas (x_1, x_2) , seleccionando aquellas en que $1\% \leq P_E \leq 10\%$, por entender que significaciones más altas o más bajas carecen de interés. Asimismo, y para cada tabla seleccionada, también se determinará la mínima cantidad esperada $E = \text{Min}(a_1; a_2)n_1/n$ (con $a_1 = x_1 + x_2$ y $a_2 = n - a_1$).

a

,

n

2º) Para cada una de las posibles combinaciones de intervalos de P_E , n , K y E considerados, y para tests de una y dos colas, se anotará el número N de tablas seleccionadas que contiene.

s

a

s

\rangle

3º) Para las N tablas de cada una de las combinaciones anteriores se procederá a calcular el P-value P_X de cada versión χ^2_X , anotando el número N^0 de fallos (aquellas que no

1

3.6.3.- Determinación de los "parámetros" más relevantes.

En el apartado anterior se han señalado los cuatro "parámetros" de los que puede depender la actuación relativa de las distintas versiones en estudio. Sin embargo, para que una tabla como la Tabla 1 quede perfectamente definida tan sólo se necesita conocer la cuaterna de valores (n_1, n_2, x_1, x_2) , siendo así que cuatro "parámetros" parecen demasiados para otras tantas variables en estudio. Así, por ejemplo, fijados n y K -y aún no conociendo el valor de P_E - el valor de E estará condicionado por el de ellos, aunque no venga dado de forma única, pues $E = \text{Min}(a_1; a_2)n_1/n \leq 0,5n/(1+K)$. Todo ello indica que es muy posible que la información aportada por alguno de estos "parámetros" sea irrelevante, siendo este punto el que se trata de aclarar en este apartado.

Puesto que, en esta primera fase, el interés reside en comprobar qué parámetro es el menos informativo, y no en qué versión se comporta mejor, nos hemos limitado a estudiar parte de las versiones. Así, de entre las versiones con una c.p.c. sencilla de calcular y con un mejor comportamiento en el estudio previo, se eligieron dos clásicas (CK y S) y dos nuevas (H2 y HC) (aquí, como en adelante, se alude a las versiones por su subíndice X o XP). En base a ello, y a la metodología planteada en el apartado anterior, se consideró:

1º) El estudio de tests de una y dos colas por separado, y, en cada caso, para los dos intervalos de P_E ya señalados:

$$1\% \leq P_E \leq 1\% \quad \text{y} \quad 1\% < P_E \leq 10\%$$

2º) Los mismos intervalos de n que en la comparación de métodos exactos del Cap.II:

$$n = 16(1)24, \quad 27(1)33, \quad 37(1)43, \quad 48(1)52$$

aunque aquí el primer intervalo ($n:6(1)14$) se eliminó por no dar lugar a frecuencias reseñables.

3º) Y, por último, los siguientes intervalos para K y E :

$$K: 1 \leq K \leq 1.4, \quad 1.4 < K \leq 2, \quad 2 < K \leq 3, \quad 3 < K \leq 5$$

$$E: E \leq 2.5, \quad 2.5 < E \leq 4, \quad 4 < E \leq 6, \quad 6 < E \leq 9, \quad E > 9$$

Se han considerado pocos intervalos para cada parámetro con la intención de conseguir que el número de tablas en cada una de las posibles combinaciones sea relevante. El número total de tablas estudiadas fue de 20.245 a una cola y 17.397 a dos colas, repartidas en 110 combinaciones de intervalos, tanto a una como a dos colas.

Las Tablas 12 y 13 recogen los resultados del estudio para tests de una y dos colas respectivamente. En ellas N es el número de tablas de cada combinación de intervalos, y los valores del interior las H^0 de cada versión. En cada caso se busca aquel parámetro que enfrentado a las H^0 de lugar a una correlación parcial nula o pequeña (para intervalos fijos del resto de parámetros). Por este motivo, en las Figuras 5 y 6 (una y dos colas) se han incluido varias gráficas representativas de lo que ocurre con cada parámetro en cada una de las situaciones estudiadas.

Las conclusiones son las siguientes:

a) Para tests de una y dos colas y, en cada caso, para valores bajos y altos de P_E , los resultados difieren en gran medida. Por tanto, parece conveniente mantener ambas subdivisiones en los estudios posteriores.

b) La influencia de E es la más importante y clara pues, para intervalos fijos de n y K , cuando E crece siempre tienden a disminuir las H^0 (los porcentajes de fallos).

c) La influencia de K , aunque no tan clara como la de E , también es importante, sobre todo a una cola donde, para intervalos fijos de n y E , las H^0 tienden a aumentar con el aumento de K .

d) La influencia de n no es nada clara y carece de importancia, pues tan sólo se deja notar en alguna de las situaciones consideradas y tan sólo para alguna de las versiones estudiadas.

Por tanto, en adelante el comportamiento se estudiará tan sólo en función de P_E , K y E , y el punto 2º) variará pues se considerarán (sin estratificar) todos los n tales que $5 \leq n \leq 50$.

Tabla 12

Una Cola

.001-.01

1≤K≤1.4						1.4<K≤2					2<K≤3					3<K≤5				
n:16-24	N	H2	HC	CK	S	N	H2	HC	CK	S	N	H2	HC	CK	S	N	H2	HC	CK	S
E≤2.5	39	0	0	5	8	54	13	15	6	0	78	49	53	42	14	82	52	55	54	43
2.5<E≤4	81	0	0	12	32	74	0	1	4	23	28	0	0	0	4					
4<E≤6	43	0	0	2	2	7	0	0	0	0										
n:27-33	N	H2	HC	CK	S	N	H2	HC	CK	S	N	H2	HC	CK	S	N	H2	HC	CK	S
E≤2.5	30	0	0	20	40	51	18	20	10	0	88	67	66	59	18	135	67	67	67	52
2.5<E≤4	93	0	0	9	47	132	5	5	9	36	141	0	0	1	24	76	0	0	0	3
4<E≤6	160	0	0	0	0	146	0	0	0	0	39	0	0	0	0					
6<E≤9	75	0	0	0	0	5	0	0	0	0										
n:37-43	N	H2	HC	CK	S	N	H2	HC	CK	S	N	H2	HC	CK	S	N	H2	HC	CK	S
E≤2.5	34	0	0	12	62	61	10	10	10	0	118	78	76	72	19	196	88	87	87	63
2.5<E≤4	127	0	0	9	64	176	15	16	19	45	221	18	19	19	39	257	3	4	4	18
4<E≤6	217	0	0	0	3	258	0	0	0	1	252	0	0	0	0	51	0	0	0	0
6<E≤9	349	0	0	0	0	207	0	0	0	0	20	0	0	0	0					
E>9	46	0	0	2	2															
n:48-52	N	H2	HC	CK	S	N	H2	HC	CK	S	N	H2	HC	CK	S	N	H2	HC	CK	S
E≤2.5	31	0	0	19	29	57	9	9	4	0	107	83	79	72	26	176	94	94	94	76
2.5<E≤4	118	3	3	15	69	151	26	26	27	48	214	38	40	38	44	271	21	22	19	32
4<E≤6	206	0	0	0	2	243	0	0	0	2	303	1	1	1	1	200	1	1	1	1
6<E≤9	364	0	0	0	1	383	0	0	0	0	194	0	0	0	0					
E>9	315	0	0	0	0	61	0	0	0	0										

Una Cola

.01-.10

1≤K≤1.4						1.4<K≤2					2<K≤3					3<K≤5				
n:16-24	N	H2	HC	CK	S	N	H2	HC	CK	S	N	H2	HC	CK	S	N	H2	HC	CK	S
E≤2.5	112	6	4	6	0	136	31	30	21	0	170	21	21	18	8	189	34	32	33	22
2.5<E≤4	125	6	5	6	2	110	1	1	1	0	44	0	0	2	0					
4<E≤6	65	3	2	6	5	9	0	0	0	0										
n:27-33	N	H2	HC	CK	S	N	H2	HC	CK	S	N	H2	HC	CK	S	N	H2	HC	CK	S
E≤2.5	122	4	2	4	7	176	27	26	22	3	217	27	24	23	7	314	32	29	32	16
2.5<E≤4	143	4	3	4	3	184	4	4	3	0	200	1	0	2	0	98	0	0	0	0
4<E≤6	222	1	0	3	3	201	0	0	0	0	50	0	0	0	0					
6<E≤9	104	0	0	0	1	8	0	0	0	0										
n:37-43	N	H2	HC	CK	S	N	H2	HC	CK	S	N	H2	HC	CK	S	N	H2	HC	CK	S
E≤2.5	161	4	2	6	8	225	24	24	20	1	286	27	24	27	8	436	37	35	37	17
2.5<E≤4	196	2	1	2	0	233	6	6	6	0	315	1	0	1	0	372	0	0	0	0
4<E≤6	305	1	0	1	1	387	0	0	0	0	375	0	0	0	0	75	0	0	0	0
6<E≤9	492	0	0	1	1	289	0	0	0	0	32	0	0	0	0					
E>9	67	0	0	3	3															
n:48-52	N	H2	HC	CK	S	N	H2	HC	CK	S	N	H2	HC	CK	S	N	H2	HC	CK	S
E≤2.5	150	5	3	6	10	192	27	27	22	4	271	29	28	25	7	390	41	37	39	20
2.5<E≤4	183	1	0	1	1	218	8	7	6	1	293	1	0	1	2	393	1	0	1	0
4<E≤6	285	0	0	0	0	343	0	0	0	0	448	0	0	0	0	303	0	0	0	0
6<E≤9	516	0	0	0	1	559	0	0	0	0	285	0	0	0	0					
E>9	443	0	0	0	1	87	0	0	0	0										

Tabla 13

Dos Colas .001-.01

	<u>1≤K≤1.4</u>					<u>1.4<K≤2</u>					<u>2<K≤3</u>					<u>3<K≤5</u>				
	N	H2	HC	CK	S	N	H2	HC	CK	S	N	H2	HC	CK	S	N	H2	HC	CK	S
n:16-24																				
E≤2.5	22	0	0	9	91	38	0	0	8	53	64	5	8	5	2	75	28	28	28	25
2.5<E≤4	75	0	0	19	63	71	0	0	4	24	27	0	0	0	11					
4<E≤6	44	0	0	2	5	6	0	0	0	0										
n:27-33																				
E≤2.5	20	0	0	0	100	47	0	0	9	60	84	6	6	4	1	128	29	29	29	19
2.5<E≤4	81	5	5	20	81	110	5	5	10	44	119	1	1	1	24	54	0	0	2	9
4<E≤6	144	0	0	1	8	127	0	0	0	5	30	0	0	0	0					
6<E≤9	67	0	0	0	4	5	0	0	0	0										
n:37-43																				
E≤2.5	22	9	14	14	100	61	2	2	3	67	119	5	5	5	2	196	32	32	32	17
2.5<E≤4	113	11	12	22	80	136	5	6	9	49	172	7	7	6	27	195	2	2	1	12
4<E≤6	196	1	1	1	11	236	2	2	2	14	232	3	4	4	9	43	5	5	5	12
6<E≤9	316	0	0	0	3	191	0	0	0	1	19	0	0	0	0					
E>9	45	0	0	4	4															
n:48-52																				
E≤2.5	19	5	5	11	100	56	2	4	4	70	110	6	6	3	0	179	38	38	38	18
2.5<E≤4	112	20	20	36	82	119	6	7	10	49	160	4	5	8	33	202	2	3	2	19
4<E≤6	173	1	1	1	18	222	8	8	8	22	284	9	10	8	17	185	9	10	8	14
6<E≤9	327	0	0	0	4	356	0	0	0	1	173	0	0	0	1					
E>9	297	0	0	0	0	57	0	0	0	0										

Dos Colas .01-.10

	<u>1≤K≤1.4</u>					<u>1.4<K≤2</u>					<u>2<K≤3</u>					<u>3<K≤5</u>				
	N	H2	HC	CK	S	N	H2	HC	CK	S	N	H2	HC	CK	S	N	H2	HC	CK	S
n:16-24																				
E≤2.5	94	1	1	5	49	116	0	0	7	34	137	4	6	7	16	147	13	14	14	14
2.5<E≤4	102	7	7	7	10	89	4	4	6	6	37	3	3	5	0					
4<E≤6	59	7	7	5	3	8	13	13	0	0										
n:27-33																				
E≤2.5	92	0	0	13	75	135	0	0	4	42	163	7	8	8	18	243	12	13	12	12
2.5<E≤4	126	1	1	2	9	160	0	0	0	4	172	1	1	1	1	87	0	0	0	0
4<E≤6	191	0	0	0	6	181	2	2	2	6	46	0	0	0	0					
6<E≤9	97	0	0	4	3	7	0	0	0	0										
n:37-43																				
E≤2.5	129	0	0	9	71	161	0	0	3	47	206	5	6	6	20	328	13	13	12	16
2.5<E≤4	164	0	0	0	11	210	1	1	2	10	273	0	0	0	2	329	0	0	0	0
4<E≤6	272	0	0	0	5	342	0	0	0	2	331	0	0	0	0	66	0	0	0	0
6<E≤9	432	0	0	1	5	254	0	0	0	0	26	0	0	0	0					
E>9	58	0	0	2	2															
n:48-52																				
E≤2.5	116	0	0	10	76	142	0	0	5	52	196	5	6	7	22	298	13	13	12	19
2.5<E≤4	150	0	0	0	14	186	1	0	2	9	248	0	0	0	2	336	0	0	0	0
4<E≤6	267	0	0	0	4	314	0	0	0	2	409	0	0	0	0	268	0	0	0	0
6<E≤9	447	0	0	0	1	478	0	0	0	1	240	0	0	0	0					
E>9	394	0	0	0	3	78	0	0	0	1										

Figura 5

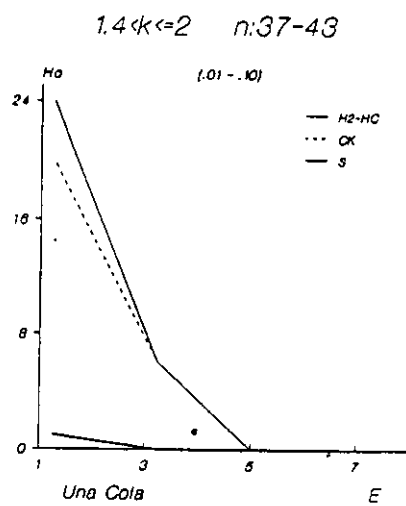
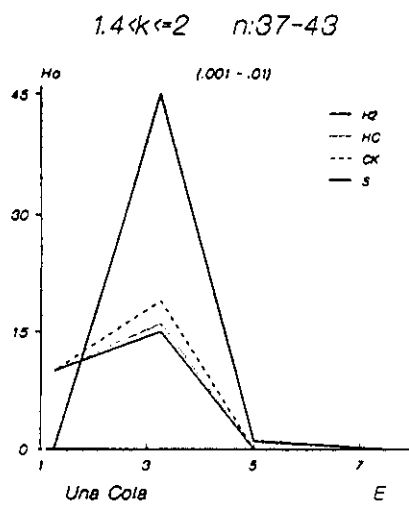
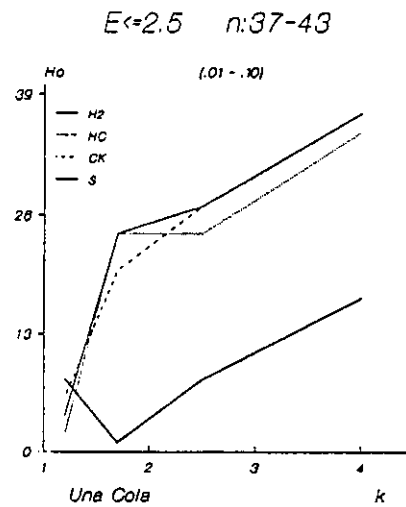
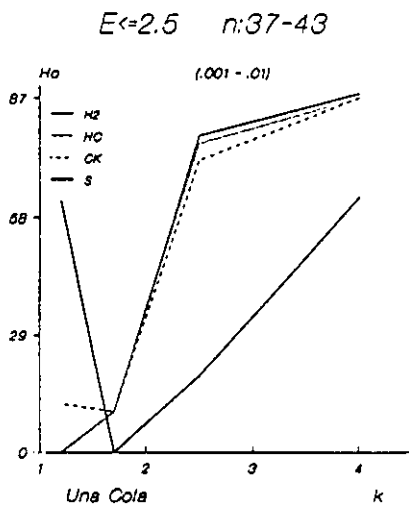
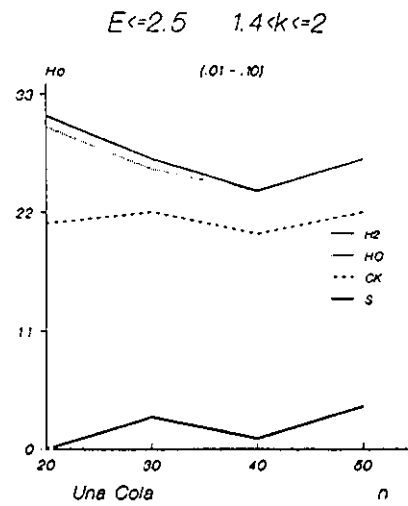
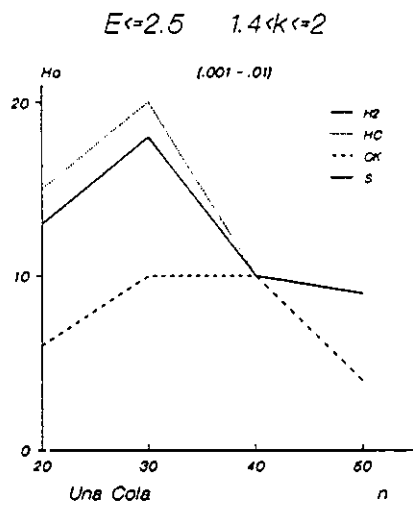
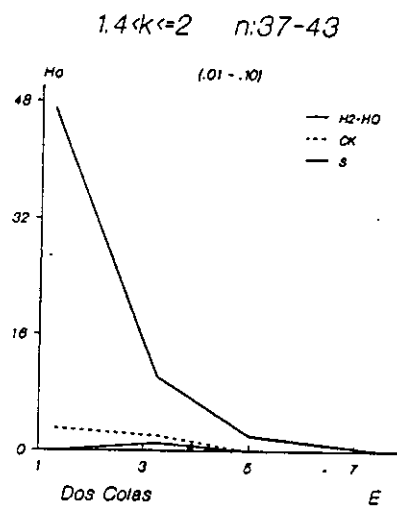
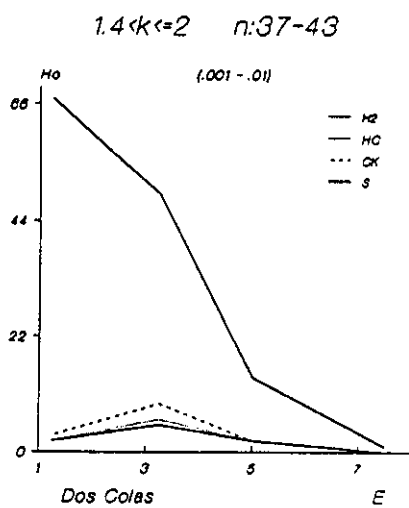
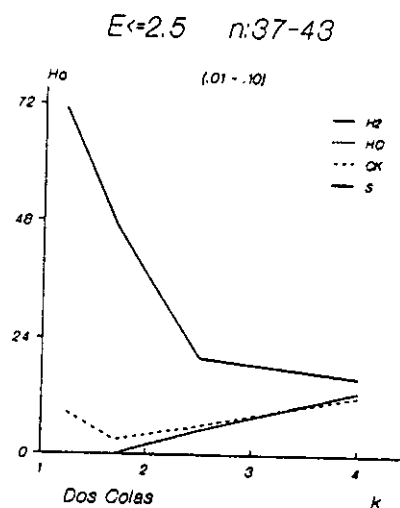
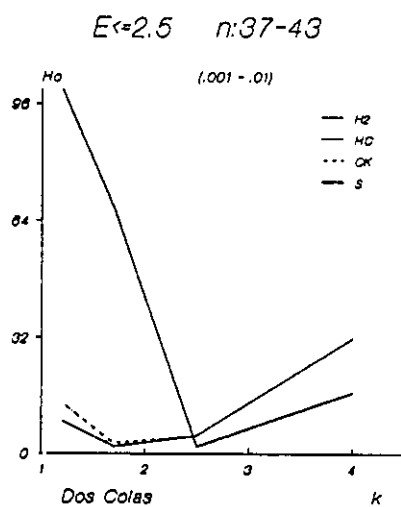
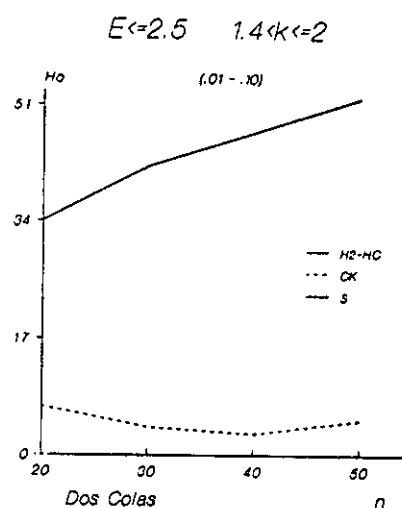
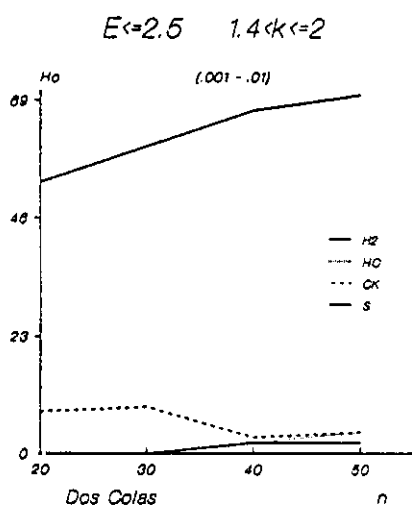


Figura 6



3.6.4.- Selección en tests de una cola.

Tanto en este apartado como en los siguientes, al no estratificar en el valor de n , se podrá trabajar con un número mayor de intervalos de K y E , pues al reducirse el número de sus posibles combinaciones aumentará la frecuencia de tablas N en cada una de ellas. Así, los nuevos intervalos considerados para K y E son:

a) Para K : Ocho intervalos similares a los utilizados en la comparación de métodos exactos del Cap.II:

$$K=1, 1 < K \leq 1.25, 1.25 < K \leq 1.5, 1.5 < K \leq 1.75$$

$$1.75 < K \leq 2, 2 < K \leq 3, 3 < K \leq 5, K > 5$$

donde la variación fundamental es que ahora se estudian todos los posibles valores que puede tomar K .

b) Para E : También ocho intervalos:

$$E \leq 1.5, 1.5 < E \leq 2.5, 2.5 < E \leq 3.5, 3.5 < E \leq 4.5$$

$$4.5 < E \leq 6.0, 6.0 < E \leq 7.5, 7.5 < E \leq 9.0, E > 9.0$$

Puesto que en la selección del método óptimo el número de versiones es muy elevado (20 versiones tanto a una como a dos colas), de momento tan sólo se seleccionará la óptima entre las versiones sin subíndice P (10 versiones). Los resultados obtenidos para test de una cola se presentan en las Tablas 14 y 15, siendo los siguientes criterios los utilizados para seleccionar el método óptimo:

1º) Elegir aquellos que den lugar a un menor valor de H^0 .

2º) En caso de similitud, elegir el método más sencillo de cálculo (el más útil en la práctica).

3º) Cuando las H^0 son muy elevadas no esmerarse en la selección, pues todos los métodos funcionarán mal.

4º) En aquellos intervalos de K en que sea necesario un valor alto de E para que $H^0=0$, no se dará demasiada importancia a los valores bajos de E , pues la actuación en esa zona no influirá de forma decisiva en las c.d.v. que se estudiarán más adelante.

Bajo estos criterios, el análisis de los resultados de las Tablas 14 y 15 permite llegar a las siguientes conclusiones:

a) En los valores bajos de P_E (Tabla 14):

1ª) Para $K \leq 1.75$ el método óptimo es el H2 (seguido del HC), considerando tanto su menor complejidad como su actuación. De entre los métodos clásicos más usuales y sencillos (PH, S, CK y U), los de mejor actuación son CK y U.

2ª) Para $K > 1.75$ todos funcionan de forma similar (todos bien o todos mal), salvo PH que siempre funciona mal.

b) En los valores altos de P_E (Tabla 15):

1ª) Para $K \leq 1.25$ los métodos óptimos son H2 y HC.

2ª) Para $K > 1.25$ el método óptimo es S, siendo también (en general) el mejor entre los clásicos.

3ª) De entre los clásicos (PH, S, CK y U) el mejor es S.

Por último, indicar que la actuación general de los métodos seleccionados empeora con el aumento de K (sobre todo

cuando E y P_E son bajos), y que mejora con el aumento de E (de forma más clara cuando K y P_E son altos) y de P_E (salvo cuando E y K son bajos).

3.6.5.- Selección en tests de dos colas.

Para tests de dos colas, se repitió el proceso de apartado anterior (con los mismos intervalos de K y E y para las mismas versiones). Los resultados obtenidos se presentan en las Tablas 16-17. Bajo los mismos criterios de allí, se obtienen las siguientes conclusiones:

a) En los valores bajos de P_E (Tabla 16):

1ª) El método óptimo, en todo K , es U (aunque $H2$ y HC también tienen una buena actuación).

b) En los valores altos de P_E (Tabla 17):

1ª) Igual que para tests de una cola, los métodos óptimos son $H2$ y HC , aunque ahora para todo K .

2ª) De entre los métodos clásicos el que mejor se comporta es CK .

La actuación general de los métodos seleccionados, frente a las variaciones de K , E y P_E , es similar a la observada en tests de una cola, salvo que ahora la influencia de K es menos importante (sobre todo para P_E altos).

Tabla 14

Una Cola .001-.01											
K=1	N	CK	PH	S	T	U	C	H1	M	H2	HC
1.5<E≤2.5	41	63	63	63	63	0	0	0	2	0	0
2.5<E≤3.5	57	95	95	95	95	0	0	0	0	0	0
3.5<E≤4.5	52	0	0	0	0	4	0	0	0	0	0
4.5<E≤6.0	85	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0
6.0<E≤7.5	73	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
7.5<E≤9.0	63	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
E>9.0	61	2	2	2	2	0	0	0	0	0	0
1<K≤1.25	N	CK	PH	S	T	U	C	H1	M	H2	HC
1.5<E≤2.5	89	0	60	42	0	1	0	0	1	0	0
2.5<E≤3.5	185	0	84	80	0	0	0	0	0	0	0
3.5<E≤4.5	182	1	8	8	1	0	1	1	1	0	1
4.5<E≤6.0	332	0	3	1	0	0	0	0	0	0	0
6.0<E≤7.5	298	0	2	1	0	0	0	0	0	0	0
7.5<E≤9.0	249	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
E>9.0	219	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1.25<K≤1.5	N	CK	PH	S	T	U	C	H1	M	H2	HC
E≤1.5	1	0	0	0	0	100	0	0	0	0	0
1.5<E≤2.5	110	0	14	0	0	2	0	0	1	1	1
2.5<E≤3.5	236	2	53	45	2	0	1	1	1	0	0
3.5<E≤4.5	185	7	13	13	7	5	6	6	6	6	6
4.5<E≤6.0	319	0	10	5	0	0	0	0	0	0	0
6.0<E≤7.5	284	0	3	0	0	0	0	0	0	0	0
7.5<E≤9.0	193	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0
E>9.0	85	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1.5<K≤1.75	N	CK	PH	S	T	U	C	H1	M	H2	HC
E≤1.5	19	5	0	0	5	11	0	0	0	0	5
1.5<E≤2.5	79	0	4	0	0	8	3	3	3	1	3
2.5<E≤3.5	201	3	50	45	2	5	2	2	3	1	2
3.5<E≤4.5	155	13	14	14	12	13	14	14	14	14	14
4.5<E≤6.0	247	0	10	1	0	0	0	0	0	0	0
6.0<E≤7.5	194	0	3	0	0	0	0	0	0	0	0
7.5<E≤9.0	105	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
E>9.0	10	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1.75<K≤2	N	CK	PH	S	T	U	C	H1	M	H2	HC
E≤1.5	53	2	0	0	2	19	8	8	8	6	8
1.5<E≤2.5	92	26	9	0	25	41	33	33	33	36	37
2.5<E≤3.5	196	20	49	41	21	17	14	14	14	14	14
3.5<E≤4.5	160	17	17	17	17	13	18	18	18	15	16
4.5<E≤6.0	250	0	9	0	0	0	0	0	0	0	0
6.0<E≤7.5	167	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0
7.5<E≤9.0	49	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
2<K≤3	N	CK	PH	S	T	U	C	H1	M	H2	HC
E≤1.5	212	75	1	28	71	93	81	80	80	81	82
1.5<E≤2.5	288	55	5	14	50	72	64	64	63	62	61
2.5<E≤3.5	552	13	49	34	13	13	12	12	12	11	11
3.5<E≤4.5	420	17	20	20	17	16	17	17	17	17	17
4.5<E≤6.0	532	0	8	0	0	0	0	0	0	0	0
6.0<E≤7.5	174	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0
7.5<E≤9.0	8	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
3<K≤5	N	CK	PH	S	T	U	C	H1	M	H2	HC
E≤1.5	381	96	41	85	93	98	95	95	94	96	97
1.5<E≤2.5	383	62	2	34	61	71	64	64	63	63	63
2.5<E≤3.5	577	5	53	14	5	5	4	4	4	4	4
3.5<E≤4.5	313	11	24	22	12	7	12	12	12	11	12
4.5<E≤6.0	121	0	2	0	0	0	0	0	0	0	0
K>5	N	CK	PH	S	T	U	C	H1	M	H2	HC
E≤1.5	906	94	60	91	93	97	93	92	92	93	93
1.5<E≤2.5	317	23	0	15	22	26	24	24	24	22	21
2.5<E≤3.5	199	0	68	0	0	0	0	0	0	0	0
3.5<E≤4.5	10	0	40	0	0	0	0	0	0	0	0

Tabla 15

Una Cola .01-.10											
K=1	N	CK	PH	S	T	U	C	H1	M	H2	HC
E≤1.5	51	35	35	35	35	29	8	8	8	0	4
1.5<E≤2.5	83	0	0	0	0	8	2	2	2	0	0
2.5<E≤3.5	78	1	1	1	1	14	5	5	5	5	5
3.5<E≤4.5	84	2	2	2	2	7	2	2	2	0	0
4.5<E≤6.0	128	4	4	4	4	5	2	2	2	0	0
6.0<E≤7.5	112	4	4	4	4	4	2	2	2	0	0
7.5<E≤9.0	75	0	0	0	0	3	3	3	3	0	0
E>9.0	88	3	3	3	3	0	0	0	0	0	0
1<K≤1.25	N	CK	PH	S	T	U	C	H1	M	H2	HC
E≤1.5	166	1	28	16	0	17	4	4	4	1	1
1.5<E≤2.5	224	3	4	0	3	3	2	2	2	2	2
2.5<E≤3.5	246	2	2	2	2	4	2	2	2	1	1
3.5<E≤4.5	319	3	1	1	3	7	4	4	4	3	1
4.5<E≤6.0	463	2	4	2	2	2	2	2	2	1	0
6.0<E≤7.5	423	0	2	1	0	0	0	0	0	0	0
7.5<E≤9.0	361	0	2	1	0	0	0	0	0	0	0
E>9.0	302	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0
1.25<K≤1.5	N	CK	PH	S	T	U	C	H1	M	H2	HC
E≤1.5	174	15	0	0	14	36	33	33	32	26	19
1.5<E≤2.5	251	7	17	3	7	12	10	10	10	9	9
2.5<E≤3.5	282	6	2	0	6	10	7	7	7	7	5
3.5<E≤4.5	323	2	3	0	2	4	3	3	3	2	1
4.5<E≤6.0	454	0	2	0	0	1	1	1	1	0	0
6.0<E≤7.5	400	0	3	1	0	0	0	0	0	0	0
7.5<E≤9.0	282	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
E>9.0	111	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1.5<K≤1.75	N	CK	PH	S	T	U	C	H1	M	H2	HC
E≤1.5	139	37	9	0	37	44	42	42	42	42	42
1.5<E≤2.5	223	17	35	3	15	20	18	18	18	18	15
2.5<E≤3.5	246	7	5	1	7	9	8	8	8	8	8
3.5<E≤4.5	259	2	2	0	2	3	2	2	2	2	2
4.5<E≤6.0	368	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0
6.0<E≤7.5	277	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
7.5<E≤9.0	145	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
E>9.0	14	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1.75<K≤2	N	CK	PH	S	T	U	C	H1	M	H2	HC
E≤1.5	162	39	8	4	39	52	51	51	50	50	51
1.5<E≤2.5	252	10	37	0	10	18	15	15	15	16	16
2.5<E≤3.5	239	4	2	0	4	6	5	5	5	5	5
3.5<E≤4.5	267	0	1	0	0	1	1	1	1	0	0
4.5<E≤6.0	359	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0
6.0<E≤7.5	237	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
7.5<E≤9.0	72	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
2<K≤3	N	CK	PH	S	T	U	C	H1	M	H2	HC
E≤1.5	475	46	3	19	45	61	54	54	54	52	48
1.5<E≤2.5	749	10	38	0	9	16	13	13	13	10	9
2.5<E≤3.5	684	2	5	1	1	4	2	2	2	2	1
3.5<E≤4.5	711	0	0	0	0	1	1	1	1	0	0
4.5<E≤6.0	747	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
6.0<E≤7.5	260	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
7.5<E≤9.0	12	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
3<K≤5	N	CK	PH	S	T	U	C	H1	M	H2	HC
E≤1.5	777	67	4	40	65	74	70	70	69	68	66
1.5<E≤2.5	959	9	34	0	9	14	11	11	11	9	7
2.5<E≤3.5	762	1	6	0	1	1	1	1	1	1	0
3.5<E≤4.5	517	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
4.5<E≤6.0	181	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
K>5	N	CK	PH	S	T	U	C	H1	M	H2	HC
E≤1.5	1886	74	15	64	73	83	73	73	72	71	64
1.5<E≤2.5	945	1	11	0	1	4	2	2	2	1	1
2.5<E≤3.5	256	0	4	0	0	0	0	0	0	0	0
3.5<E≤4.5	17	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

Tabla 16

Dos Coias .001-.01

K=1	N	CK	PH	S	T	U	C	H1	M	H2	HC
1.5<E≤2.5	10	30	30	30	30	0	0	10	20	0	0
2.5<E≤3.5	68	94	94	94	94	0	0	0	0	0	0
3.5<E≤4.5	36	17	17	17	17	0	0	0	0	0	0
4.5<E≤6.0	82	6	6	6	6	0	0	0	0	0	0
6.0<E≤7.5	68	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
7.5<E≤9.0	53	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
E>9.0	58	3	3	3	3	0	0	0	0	0	0
1<K≤1.25	N	CK	PH	S	T	U	C	H1	M	H2	HC
1.5<E≤2.5	55	4	96	96	13	0	7	9	11	0	4
2.5<E≤3.5	165	17	95	91	25	12	19	19	17	17	18
3.5<E≤4.5	161	5	43	39	6	3	5	5	5	6	6
4.5<E≤6.0	308	0	13	9	0	0	0	0	0	0	0
6.0<E≤7.5	273	0	9	6	0	0	0	0	0	0	0
7.5<E≤9.0	229	0	5	3	0	0	0	0	0	0	0
E>9.0	205	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0
1.25<K≤1.5	N	CK	PH	S	T	U	C	H1	M	H2	HC
1.5<E≤2.5	98	19	98	97	23	1	7	8	8	9	10
2.5<E≤3.5	166	7	70	58	8	5	7	7	7	6	6
3.5<E≤4.5	175	10	46	40	12	5	6	6	6	7	9
4.5<E≤6.0	305	0	23	13	0	0	0	0	0	0	0
6.0<E≤7.5	253	0	10	4	0	0	0	0	0	0	0
7.5<E≤9.0	180	0	4	1	0	0	0	0	0	0	0
E>9.0	76	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0
1.5<K≤1.75	N	CK	PH	S	T	U	C	H1	M	H2	HC
E≤1.5	19	0	95	95	0	0	0	0	11	0	0
1.5<E≤2.5	73	0	92	75	0	0	1	1	1	0	0
2.5<E≤3.5	140	1	74	53	1	0	0	0	1	0	0
3.5<E≤4.5	153	10	41	38	10	6	8	8	8	8	8
4.5<E≤6.0	233	0	24	12	0	0	0	0	0	0	0
6.0<E≤7.5	176	0	9	1	0	0	0	0	0	0	0
7.5<E≤9.0	97	0	2	0	0	0	0	0	0	0	0
E>9.0	9	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1.75<K≤2	N	CK	PH	S	T	U	C	H1	M	H2	HC
E≤1.5	53	6	96	60	6	0	0	0	2	0	0
1.5<E≤2.5	81	2	62	21	2	0	0	0	1	0	0
2.5<E≤3.5	135	7	56	30	9	1	1	1	1	2	3
3.5<E≤4.5	160	23	44	41	25	14	16	16	16	18	18
4.5<E≤6.0	229	0	21	6	0	0	0	0	0	0	0
6.0<E≤7.5	150	0	10	1	0	0	0	0	0	0	0
7.5<E≤9.0	47	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
2<K≤3	N	CK	PH	S	T	U	C	H1	M	H2	HC
E≤1.5	219	3	46	0	2	14	8	8	9	6	8
1.5<E≤2.5	263	5	21	2	5	6	4	4	3	5	5
2.5<E≤3.5	373	1	49	17	1	0	0	0	0	0	0
3.5<E≤4.5	418	15	47	40	17	9	14	14	14	14	16
4.5<E≤6.0	479	0	20	3	0	0	0	0	0	0	0
6.0<E≤7.5	157	0	3	0	0	0	0	0	0	0	0
7.5<E≤9.0	7	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
3<K≤5	N	CK	PH	S	T	U	C	H1	M	H2	HC
E≤1.5	382	58	10	36	54	66	61	61	60	61	60
1.5<E≤2.5	367	4	32	1	3	7	5	5	5	4	4
2.5<E≤3.5	390	1	67	8	1	0	1	1	2	0	1
3.5<E≤4.5	297	8	56	28	9	6	9	9	10	9	10
4.5<E≤6.0	112	0	11	0	0	0	0	0	0	0	0
K>5	N	CK	PH	S	T	U	C	H1	M	H2	HC
E≤1.5	908	69	42	64	67	73	68	68	66	69	69
1.5<E≤2.5	284	2	73	1	2	2	3	3	3	1	1
2.5<E≤3.5	133	10	88	22	12	0	11	11	11	11	12
3.5<E≤4.5	9	0	67	0	0	0	0	0	0	0	0

Tabla 17

Dos Colas .01-.10

K=1	N	CK	PH	S	T	U	C	H1	M	H2	HC
E≤1.5	41	5	5	5	5	12	0	0	0	0	5
1.5<E≤2.5	74	73	73	73	73	3	0	0	0	0	0
2.5<E≤3.5	58	0	0	0	0	19	10	10	10	10	10
3.5<E≤4.5	76	4	4	4	4	11	5	5	5	3	3
4.5<E≤6.0	108	0	0	0	0	6	2	2	2	0	0
6.0<E≤7.5	88	2	2	2	2	5	2	2	2	0	0
7.5<E≤9.0	80	13	13	13	13	3	0	0	0	0	0
E>9.0	75	5	5	5	5	0	0	0	0	0	0
1<K≤1.25	N	CK	PH	S	T	U	C	H1	M	H2	HC
E≤1.5	114	1	82	75	2	0	0	0	1	0	0
1.5<E≤2.5	195	2	75	70	2	3	2	2	2	2	2
2.5<E≤3.5	208	2	26	18	2	3	2	2	2	1	1
3.5<E≤4.5	286	1	11	7	1	2	2	2	2	1	1
4.5<E≤6.0	405	1	10	6	0	2	1	1	1	0	0
6.0<E≤7.5	374	0	6	4	0	1	1	1	1	0	0
7.5<E≤9.0	310	0	5	3	0	0	0	0	0	0	0
E>9.0	268	0	3	2	0	1	0	0	0	0	0
1.25<K≤1.5	N	CK	PH	S	T	U	C	H1	M	H2	HC
E≤1.5	109	6	98	95	5	2	0	0	2	0	1
1.5<E≤2.5	203	0	61	41	0	3	1	1	1	0	1
2.5<E≤3.5	251	2	27	14	2	4	2	2	2	1	1
3.5<E≤4.5	294	0	16	7	0	1	0	0	0	0	0
4.5<E≤6.0	393	1	9	4	1	2	1	1	1	1	1
6.0<E≤7.5	343	0	6	2	0	1	1	1	1	0	0
7.5<E≤9.0	255	0	3	1	0	0	0	0	0	0	0
E>9.0	100	1	4	3	1	1	0	0	0	1	0
1.5<K≤1.75	N	CK	PH	S	T	U	C	H1	M	H2	HC
E≤1.5	99	1	96	85	1	2	1	1	2	1	1
1.5<E≤2.5	169	0	70	25	0	1	1	1	1	0	0
2.5<E≤3.5	222	2	30	7	2	4	3	3	3	2	2
3.5<E≤4.5	227	1	15	4	1	1	1	1	1	1	1
4.5<E≤6.0	314	0	6	3	0	0	0	0	0	0	0
6.0<E≤7.5	245	0	4	0	0	0	0	0	0	0	0
7.5<E≤9.0	130	0	3	0	0	0	0	0	0	0	0
E>9.0	13	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1.75<K≤2	N	CK	PH	S	T	U	C	H1	M	H2	HC
E≤1.5	119	13	88	62	13	4	1	1	1	1	1
1.5<E≤2.5	204	6	53	23	6	2	1	1	1	0	0
2.5<E≤3.5	215	3	25	12	3	2	1	1	1	0	1
3.5<E≤4.5	238	0	8	1	0	0	0	0	0	0	0
4.5<E≤6.0	310	0	6	0	0	0	0	0	0	0	0
6.0<E≤7.5	208	0	4	0	0	0	0	0	0	0	0
7.5<E≤9.0	63	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
2<K≤3	N	CK	PH	S	T	U	C	H1	M	H2	HC
E≤1.5	345	17	76	42	18	20	16	16	16	14	16
1.5<E≤2.5	563	1	48	7	0	2	1	1	1	1	1
2.5<E≤3.5	622	1	28	2	1	2	1	1	1	1	0
3.5<E≤4.5	620	0	11	0	0	0	0	0	0	0	0
4.5<E≤6.0	651	0	9	0	0	0	0	0	0	0	0
6.0<E≤7.5	219	0	3	0	0	0	0	0	0	0	0
7.5<E≤9.0	10	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
3<K≤5	N	CK	PH	S	T	U	C	H1	M	H2	HC
E≤1.5	645	26	57	30	25	27	26	26	26	26	27
1.5<E≤2.5	685	0	54	2	0	1	0	0	0	0	0
2.5<E≤3.5	682	0	29	0	0	0	0	0	0	0	0
3.5<E≤4.5	452	0	12	0	0	0	0	0	0	0	0
4.5<E≤6.0	148	0	3	0	0	0	0	0	0	0	0
K>5	N	CK	PH	S	T	U	C	H1	M	H2	HC
E≤1.5	1665	33	63	34	32	36	31	31	31	32	35
1.5<E≤2.5	661	0	61	0	0	0	0	0	0	0	0
2.5<E≤3.5	227	0	23	0	0	0	0	0	0	0	0
3.5<E≤4.5	14	0	7	0	0	0	0	0	0	0	0

3.6.6.- Selección entre las versiones con factor n o $(n-1)$.

En los dos apartados anteriores se han seleccionado las versiones óptimas (para tests de una y dos colas) entre las diez versiones sin subíndice P (versiones χ^2_X , con factor n en el numerador de la χ^2). Falta pues por evaluar esto mismo en las diez versiones con subíndice P (versiones χ^2_{XP} , con factor $n-1$ en el numerador de la χ^2), repitiendo el anterior proceso para estas versiones y tanto para los tests de una como de dos colas. Los resultados para para test de una cola se dan en las Tablas 18-19 y los de dos colas en las Tablas 20-21. En base a los mismos criterios de los apartados anteriores, se compararon estos resultados con los obtenidos allí, llegando a las siguientes conclusiones:

a) Para test de una cola y P_E bajos (Tabla 18):

Para E muy bajos ($E \leq 2.5$) son preferibles las versiones con factor $(n-1)$, mientras que para E altos las versiones con factor n funcionan igual o mejor que con factor $(n-1)$.

Puesto que los valores altos de E son los de mayor interés (pues en ellos hay pocos fallos), puede concluirse que en general funcionan mejor las versiones con factor n , manteniéndose así las conclusiones del apartado 3.6.4. Así, el método H2 (seguido del HC) sigue siendo el óptimo, y CK y U los clásicos de mejor actuación.

b) Para test de una cola y P_E altos (Tabla 19):

Todas las versiones, salvo S y PH, mejoran al considerar el factor $n-1$, pues se mantienen los resultados para $E > 4.5$ y mejoran para $E \leq 4.5$. Así, si $K \leq 1.25$ los nuevos métodos

óptimos son H2P y HCP, pues son los óptimos entre los de factor $n-1$ y mejoran los resultados obtenidos por los óptimos con factor n (sus versiones homónimas H2 y HC). Sin embargo, si $K > 1.25$ el método S sigue siendo el óptimo pues es igual o mejor que el óptimo con factor $n-1$.

c) Para test de dos colas y P_E bajos (Tabla 20):

El método U (seguido de H2 y HC) sigue siendo el óptimo pues funciona mejor que las versiones óptimas con $n-1$.

d) Para test de dos colas y P_E altos (Tabla 21):

Los nuevos métodos óptimos son H2P y HCP, pues son los óptimos al considerar el factor $n-1$ y actúan incluso mejor que sus versiones con factor n , sobre todo para $E < 4.5$.

De entre los clásicos CK mejora pero también lo hace U, siendo las nuevas versiones CKP y UP las mejores de entre las clásicas.

En general se observa que, para valores altos de E , las versiones con factor n funcionan mejor o igual que las de factor $n-1$, y al contrario para los valores bajos de E . Puesto que, tanto a una como a dos colas, en los P_E altos los fallos aumentan en los valores bajos de E , en estos valores de P_E las versiones $n-1$ funcionan mejor y, al contrario, las versiones n funcionan mejor en los valores bajos de P_E .

Las diferencias entre las versiones n y $n-1$ han sido eventualmente importantes pues tal factor puede influir cuando n es pequeña, y aquí se ha trabajado con $n \leq 50$. Con n 's suficientemente grandes ($n \geq 150$ por ejemplo) las diferencias serán despreciables.

Tabla 18

Una Cola	.001-.01										
K=1	N	CKp	PHp	Sp	Tp	Up	Cp	H1p	Mp	H2p	HCp
1.5<E≤2.5	41	85	85	85	85	0	2	2	2	0	0
2.5<E≤3.5	57	98	98	98	98	0	4	4	11	0	0
3.5<E≤4.5	52	10	10	10	10	0	0	0	0	0	0
4.5<E≤6.0	85	5	5	5	5	0	0	0	0	0	0
6.0<E≤7.5	73	5	5	5	5	0	0	0	0	0	0
7.5<E≤9.0	63	2	2	2	2	0	0	0	0	0	0
E>9.0	61	5	5	5	5	0	0	0	0	0	0
1<K≤1.25	N	CKp	PHp	Sp	Tp	Up	Cp	H1p	Mp	H2p	HCp
1.5<E≤2.5	89	0	81	74	1	0	1	1	2	0	0
2.5<E≤3.5	185	0	91	90	2	0	0	0	1	0	0
3.5<E≤4.5	182	2	17	14	2	2	2	2	2	2	2
4.5<E≤6.0	332	0	6	4	0	0	0	0	0	0	0
6.0<E≤7.5	298	0	7	4	0	0	0	0	0	0	0
7.5<E≤9.0	249	0	4	3	0	0	0	0	0	0	0
E>9.0	219	0	2	1	0	0	0	0	0	0	0
1.25<K≤1.5	N	CKp	PHp	Sp	Tp	Up	Cp	H1p	Mp	H2p	HCp
E≤1.5	1	0	100	0	0	0	0	0	100	0	0
1.5<E≤2.5	110	0	32	17	1	0	1	1	3	0	0
2.5<E≤3.5	236	8	58	55	10	1	4	4	4	4	4
3.5<E≤4.5	185	8	16	13	9	6	8	8	8	6	6
4.5<E≤6.0	319	0	18	11	0	0	0	0	0	0	0
6.0<E≤7.5	284	0	8	3	0	0	0	0	0	0	0
7.5<E≤9.0	193	0	2	1	0	0	0	0	0	0	0
E>9.0	85	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1.5<K≤1.75	N	CKp	PHp	Sp	Tp	Up	Cp	H1p	Mp	H2p	HCp
E≤1.5	19	0	11	0	0	0	0	0	5	0	0
1.5<E≤2.5	79	0	13	4	0	0	0	0	0	0	0
2.5<E≤3.5	201	9	51	50	10	5	9	9	10	10	9
3.5<E≤4.5	155	14	15	14	14	13	13	13	13	14	14
4.5<E≤6.0	247	0	19	7	0	0	0	0	0	0	0
6.0<E≤7.5	194	0	7	3	0	0	0	0	0	0	0
7.5<E≤9.0	105	0	7	0	0	0	0	0	0	0	0
E>9.0	10	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1.75<K≤2	N	CKp	PHp	Sp	Tp	Up	Cp	H1p	Mp	H2p	HCp
E≤1.5	53	0	2	0	0	4	4	4	6	0	2
1.5<E≤2.5	92	10	14	7	10	22	14	14	14	10	11
2.5<E≤3.5	196	22	51	48	28	11	12	12	12	13	14
3.5<E≤4.5	160	17	18	17	17	18	17	17	17	17	17
4.5<E≤6.0	250	0	18	4	0	0	0	0	0	0	0
6.0<E≤7.5	167	0	10	0	0	0	0	0	0	0	0
7.5<E≤9.0	49	0	2	0	0	0	0	0	0	0	0
2<K≤3	N	CKp	PHp	Sp	Tp	Up	Cp	H1p	Mp	H2p	HCp
E≤1.5	212	51	0	15	50	70	58	58	58	58	59
1.5<E≤2.5	288	37	8	8	32	49	40	40	40	40	41
2.5<E≤3.5	552	18	49	45	20	11	16	16	16	16	17
3.5<E≤4.5	420	19	20	20	19	19	19	19	19	19	19
4.5<E≤6.0	532	0	19	1	0	0	0	0	0	0	0
6.0<E≤7.5	174	0	7	0	0	0	0	0	0	0	0
7.5<E≤9.0	8	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
3<K≤5	N	CKp	PHp	Sp	Tp	Up	Cp	H1p	Mp	H2p	HCp
E≤1.5	381	90	30	76	87	94	90	90	89	90	91
1.5<E≤2.5	383	48	7	20	45	58	51	51	50	49	49
2.5<E≤3.5	577	6	54	25	7	4	6	6	6	6	7
3.5<E≤4.5	313	18	24	24	19	14	19	19	19	17	18
4.5<E≤6.0	121	0	16	0	0	0	0	0	0	0	0
K>5	N	CKp	PHp	Sp	Tp	Up	Cp	H1p	Mp	H2p	HCp
E≤1.5	906	91	55	86	89	93	88	88	88	90	90
1.5<E≤2.5	317	18	2	11	17	21	18	18	17	16	16
2.5<E≤3.5	199	0	79	2	0	0	0	0	0	0	0
3.5<E≤4.5	10	0	40	40	0	0	10	10	10	0	0

Tabla 19

Una Cola	.01-.10											
K=1	N	CKp	PHp	Sp	Tp	Up	Cp	H1p	Mp	H2p	HCp	
E≤1.5	51	41	41	41	41	4	0	0	2	0	0	
1.5<E≤2.5	83	19	19	19	19	6	0	0	0	0	0	
2.5<E≤3.5	78	1	1	1	1	5	3	3	3	3	0	
3.5<E≤4.5	84	4	4	4	4	5	2	2	2	0	0	
4.5<E≤6.0	128	5	5	5	5	0	0	0	0	0	0	
6.0<E≤7.5	112	10	10	10	10	2	2	2	2	0	0	
7.5<E≤9.0	75	0	0	0	0	3	0	0	0	0	0	
E>9.0	88	3	3	3	3	0	0	0	0	0	0	
1<K≤1.25	N	CKp	PHp	Sp	Tp	Up	Cp	H1p	Mp	H2p	HCp	
E≤1.5	166	0	37	27	0	0	0	0	0	0	0	
1.5<E≤2.5	224	0	41	13	0	1	0	0	0	0	0	
2.5<E≤3.5	246	0	2	2	0	1	0	0	0	0	0	
3.5<E≤4.5	319	0	2	1	0	1	0	0	0	0	0	
4.5<E≤6.0	463	0	7	4	0	0	0	0	0	0	0	
6.0<E≤7.5	423	0	4	3	0	0	0	0	0	0	0	
7.5<E≤9.0	361	0	3	2	0	0	0	0	0	0	0	
E>9.0	302	0	3	2	0	0	0	0	0	0	0	
1.25<K≤1.5	N	CKp	PHp	Sp	Tp	Up	Cp	H1p	Mp	H2p	HCp	
E≤1.5	174	3	6	1	3	22	13	13	14	8	2	
1.5<E≤2.5	251	4	41	9	4	8	8	8	8	6	5	
2.5<E≤3.5	282	1	7	1	1	6	3	3	3	2	1	
3.5<E≤4.5	323	0	6	2	0	1	0	0	0	1	0	
4.5<E≤6.0	454	0	3	2	0	0	0	0	0	0	0	
6.0<E≤7.5	400	0	4	2	0	0	0	0	0	0	0	
7.5<E≤9.0	282	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
E>9.0	111	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
1.5<K≤1.75	N	CKp	PHp	Sp	Tp	Up	Cp	H1p	Mp	H2p	HCp	
E≤1.5	139	29	12	2	29	42	40	40	39	40	33	
1.5<E≤2.5	223	9	45	15	7	16	12	12	12	8	5	
2.5<E≤3.5	246	3	12	2	2	8	4	4	4	2	0	
3.5<E≤4.5	259	2	8	0	2	2	2	2	2	2	0	
4.5<E≤6.0	368	0	3	0	0	0	0	0	0	0	0	
6.0<E≤7.5	277	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
7.5<E≤9.0	145	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
E>9.0	14	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
1.75<K≤2	N	CKp	PHp	Sp	Tp	Up	Cp	H1p	Mp	H2p	HCp	
E≤1.5	162	36	15	2	36	50	48	48	48	48	48	
1.5<E≤2.5	252	8	43	4	8	15	11	11	11	10	9	
2.5<E≤3.5	239	3	4	2	3	5	4	4	4	3	3	
3.5<E≤4.5	267	0	2	0	0	0	0	0	0	0	0	
4.5<E≤6.0	359	0	2	0	0	0	0	0	0	0	0	
6.0<E≤7.5	237	0	3	0	0	0	0	0	0	0	0	
7.5<E≤9.0	72	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	
2<K≤3	N	CKp	PHp	Sp	Tp	Up	Cp	H1p	Mp	H2p	HCp	
E≤1.5	475	38	6	13	37	50	43	43	43	41	39	
1.5<E≤2.5	749	7	43	2	6	10	8	8	8	7	7	
2.5<E≤3.5	684	1	7	2	1	1	1	1	1	1	0	
3.5<E≤4.5	711	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	
4.5<E≤6.0	747	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	
6.0<E≤7.5	260	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	
7.5<E≤9.0	12	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
3<K≤5	N	CKp	PHp	Sp	Tp	Up	Cp	H1p	Mp	H2p	HCp	
E≤1.5	777	58	4	33	56	69	63	63	63	61	58	
1.5<E≤2.5	959	4	41	0	4	8	6	6	6	5	3	
2.5<E≤3.5	762	0	9	0	0	1	0	0	0	0	0	
3.5<E≤4.5	517	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
4.5<E≤6.0	181	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
K>5	N	CKp	PHp	Sp	Tp	Up	Cp	H1p	Mp	H2p	HCp	
E≤1.5	1886	66	13	56	64	76	67	67	66	63	58	
1.5<E≤2.5	945	0	20	0	0	1	1	1	1	0	0	
2.5<E≤3.5	256	0	9	0	0	0	0	0	0	0	0	
3.5<E≤4.5	17	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	

Tabla 20

Dos Colas .001-.01

K=1	N	CKp	PHp	Sp	Tp	Up	Cp	H1p	Mp	H2p	HCp
1.5<E≤2.5	10	80	80	80	80	0	20	20	20	10	0
2.5<E≤3.5	68	100	100	100	100	0	6	9	18	6	0
3.5<E≤4.5	36	31	31	31	31	0	0	0	0	17	17
4.5<E≤6.0	82	27	27	27	27	0	0	0	0	0	0
6.0<E≤7.5	68	21	21	21	21	0	0	0	0	0	0
7.5<E≤9.0	53	8	8	8	8	0	0	0	0	0	0
E>9.0	58	9	9	9	9	0	0	0	0	0	0
1<K≤1.25	N	CKp	PHp	Sp	Tp	Up	Cp	H1p	Mp	H2p	HCp
1.5<E≤2.5	55	31	100	100	38	20	35	35	35	27	27
2.5<E≤3.5	165	37	99	98	47	30	39	39	39	37	38
3.5<E≤4.5	161	16	59	51	16	12	16	16	17	17	17
4.5<E≤6.0	308	0	40	31	0	0	0	0	0	0	0
6.0<E≤7.5	273	0	29	22	0	0	0	0	0	0	0
7.5<E≤9.0	229	0	17	14	0	0	0	0	0	0	0
E>9.0	205	0	7	6	0	0	0	0	0	0	0
1.25<K≤1.5	N	CKp	PHp	Sp	Tp	Up	Cp	H1p	Mp	H2p	HCp
1.5<E≤2.5	98	46	98	98	48	23	36	36	36	35	35
2.5<E≤3.5	166	14	85	72	15	10	10	10	10	11	11
3.5<E≤4.5	175	23	59	47	23	14	17	17	17	17	18
4.5<E≤6.0	305	1	41	26	1	0	0	0	0	0	0
6.0<E≤7.5	253	0	22	14	0	0	0	0	0	0	0
7.5<E≤9.0	180	0	14	5	0	0	0	0	0	0	0
E>9.0	76	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0
1.5<K≤1.75	N	CKp	PHp	Sp	Tp	Up	Cp	H1p	Mp	H2p	HCp
E≤1.5	19	0	100	100	5	0	11	11	11	0	0
1.5<E≤2.5	73	5	100	89	10	0	4	4	4	3	3
2.5<E≤3.5	140	4	79	72	4	1	4	4	5	3	3
3.5<E≤4.5	153	18	47	40	19	13	19	19	19	18	19
4.5<E≤6.0	233	0	36	21	0	0	0	0	0	0	0
6.0<E≤7.5	176	0	23	8	0	0	0	0	0	0	0
7.5<E≤9.0	97	0	11	2	0	0	0	0	0	0	0
E>9.0	9	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1.75<K≤2	N	CKp	PHp	Sp	Tp	Up	Cp	H1p	Mp	H2p	HCp
E≤1.5	53	38	100	96	38	0	6	6	6	0	0
1.5<E≤2.5	81	6	78	49	7	0	2	2	2	1	0
2.5<E≤3.5	135	19	65	45	22	3	6	6	7	6	7
3.5<E≤4.5	160	26	53	43	33	19	24	24	24	23	23
4.5<E≤6.0	229	3	35	17	3	0	0	0	0	0	0
6.0<E≤7.5	150	0	24	8	0	0	0	0	0	0	0
7.5<E≤9.0	47	0	2	0	0	0	0	0	0	0	0
2<K≤3	N	CKp	PHp	Sp	Tp	Up	Cp	H1p	Mp	H2p	HCp
E≤1.5	219	1	62	10	1	4	5	5	5	2	2
1.5<E≤2.5	263	3	47	10	3	3	3	3	4	2	2
2.5<E≤3.5	373	6	70	33	7	1	2	3	3	2	2
3.5<E≤4.5	418	29	50	44	29	23	27	27	28	28	28
4.5<E≤6.0	479	0	37	9	0	0	0	0	0	0	0
6.0<E≤7.5	157	0	13	0	0	0	0	0	0	0	0
7.5<E≤9.0	7	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
3<K≤5	N	CKp	PHp	Sp	Tp	Up	Cp	H1p	Mp	H2p	HCp
E≤1.5	382	48	14	28	45	55	51	51	52	48	49
1.5<E≤2.5	367	2	44	5	3	2	4	4	4	2	2
2.5<E≤3.5	390	4	79	21	5	1	4	4	4	3	3
3.5<E≤4.5	297	20	60	39	20	12	16	16	17	17	19
4.5<E≤6.0	112	0	26	0	0	0	0	0	0	0	0
K>5	N	CKp	PHp	Sp	Tp	Up	Cp	H1p	Mp	H2p	HCp
E≤1.5	908	64	42	59	62	69	63	63	61	64	64
1.5<E≤2.5	284	3	80	14	5	1	8	8	9	1	1
2.5<E≤3.5	133	21	95	32	22	16	23	23	23	21	22
3.5<E≤4.5	9	0	78	11	0	0	0	0	0	0	0

Tabla 21

Dos Colas .01-.10

K=1	N	CKp	PHp	Sp	Tp	Up	Cp	H1p	Mp	H2p	HCp
E≤1.5	41	32	32	32	32	5	2	2	2	0	0
1.5<E≤2.5	74	95	95	95	95	0	0	0	0	0	0
2.5<E≤3.5	58	10	10	10	10	14	7	7	7	0	0
3.5<E≤4.5	76	8	8	8	8	3	3	3	3	0	0
4.5<E≤6.0	108	3	3	3	3	0	0	0	0	0	0
6.0<E≤7.5	88	8	8	8	8	0	0	0	0	0	0
7.5<E≤9.0	80	14	14	14	14	0	0	0	0	0	0
E>9.0	75	7	7	7	7	0	0	0	0	0	0
1<K≤1.25	N	CKp	PHp	Sp	Tp	Up	Cp	H1p	Mp	H2p	HCp
E≤1.5	114	2	91	84	5	0	1	1	1	1	1
1.5<E≤2.5	195	2	85	77	2	2	1	1	1	0	1
2.5<E≤3.5	208	0	42	34	0	1	1	1	1	0	0
3.5<E≤4.5	286	0	20	13	0	0	0	0	0	0	0
4.5<E≤6.0	405	0	20	16	0	0	0	0	0	0	0
6.0<E≤7.5	374	0	11	8	0	0	0	0	0	0	0
7.5<E≤9.0	310	0	9	7	0	0	0	0	0	0	0
E>9.0	268	0	6	4	0	0	0	0	0	0	0
1.25<K≤1.5	N	CKp	PHp	Sp	Tp	Up	Cp	H1p	Mp	H2p	HCp
E≤1.5	109	15	100	100	17	0	5	6	6	2	1
1.5<E≤2.5	203	1	73	57	1	0	0	0	0	0	0
2.5<E≤3.5	251	0	38	26	0	1	1	1	1	0	1
3.5<E≤4.5	294	0	27	14	0	0	0	0	0	0	0
4.5<E≤6.0	393	1	21	9	1	1	0	0	0	0	0
6.0<E≤7.5	343	0	10	6	0	0	0	0	0	0	0
7.5<E≤9.0	255	0	9	2	0	0	0	0	0	0	0
E>9.0	100	0	4	4	0	0	0	0	0	0	0
1.5<K≤1.75	N	CKp	PHp	Sp	Tp	Up	Cp	H1p	Mp	H2p	HCp
E≤1.5	99	6	97	86	6	1	2	2	2	2	1
1.5<E≤2.5	169	0	82	49	0	0	0	0	0	0	0
2.5<E≤3.5	222	0	41	19	0	1	0	0	0	0	0
3.5<E≤4.5	227	0	26	7	0	0	0	0	0	0	0
4.5<E≤6.0	314	0	13	4	0	0	0	0	0	0	0
6.0<E≤7.5	245	0	8	2	0	0	0	0	0	0	0
7.5<E≤9.0	130	0	6	2	0	0	0	0	0	0	0
E>9.0	13	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1.75<K≤2	N	CKp	PHp	Sp	Tp	Up	Cp	H1p	Mp	H2p	HCp
E≤1.5	119	23	92	78	23	1	3	3	3	2	2
1.5<E≤2.5	204	11	67	33	11	0	0	0	0	0	0
2.5<E≤3.5	215	3	36	17	3	0	0	0	0	0	0
3.5<E≤4.5	238	0	24	2	0	0	0	0	0	0	0
4.5<E≤6.0	310	1	13	2	1	0	0	0	0	0	0
6.0<E≤7.5	208	0	9	1	0	0	0	0	0	0	0
7.5<E≤9.0	63	0	2	0	0	0	0	0	0	0	0
2<K≤3	N	CKp	PHp	Sp	Tp	Up	Cp	H1p	Mp	H2p	HCp
E≤1.5	345	17	87	47	18	12	12	12	13	12	16
1.5<E≤2.5	563	1	63	14	1	1	0	0	0	0	0
2.5<E≤3.5	622	0	41	7	0	0	0	0	0	0	0
3.5<E≤4.5	620	0	20	1	0	0	0	0	0	0	0
4.5<E≤6.0	651	0	17	1	0	0	0	0	0	0	0
6.0<E≤7.5	219	0	7	0	0	0	0	0	0	0	0
7.5<E≤9.0	10	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
3<K≤5	N	CKp	PHp	Sp	Tp	Up	Cp	H1p	Mp	H2p	HCp
E≤1.5	645	25	67	34	25	26	24	24	25	25	29
1.5<E≤2.5	685	1	66	6	1	0	0	0	0	0	0
2.5<E≤3.5	682	0	42	1	0	0	0	0	0	0	0
3.5<E≤4.5	452	0	20	0	0	0	0	0	0	0	0
4.5<E≤6.0	148	0	7	0	0	0	0	0	0	0	0
K>5	N	CKp	PHp	Sp	Tp	Up	Cp	H1p	Mp	H2p	HCp
E≤1.5	1665	31	67	33	31	32	30	30	30	32	33
1.5<E≤2.5	661	0	69	2	0	0	0	0	0	0	1
2.5<E≤3.5	227	0	40	0	0	0	0	0	0	0	0
3.5<E≤4.5	14	0	7	0	0	0	0	0	0	0	0

3.6.7.- Estudio de los métodos seleccionados.

Hasta aquí, todas las evaluaciones las hemos basado en las H^0 de las distintas versiones, obviando las de H^+ y H^- . Ahora, se estudiará el comportamiento (liberal o conservador) de los métodos anteriormente seleccionados y será cuando se tendrán en cuenta dichos valores. Para ello, en las Tablas 22-25 se presentan los mismos resultados de los apartados anteriores pero incluyendo los valores de H^+ y H^- y sólo para los métodos seleccionados y aquellos clásicos que han tenido una buena actuación o que debían estudiarse para más adelante poder contrastar las afirmaciones de la literatura. Sin embargo, aquí nos limitaremos a analizar los métodos seleccionados. De resultados de este análisis se obtienen las siguientes conclusiones:

a) Para test de una cola y P_E bajos (Tabla 22):

El método anteriormente seleccionado fue H2 (seguido de HC). Su mejor comportamiento es para $K \leq 1.75$ (donde falla muy poco) comportándose de forma similar al resto de métodos para $K > 1.75$. Cuando falla, lo hace: por liberal para valores bajos de E, y por conservador para valores altos de E. Lo anterior también es válido para el método HC y los clásicos con mejor comportamiento (U y CK), aunque lógicamente U es el más liberal de los cuatro.

b) Para test de una cola y P_E altos (Tabla 23):

Los métodos seleccionados fueron H2P y HCP para $K \leq 1.25$, y S para $K > 1.25$. Los métodos H2P y HCP cuando fallan

($K > 1,25$) lo hacen de forma liberal, siendo especialmente liberales para $K > 1.5$ y E muy bajos. El método S pasa de conservador en K bajas (sobre todo para $K \leq 1.25$ y E muy bajos) a liberal en K altas (sobre todo en $K > 2$ y E muy bajos).

c) Para test de dos colas y P_E bajos (Tabla 24):

El método seleccionado fue U (seguido de H2 y HC). Pese a ser el método más liberal de todos los considerados, tan sólo falla por liberal para $K > 2$ y E bajos, fallando por conservador en el resto de las situaciones. De ahí que, por ser el método menos conservador, haya sido el método seleccionado anteriormente.

d) Para test de dos colas y P_E altos (Tabla 25):

Los métodos seleccionados fueron H2P y HCP. En general fallan tan sólo para $E \leq 1.5$ y sólo de forma apreciable para $K > 2$. Cuando fallan lo hacen de forma conservadora para $K \leq 2$ y liberal para $K > 3$. Respecto a los métodos clásicos de mejor actuación: CKP es muy irregular y su comportamiento es conservador para $K \leq 3$ y liberal para $K > 3$, y UP es liberal siempre (cuando falla).

En general, los fallos (cuando existen y son importantes) si son liberales se concentran en los valores bajos de E , y si son conservadores se dan sobre todo cuando E es alto y P_E es bajo. La influencia de K se deja notar sólo a una cola y para P_E bajos, donde los resultados empeoran con el aumento de K .

Tabla 22

Una Cola .001-.01

K=1	N	S			CK			U			H2			HC		
		H+	H-	Ho	H+	H-	Ho	H+	H-	Ho	H+	H-	Ho	H+	H-	Ho
1.5<E≤2.5	41	63	0	63	63	0	63	0	0	0	0	0	0	0	0	0
2.5<E≤3.5	57	95	0	95	95	0	95	0	0	0	0	0	0	0	0	0
3.5<E≤4.5	52	0	0	0	0	0	0	0	4	4	0	0	0	0	0	0
4.5<E≤6.0	85	1	0	1	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
6.0<E≤7.5	73	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
7.5<E≤9.0	63	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
E>9.0	61	2	0	2	2	0	2	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1<K≤1.25	N	H+	H-	Ho	H+	H-	Ho	H+	H-	Ho	H+	H-	Ho	H+	H-	Ho
1.5<E≤2.5	89	42	0	42	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0
2.5<E≤3.5	185	80	0	80	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
3.5<E≤4.5	182	8	0	8	1	0	1	0	0	0	0	0	0	1	0	1
4.5<E≤6.0	332	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
6.0<E≤7.5	298	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
7.5<E≤9.0	249	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
E>9.0	219	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1.25<K≤1.5	N	H+	H-	Ho	H+	H-	Ho	H+	H-	Ho	H+	H-	Ho	H+	H-	Ho
E≤1.5	1	0	0	0	0	0	0	0	100	100	0	0	0	0	0	0
1.5<E≤2.5	110	0	0	0	0	0	0	0	2	2	0	1	1	0	1	1
2.5<E≤3.5	236	45	0	45	2	0	2	0	0	0	0	0	0	0	0	0
3.5<E≤4.5	185	13	0	13	7	0	7	5	0	5	6	0	6	6	0	6
4.5<E≤6.0	319	5	0	5	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
6.0<E≤7.5	284	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
7.5<E≤9.0	193	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
E>9.0	85	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1.5<K≤1.75	N	H+	H-	Ho	H+	H-	Ho	H+	H-	Ho	H+	H-	Ho	H+	H-	Ho
E≤1.5	19	0	0	0	0	5	5	0	11	11	0	0	0	0	5	5
1.5<E≤2.5	79	0	0	0	0	0	0	0	8	8	0	1	1	0	3	3
2.5<E≤3.5	201	45	0	45	2	1	3	0	5	5	0	0	1	1	1	2
3.5<E≤4.5	155	14	0	14	11	2	13	8	5	13	13	1	14	13	1	14
4.5<E≤6.0	247	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
6.0<E≤7.5	194	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
7.5<E≤9.0	105	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
E>9.0	10	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1.75<K≤2	N	H+	H-	Ho	H+	H-	Ho	H+	H-	Ho	H+	H-	Ho	H+	H-	Ho
E≤1.5	53	0	0	0	0	2	2	0	19	19	0	6	6	0	8	8
1.5<E≤2.5	92	0	0	0	0	26	26	0	41	41	0	36	36	0	37	37
2.5<E≤3.5	196	41	0	41	12	8	20	2	15	17	3	11	14	3	11	14
3.5<E≤4.5	160	17	0	17	14	3	17	8	5	13	14	1	15	16	1	16
4.5<E≤6.0	250	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
6.0<E≤7.5	167	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
7.5<E≤9.0	49	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
2<K≤3	N	H+	H-	Ho	H+	H-	Ho	H+	H-	Ho	H+	H-	Ho	H+	H-	Ho
E≤1.5	212	0	28	28	0	75	75	0	93	93	0	81	81	0	82	82
1.5<E≤2.5	288	0	14	14	0	55	55	0	72	72	0	62	62	0	61	61
2.5<E≤3.5	552	34	1	34	6	7	13	2	12	13	4	8	11	4	7	11
3.5<E≤4.5	420	20	0	20	16	0	17	14	2	16	16	1	17	17	1	17
4.5<E≤6.0	532	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
6.0<E≤7.5	174	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
7.5<E≤9.0	8	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
3<K≤5	N	H+	H-	Ho	H+	H-	Ho	H+	H-	Ho	H+	H-	Ho	H+	H-	Ho
E≤1.5	381	0	85	85	0	96	96	0	98	98	0	96	96	0	97	97
1.5<E≤2.5	383	0	34	34	0	62	62	0	71	71	0	63	63	0	63	63
2.5<E≤3.5	577	14	0	14	1	3	5	0	5	5	1	3	4	1	3	4
3.5<E≤4.5	313	22	0	22	11	0	11	6	1	7	11	0	11	12	0	12
4.5<E≤6.0	121	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
K>5	N	H+	H-	Ho	H+	H-	Ho	H+	H-	Ho	H+	H-	Ho	H+	H-	Ho
E≤1.5	906	0	91	91	0	94	94	0	97	97	0	93	93	0	93	93
1.5<E≤2.5	317	0	15	15	0	23	23	0	26	26	0	22	22	0	21	21
2.5<E≤3.5	199	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
3.5<E≤4.5	10	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

Tabla 23

Una Cola .01-.10

K=1	N	S			CKp			Up			H2p			HCp		
		H+	H-	Ho	H+	H-	Ho	H+	H-	Ho	H+	H-	Ho	H+	H-	Ho
E≤1.5	51	35	0	35	41	0	41	0	4	4	0	0	0	0	0	0
1.5<E≤2.5	83	0	0	0	19	0	19	0	6	6	0	0	0	0	0	0
2.5<E≤3.5	78	1	0	1	1	0	1	0	5	5	0	3	3	0	0	0
3.5<E≤4.5	84	2	0	2	4	0	4	0	5	5	0	0	0	0	0	0
4.5<E≤6.0	128	4	0	4	5	0	5	0	0	0	0	0	0	0	0	0
6.0<E≤7.5	112	4	0	4	10	0	10	0	2	2	0	0	0	0	0	0
7.5<E≤9.0	75	0	0	0	0	0	0	0	3	3	0	0	0	0	0	0
E>9.0	88	3	0	3	3	0	3	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1<K≤1.25	N	H+	H-	Ho	H+	H-	Ho	H+	H-	Ho	H+	H-	Ho	H+	H-	Ho
E≤1.5	166	16	0	16	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1.5<E≤2.5	224	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0
2.5<E≤3.5	246	2	0	2	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0
3.5<E≤4.5	319	1	0	1	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0
4.5<E≤6.0	463	2	0	2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
6.0<E≤7.5	423	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
7.5<E≤9.0	361	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
E>9.0	302	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1.25<K≤1.5	N	H+	H-	Ho	H+	H-	Ho	H+	H-	Ho	H+	H-	Ho	H+	H-	Ho
E≤1.5	174	0	0	0	0	3	3	0	22	22	0	8	8	0	2	2
1.5<E≤2.5	251	3	0	3	0	4	4	0	8	8	0	6	6	0	5	5
2.5<E≤3.5	282	0	0	0	0	1	1	0	6	6	0	2	2	0	1	1
3.5<E≤4.5	323	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	1	1	0	0	0
4.5<E≤6.0	454	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
6.0<E≤7.5	400	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
7.5<E≤9.0	282	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
E>9.0	111	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1.5<K≤1.75	N	H+	H-	Ho	H+	H-	Ho	H+	H-	Ho	H+	H-	Ho	H+	H-	Ho
E≤1.5	139	0	0	0	0	29	29	0	42	42	0	40	40	0	33	33
1.5<E≤2.5	223	3	0	3	0	9	9	0	16	16	0	8	8	0	5	5
2.5<E≤3.5	246	1	0	1	0	3	3	0	8	8	0	2	2	0	0	0
3.5<E≤4.5	259	0	0	0	0	2	2	0	2	2	0	2	2	0	0	0
4.5<E≤6.0	368	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
6.0<E≤7.5	277	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
7.5<E≤9.0	145	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
E>9.0	14	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1.75<K≤2	N	H+	H-	Ho	H+	H-	Ho	H+	H-	Ho	H+	H-	Ho	H+	H-	Ho
E≤1.5	162	0	4	4	0	36	36	0	50	50	0	48	48	0	48	48
1.5<E≤2.5	252	0	0	0	0	7	8	0	15	15	0	10	10	0	9	9
2.5<E≤3.5	239	0	0	0	0	3	3	0	5	5	0	3	3	0	3	3
3.5<E≤4.5	267	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
4.5<E≤6.0	359	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
6.0<E≤7.5	237	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
7.5<E≤9.0	72	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
2<K≤3	N	H+	H-	Ho	H+	H-	Ho	H+	H-	Ho	H+	H-	Ho	H+	H-	Ho
E≤1.5	475	0	19	19	0	38	38	0	50	50	0	41	41	0	39	39
1.5<E≤2.5	749	0	0	0	0	7	7	0	10	10	0	7	7	0	7	7
2.5<E≤3.5	684	1	0	1	0	1	1	0	1	1	0	1	1	0	0	0
3.5<E≤4.5	711	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
4.5<E≤6.0	747	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
6.0<E≤7.5	260	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
7.5<E≤9.0	12	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
3<K≤5	N	H+	H-	Ho	H+	H-	Ho	H+	H-	Ho	H+	H-	Ho	H+	H-	Ho
E≤1.5	777	0	40	40	0	58	58	0	69	69	0	61	61	0	58	58
1.5<E≤2.5	959	0	0	0	0	4	4	0	8	8	0	5	5	0	3	3
2.5<E≤3.5	762	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0
3.5<E≤4.5	517	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
4.5<E≤6.0	181	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
K>5	N	H+	H-	Ho	H+	H-	Ho	H+	H-	Ho	H+	H-	Ho	H+	H-	Ho
E≤1.5	1886	0	64	64	0	66	66	0	76	76	0	63	63	0	58	58
1.5<E≤2.5	945	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0
2.5<E≤3.5	256	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
3.5<E≤4.5	17	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

Tabla 24

Dos Colas .001-.01

K=1	N	S			CK			U			H2			HC		
		H+	H-	Ho	H+	H-	Ho	H+	H-	Ho	H+	H-	Ho	H+	H-	Ho
1.5<E≤2.5	10	30	0	30	30	0	30	0	0	0	0	0	0	0	0	0
2.5<E≤3.5	68	94	0	94	94	0	94	0	0	0	0	0	0	0	0	0
3.5<E≤4.5	36	17	0	17	17	0	17	0	0	0	0	0	0	0	0	0
4.5<E≤6.0	82	6	0	6	6	0	6	0	0	0	0	0	0	0	0	0
6.0<E≤7.5	68	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
7.5<E≤9.0	53	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
E>9.0	58	3	0	3	3	0	3	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1<K≤1.25	N	H+	H-	Ho	H+	H-	Ho	H+	H-	Ho	H+	H-	Ho	H+	H-	Ho
1.5<E≤2.5	55	96	0	96	4	0	4	0	0	0	0	0	0	4	0	4
2.5<E≤3.5	165	91	0	91	17	0	17	12	0	12	17	0	17	18	0	18
3.5<E≤4.5	161	39	0	39	5	0	5	2	1	3	6	0	6	6	0	6
4.5<E≤6.0	308	9	0	9	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
6.0<E≤7.5	273	6	0	6	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
7.5<E≤9.0	229	3	0	3	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
E>9.0	205	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1.25<K≤1.5	N	H+	H-	Ho	H+	H-	Ho	H+	H-	Ho	H+	H-	Ho	H+	H-	Ho
1.5<E≤2.5	98	97	0	97	19	0	19	1	0	1	9	0	9	10	0	10
2.5<E≤3.5	166	58	0	58	7	0	7	5	0	5	6	0	6	6	0	6
3.5<E≤4.5	175	40	0	40	10	0	10	4	1	5	7	0	7	9	0	9
4.5<E≤6.0	305	13	0	13	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
6.0<E≤7.5	253	4	0	4	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
7.5<E≤9.0	180	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
E>9.0	76	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1.5<K≤1.75	N	H+	H-	Ho	H+	H-	Ho	H+	H-	Ho	H+	H-	Ho	H+	H-	Ho
E≤1.5	19	95	0	95	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1.5<E≤2.5	73	75	0	75	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
2.5<E≤3.5	140	53	0	53	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
3.5<E≤4.5	153	38	0	38	10	0	10	6	0	6	8	0	8	8	0	8
4.5<E≤6.0	233	12	0	12	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
6.0<E≤7.5	176	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
7.5<E≤9.0	97	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
E>9.0	9	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1.75<K≤2	N	H+	H-	Ho	H+	H-	Ho	H+	H-	Ho	H+	H-	Ho	H+	H-	Ho
E≤1.5	53	60	0	60	6	0	6	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1.5<E≤2.5	81	21	0	21	2	0	2	0	0	0	0	0	0	0	0	0
2.5<E≤3.5	135	30	0	30	7	0	7	1	0	1	2	0	2	3	0	3
3.5<E≤4.5	160	41	0	41	23	0	23	14	0	14	18	0	18	18	0	18
4.5<E≤6.0	229	6	0	6	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
6.0<E≤7.5	150	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
7.5<E≤9.0	47	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
2<K≤3	N	H+	H-	Ho	H+	H-	Ho	H+	H-	Ho	H+	H-	Ho	H+	H-	Ho
E≤1.5	219	0	0	0	0	3	3	0	14	14	0	6	6	0	8	8
1.5<E≤2.5	263	2	0	2	0	5	5	0	6	6	0	5	5	0	5	5
2.5<E≤3.5	373	17	0	17	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
3.5<E≤4.5	418	40	0	40	15	0	15	9	0	9	14	0	14	16	0	16
4.5<E≤6.0	479	3	0	3	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
6.0<E≤7.5	157	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
7.5<E≤9.0	7	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
3<K≤5	N	H+	H-	Ho	H+	H-	Ho	H+	H-	Ho	H+	H-	Ho	H+	H-	Ho
E≤1.5	382	0	36	36	0	58	58	0	66	66	0	61	61	0	60	60
1.5<E≤2.5	367	1	0	1	1	4	4	0	7	7	0	4	4	0	4	4
2.5<E≤3.5	390	8	0	8	1	0	1	0	0	0	0	0	0	1	0	1
3.5<E≤4.5	297	28	0	28	8	0	8	6	0	6	9	0	9	10	0	10
4.5<E≤6.0	112	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
K>5	N	H+	H-	Ho	H+	H-	Ho	H+	H-	Ho	H+	H-	Ho	H+	H-	Ho
E≤1.5	908	0	64	64	0	69	69	0	73	73	0	69	69	0	69	69
1.5<E≤2.5	284	1	0	1	0	2	2	0	2	2	0	1	1	0	1	1
2.5<E≤3.5	133	22	0	22	10	0	10	0	0	0	11	0	11	12	0	12
3.5<E≤4.5	9	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

Tabla 25

Dos Colas .01-.10

K=1	N	S			CKp			Up			H2p			HCp		
		H+	H-	Ho	H+	H-	Ho	H+	H-	Ho	H+	H-	Ho	H+	H-	Ho
E≤1.5	41	5	0	5	32	0	32	0	5	5	0	0	0	0	0	0
1.5<E≤2.5	74	73	0	73	95	0	95	0	0	0	0	0	0	0	0	0
2.5<E≤3.5	58	0	0	0	10	0	10	0	14	14	0	0	0	0	0	0
3.5<E≤4.5	76	4	0	4	8	0	8	0	3	3	0	0	0	0	0	0
4.5<E≤6.0	108	0	0	0	3	0	3	0	0	0	0	0	0	0	0	0
6.0<E≤7.5	88	2	0	2	8	0	8	0	0	0	0	0	0	0	0	0
7.5<E≤9.0	80	13	0	13	14	0	14	0	0	0	0	0	0	0	0	0
E>9.0	75	5	0	5	7	0	7	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1<K≤1.25	N	H+	H-	Ho	H+	H-	Ho	H+	H-	Ho	H+	H-	Ho	H+	H-	Ho
E≤1.5	114	75	0	75	2	0	2	0	0	0	1	0	1	1	0	1
1.5<E≤2.5	195	70	0	70	1	1	2	0	2	2	0	0	0	0	1	1
2.5<E≤3.5	208	18	0	18	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0
3.5<E≤4.5	286	7	0	7	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
4.5<E≤6.0	405	6	0	6	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
6.0<E≤7.5	374	4	0	4	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
7.5<E≤9.0	310	3	0	3	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
E>9.0	268	2	0	2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1.25<K≤1.5	N	H+	H-	Ho	H+	H-	Ho	H+	H-	Ho	H+	H-	Ho	H+	H-	Ho
E≤1.5	109	95	0	95	15	0	15	0	0	0	2	0	2	1	0	1
1.5<E≤2.5	203	41	0	41	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
2.5<E≤3.5	251	14	0	14	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	1	1
3.5<E≤4.5	294	7	0	7	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
4.5<E≤6.0	393	4	0	4	0	1	1	0	1	1	0	0	0	0	0	0
6.0<E≤7.5	343	2	0	2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
7.5<E≤9.0	255	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
E>9.0	100	3	0	3	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1.5<K≤1.75	N	H+	H-	Ho	H+	H-	Ho	H+	H-	Ho	H+	H-	Ho	H+	H-	Ho
E≤1.5	99	85	0	85	6	0	6	0	1	1	2	0	2	1	0	1
1.5<E≤2.5	169	25	0	25	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
2.5<E≤3.5	222	7	0	7	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0
3.5<E≤4.5	227	4	0	4	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
4.5<E≤6.0	314	3	0	3	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
6.0<E≤7.5	245	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
7.5<E≤9.0	130	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
E>9.0	13	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1.75<K≤2	N	H+	H-	Ho	H+	H-	Ho	H+	H-	Ho	H+	H-	Ho	H+	H-	Ho
E≤1.5	119	62	0	62	23	0	23	1	0	1	2	0	2	2	0	2
1.5<E≤2.5	204	23	0	23	10	0	11	0	0	0	0	0	0	0	0	0
2.5<E≤3.5	215	12	0	12	2	0	3	0	0	0	0	0	0	0	0	0
3.5<E≤4.5	238	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
4.5<E≤6.0	310	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
6.0<E≤7.5	208	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
7.5<E≤9.0	63	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
2<K≤3	N	H+	H-	Ho	H+	H-	Ho	H+	H-	Ho	H+	H-	Ho	H+	H-	Ho
E≤1.5	345	42	0	42	14	3	17	3	9	12	7	5	12	11	5	16
1.5<E≤2.5	563	7	0	7	1	0	1	0	1	1	0	0	0	0	0	0
2.5<E≤3.5	622	2	0	2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
3.5<E≤4.5	620	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
4.5<E≤6.0	651	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
6.0<E≤7.5	219	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
7.5<E≤9.0	10	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
3<K≤5	N	H+	H-	Ho	H+	H-	Ho	H+	H-	Ho	H+	H-	Ho	H+	H-	Ho
E≤1.5	645	21	9	30	6	19	25	3	23	26	4	21	25	8	20	29
1.5<E≤2.5	685	2	0	2	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
2.5<E≤3.5	682	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
3.5<E≤4.5	452	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
4.5<E≤6.0	148	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
K>5	N	H+	H-	Ho	H+	H-	Ho	H+	H-	Ho	H+	H-	Ho	H+	H-	Ho
E≤1.5	1665	6	28	34	3	28	31	1	32	32	5	28	32	7	27	33
1.5<E≤2.5	661	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1
2.5<E≤3.5	227	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
3.5<E≤4.5	14	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

3.6.8.- Conclusiones.

En primer lugar, conviene recordar que, en general, en la literatura se han considerado pocos métodos (y sólo para un tipo de tests: bien de una cola o bien de dos colas), que en ocasiones se han mezclado métodos condicionados con incondicionados, exactos con asintóticos, etc., y también que la metodología no ha sido ni demasiado clara ni siempre la apropiada, no comparando con el método óptimo exacto, ni utilizando siempre en la comparación los P-values, ni teniendo en cuenta todos los parámetros que podían estar influyendo. Aquí, tratando de evitar lo anterior, se ha seguido el siguiente proceso:

- 1º) Se han comparado un total de 20 versiones de c.p.c incondicionadas (10 versiones con y 10 sin subíndice P). En cada caso, 5 versiones son clásicas (con algún refrendo de la literatura), y las otras 5 son nuevas o variaciones de alguna clásica.
- 2º) Se ha procurado dar más importancia a las versiones clásicas más usuales y en cualquier caso a aquellas cuyo cálculo sea más sencillo de realizar.
- 3º) El criterio principal para evaluar la actuación de las diferentes versiones ha consistido en comparar el P-value exacto con el P-value de cada versión, obteniendo el porcentaje de fallos H^0 de cada versión, en base a la (46), y penalizando los fallos liberales frente a los conservadores al haber considerado $\delta^+ > \delta^-$ (con δ^- y δ^+ dados por la (49) y (50), respectivamente).

4^a) La comparación se ha realizado tanto para test de una como de dos colas, distinguiendo entre valores bajos y altos del P-value real, y en función de aquellos otros parámetros que previamente se ha comprobado podían influir en el actuación relativa de las distintas versiones (K y E).

Las conclusiones más generales y resaltables pueden resumirse en:

- 1^a) La actuación de los métodos seleccionados mejora con el aumento de E y de P_E , y tiende a empeorar con el aumento de K, aunque la influencia de K es importante sobre todo en los tests de una cola y para valores bajos de P_E . Con nuestros datos no se aprecia una dependencia clara del tamaño total de muestra n.
- 2^a) Tanto a una como a dos colas, en los valores altos de P_E las versiones con subíndice P son las que mejor actúan, mientras que en los valores bajos de P_E sucede lo contrario.
- 3^a) En cuanto al comportamiento de las versiones seleccionadas, los fallos de tipo liberal se concentran en los valores bajos de E y los de tipo conservador sólo son importantes para valores bajos de P_E y E intermedios.

También nos parece interesante el resaltar que dos de los métodos nuevos (los H2 y HC, en sus versiones con o sin subíndice P) son los que en general actúan de forma más satisfactoria, y que alguno de los métodos clásicos más usuales y sencillos han resultado los óptimos en alguna de las situaciones (S y U) o con una buena actuación general (CK o CKP). La Tabla 26 informa sobre cuál es el método óptimo en

cada situación considerada, y también sobre su comportamiento liberal o conservador.

Respecto a los métodos sobre los que prácticamente no se ha hecho ningún comentario, cabe decir lo siguiente: que T, C, H1 y M son métodos cuyo cálculo es complicado (como ya se indicó al definirlos) y que su actuación no mejora la del óptimo en ninguna de las situaciones contempladas, siendo en general similar a la de algún método sencillo (T y CK por ejemplo). Respecto a PH, tan sólo comentar que es el método con peor actuación, y ello debido a que se comporta de forma muy conservadora (salvo cuando K es muy alto y E muy bajo).

Tabla 26

Selección del método óptimo (entre paréntesis el que le es más cercano), y comportamiento conservador (C) o liberal (L) del mismo, en función del tipo de tests (una o dos colas), del P-value exacto (P_E), del mínimo valor esperado (E) y del desequilibrio entre los tamaños muestrales n_1 (K).

Test	$1\% \leq P_E \leq 1\%$	$1\% < P_E \leq 10\%$
1 COLA	H2 (HC) C si $K > 1.25$ y $E >>$ L si $K > 1.75$ y $E <<$	Si $K \leq 1.25$: H2P y HCP Si $K > 1.25$: S C si $K \leq 1.75$ L si $K > 1.75$ y $E <<$
2 COLAS	U (H2 y HC) C si $1 < K \leq 2$ L si $K > 2$ y $E <<$	H2P y HCP C si $K \leq 2$ y $E <<$ L si $K > 3$ y $E <<$

H2 y H2P \equiv Nuevas versiones del método de Haber (1982).

HC y HCP \equiv Métodos nuevos.

S \equiv Método de Shouten et al (1980).

U $\equiv \chi^2$ sin c.p.c.

4.- LAS CONDICIONES DE VALIDEZ DEL TEST CHI-CUADRADO.

4.1.- Generalidades y condiciones clásicas.

En el apartado 3.6.2. ya se comentó que el haber incluido en el estudio la influencia del mínimo valor esperado E se debía a que una de las posibles fuentes de error al aproximar por χ^2 es que se está utilizando una distribución simétrica (la normal) para aproximar a otra que no lo es (la de la variable $X_1n_2 - X_2n_1$). Así, puesto que $X_i \sim B(n_i, p)$ (con $i=1,2$ y B aludiendo a una distribución binomial), teóricamente la aproximación a la normal será válida para valores esperados $n_i\hat{p}$ y $n_i(1-\hat{p})$ altos pues, para que sea posible la simetría exigida, deben aparecer ambas colas de la distribución normal. Es por esto que la condición de validez (c.d.v. en adelante) más habitual ha consistido en exigir que el valor de E supere un determinado valor, aunque también hay referencias al valor de K que ya fueron comentadas en los apartados anteriores.

Pese a ello, y a ser una condición de validez histórica para χ^2 , en el caso incondicionado son pocos los autores que han estudiado la influencia de E . Así, Cressie and Read (1989), aludiendo a los tests de bondad de ajuste en tablas rxs, abogan por la validez del test chi-cuadrado si $E \geq 0.25$, $n \geq 10$ y $n^2/rs \geq 10$, condiciones que parecen demasiado débiles, pues en nuestro caso equivalen a exigir que $E \geq 0.25$ y $n \geq 10$. Grizzle (1967), indica que el test χ^2_U a dos colas (para $K=1$ y $\alpha=1\%$ y 5%) va bien si es $E > 5$, y Sachs (1986) que el test χ^2_{UP} a una cola es válido si son $n_i \geq 6$ y $E \geq 2$. Un estudio teórico acerca de

la conveniencia de condicionar en valores de E grandes es el de Wei-Yin Loh (1989) pues, advierten, de no hacerlo el error α real tiende hacia 1.

De otro estilo es el consejo de Schouten et al (1980) que aceptan la validez del test χ^2_{SP} cuando es $K \leq 3$.

4.2.- Objetivo actual (Aportación).

Como puede verse, además de ser muy escaso el número de estudios realizados, sus conclusiones son o bien demasiado generales (no distinguiendo entre tipos de muestreo, ni entre las distintas versiones χ^2_X), o demasiado específicas (estudiando sólo las c.d.v. de alguna de las versiones y no precisamente de las óptimas). Aquí se tratará de solventar estos problemas estudiando por separado las c.d.v. de cada uno de los métodos que anteriormente hayan resultado más competitivos, considerando como óptimo aquel que de lugar a las c.d.v. menos restrictivas. Por otra parte, mientras que en la obtención de la c.p.c. óptima el interés se centraba en comprobar qué método funcionaba mejor, aquí consiste en ver cuándo puede considerarse válida la actuación de un método determinado. Así, por ejemplo, para test de dos colas y en una determinada combinación de intervalos de P_E , K y E, si un método tiene un H^0 del orden del 3% mientras que los del resto de métodos lo superan claramente, será considerado el óptimo en esa combinación, en cambio se puede plantear que su actuación

no es válida por considerar que el 3% de fallos es elevado. Aunque lo deseable sería un 0% de fallos, en adelante se considerará que menos de un 5% de fallos es aceptable. Así, al igual que se hizo con la c.p.c. óptima, las c.d.v. se basarán en el valor de H^0 (sólo que ahora se exigirá que $H^0 < 0,5\%$) y, como allí, se estudiarán para test de una y dos colas y en función de P_E , K y E , y para los intervalos anteriormente considerados.

4.3.- Determinación de las c.d.v. (Aportación).

Los resultados que se analizan en este apartado son los mismos que ya se estudiaron en 3.6.4, 3.6.5 y 3.6.6 (Tablas 14-21), sólo que ahora el proceso de análisis es distinto. Aquí, para test de una y dos colas y en cada combinación de intervalos de P_E y K , se trata de buscar la primera posición de E a partir de la cual sea $H^0 < 0,5\%$ siempre, aunque -al no haber considerado decimales en H^0 - esto equivaldrá a buscar en las tablas la primera posición en que es $H^0 = 0$. Bajo este criterio, del análisis de las tablas de resultados se deduce lo siguiente:

1ª) Para test de una cola y P_E bajos (Tablas 14 y 18):

Los métodos anteriormente seleccionados fueron H_2 y H_C , y vuelven a serlo ahora, pues sus c.d.v. son las menos exigentes. Así, de forma aproximada, si $K \leq 1.25$ siempre son

válidos (la condición $E > 0$ basta) y cuando $K > 1.25$ con la condición $E > 4.5$ es más que suficiente.

2ª) Para test de una cola y P_E altos (Tablas 15 y 19):

Para esta situación se seleccionaron los métodos H2P y HCP cuando $K \leq 1.25$ y el S cuando $K > 1.25$. De los dos primeros el que obtiene unas c.d.v. menos exigentes es el HCP, pues si $K \leq 1.25$ siempre es válido, y si $K > 1.25$ con la condición $E > 3.5$ sobra (pues, por ejemplo, si $K > 2$ con $E > 2.5$ ya es suficiente). Respecto al método S, cuando $K \leq 1.25$ no es válido (pues $H^0 > 0$ en todo E), y si $K > 1.25$ sus c.d.v son menos exigentes que las de HCP tan sólo cuando $K > 1.75$ donde basta con que $E > 1.5$.

3ª) Para test de dos colas y P_E bajos (Tablas 16 y 20):

En este caso el método seleccionado fue el U, seguido de los métodos H2 y HC que también resultaron competitivos. Sus c.d.v también son las menos exigentes y además coinciden en los tres métodos. Así, para $K=1$ son válidos siempre (basta con $E > 0$) y para $K > 1$ sobra con la condición $E > 4.5$.

4ª) Para test de dos colas y P_E altos (Tablas 17 y 21):

Los métodos que se seleccionaron fueron H2P y HCP, siendo ahora el método H2P el que da lugar a unas c.d.v menos exigentes. Así, para $K=1$ siempre es válido, y para $K > 1$ basta con que $E > 1.5$ para que también lo sea.

4.4.- Discusión y conclusiones (Aportación).

Sobre la metodología general y las precauciones que se han tenido en cuenta en el proceso de obtención de las c.d.v., éstas han sido similares a las de la selección de la c.p.c. óptima, pues en ambos casos se ha trabajado con las mismas versiones, en función de los mismos parámetros, etc. Tan sólo cabría recordar que la diferencia fundamental es que aquí se ha considerado como método óptimo a aquel que da lugar a las c.d.v. menos restrictivas, y que éstas se han hallado buscando para cada tipo de test (de una o de dos colas), y para cada combinación de intervalos de P_E y K , el primer valor de E a partir del cual el porcentaje de fallos es menor del 5%.

Las conclusiones más generales e interesantes de resaltar son las siguientes:

- 1ª) De unos métodos a otros, las c.d.v. varían en gran medida.
- 2ª) Para tests de una cola las c.d.v. son más restrictivas que para tests de dos colas.
- 3ª) Para valores bajos de P_E las c.d.v. también son más restrictivas que para los P_E altos.
- 4ª) En las K muy bajas las c.d.v. son menos restrictivas que en las K altas, sobre todo cuando el test es de una cola y las P_E son bajas.

La Tabla 27 permite seleccionar el método cuyas c.d.v. son menos exigentes. De forma similar a lo que ocurría en la selección de la c.p.c. óptima, las distintas versiones de los

nuevos métodos H2 y HC también son las que tienen unas c.d.v. menos exigentes.

Tabla 27

Selección del método con unas condiciones de validez menos exigentes. En función del tipo de tests (una o dos colas), del P-value exacto (P_E) y del desequilibrio entre los tamaños muestrales n_1 (K), en el interior de la tabla se indica el método seleccionado y el valor de E (mínimo valor esperado) a partir del cual se le puede considerar válido.

Test	$1\% \leq P_E \leq 1\%$	$1\% < P_E \leq 10\%$
1 COLA	HC $K \leq 1.25: E > 0$ $K > 1.25: E > 4.5$	HCP $K \leq 1.25: E > 0$ $K > 1.25: E > 3.5$
2 COLAS	H2 $K = 1: E > 0$ $K > 1: E > 4.5$	H2P $K = 1: E > 0$ $K > 1: E > 1.5$

H2 y H2P \equiv Nuevas versiones del método de Haber (1982).
HC y HCP \equiv Métodos nuevos.

5.- EVALUACION DE LAS AFIRMACIONES DE LA LITERATURA.

Hasta ahora no se han evaluado individualmente cada uno de los 20 métodos, ni tampoco comparativamente por parejas, pues ese no era el objetivo y sería excesivamente prolijo. Cualquier lector que desee alguna de tales evaluaciones, basta con que acuda a alguna de la tablas de las páginas anteriores. Sí nos

detendremos aquí en aquellas evaluaciones que son motivo de algún tipo de afirmación relevante en la literatura, y ello con el fin de criticarlas en base a nuestros datos. Lo que sigue será una exposición sucinta de resultados, literarios vs los actuales, ordenados por métodos:

a) Métodos S o SP:

-Schouten et al (1980): "SP es conservador en $K \leq 3$ y liberal en $K > 3$ ($\alpha = 5\%$; 2 colas)". Casi correcto: la liberalidad sucede en $K > 5$ y E pequeño.

-Schouten et al (1980): "SP es aceptable en $K \leq 3$ ($\alpha = 5\%$; 2 colas)". Falso: SP es aceptable en $K > 2$ cuando es E grande.

-Haber (1982): "S es conservador (2 colas; $n \leq 50$; $K = 1, 2, 3$; $\alpha = 5\%$ ". Correcto: es una ratificación de lo dicho más arriba.

b) Método PH:

-Upton (1982): "PH es conservador ($\alpha = 5\%$; 2 colas)". Casi correcto: es liberal en K grande y E pequeño.

c) Métodos U o UP:

-Pearson (1947): "UP es irregular pero cercano a la realidad (2 colas)" + Plackett (1964): "Idem para U" + Grizzle (1967): "Idem para U en $n_1 = n_2$ " + Storer and Choongrak (1990): "U no es tan malo". Incorrecto: Ambos son irregulares, pero más bien liberales en los α usuales y más bien conservadores en los α bajos. UP no es cercano al real en $K = 1$.

-Grizzle (1967): "U va bien si es $E > 5$ (2 colas; $\alpha = 1\%$ o

5%)"'. Incorrecto: en los α altos y $K \leq 1,5$ la condición es demasiado floja.

-Garside and Mack (1976): "UP es muy liberal en $K \geq 4$ (1 cola; $n_i \leq 20$; $\alpha = 1\%$ o 5%)". Correcto.

-Schouten et al (1980) + Upton (1982) + Dozzi and Riedwyl (1984): "UP es liberal (1 o 2 colas; $\alpha = 5\%$)". Correcto (cuando falla).

-Haber (1986) + Sachs (1986): "UP es muy liberal en $K \geq 4$ (1 cola; $n \leq 20$; $\alpha = 1\%$ o 5%)". Incorrecto: es liberal para $K \geq 1,5$ y α pequeño, pero en los α grandes es liberal en todos los K 's si E es moderada o baja.

-Sachs (1986): "U va bien si es $n_i \geq 6$ y $E \geq 2$ (1 cola)". Incorrecto: salvo en $K > 5$ o $K = 1$ y α bajos, la condición es más exigente ($E \geq 6$ con frecuencia).

-D'Agostino et al (1988): "U va bien en α pequeño (2 colas; $n = 10$ a 30)". Incorrecto: es cierto en $K = 1$; no lo es en $K > 1$ y E moderadas o bajas.

-Rhoades and Overall (1982): "UP es menos liberal que U (1 cola)". Correcto: es una obviedad fruto del factor n o $n-1$.

d) Método H2:

-Haber (1982): "H2 y UP son prácticamente iguales, pero el primero es menos liberal (2 colas; $n \leq 50$; $K = 1, 2, 3$; $\alpha = 5\%$)". Correcto (aunque sus resultados se refieren a la versión de H2 que usa la (27), y los de aquí a la que usa la (37)).

e) Método C:

-Conover (1974): "C y U son prácticamente iguales, pero el primero es difícil de calcular (2 colas)". Casi correcto:
C es mejor que U en los α grandes.

6.- CONCLUSIONES.

En este capítulo se han abordado varias cuestiones relativas a cuál es el método asintótico más conveniente para la comparación de dos proporciones independientes desde el punto de vista incondicionado. En primer lugar, a partir de un estudio crítico de la literatura, se evidenció la conveniencia de utilizar el método chi-cuadrado clásico frente al resto de métodos alternativos pues o bien son demasiado complejos para ser asintóticos, o tienen poca base teórica, o sus resultados son peores que los de los clásicos chi-cuadrado. En segundo lugar, con el objetivo de seleccionar la c.p.c. más idónea para el test chi-cuadrado, se han estudiado todos los métodos clásicos con algún refrendo de la literatura más una cantidad similar de métodos nuevos (un total de 20 métodos), concluyendo que la c.p.c. óptima depende del número de colas del test, del error objetivo, del desequilibrio entre los tamaños muestrales n_1 (K) y del mínimo valor esperado (E), pero no así del tamaño muestral (n). Estos resultados se resumieron en la Tabla 26. Por último, para los métodos con una mejor actuación, se han estudiado sus c.d.v., eligiendo como óptimo, en este sentido, a aquel cuyas c.d.v. han resultado ser las menos restrictivas.

Se ha comprobado que, aunque la magnitud de E es el factor más importante a considerar, las c.d.v. también varían dependiendo de cuál sea el número de colas del test, del error objetivo y de K . Estos resultados se resumieron en la Tabla 27.

CAPITULO IV

¿ METODOS CONDICIONADOS O INCONDICIONADOS ?

1.- INTRODUCCION

Una Tabla 2x2 como la Tabla 28 puede surgir bajo tres tipos de muestreo, el cual, a su vez, depende del número de marginales fijados de antemano (Pearson, 1947): i) Ningún marginal fijado de antemano (problema de asociación de dos cualidades dicotómicas); ii) Un marginal fijado (problema de la comparación de dos proporciones); iii) Dos marginales fijados (experimento de las tazas de té de Fisher: Fisher, 1942). Los distintos modos de aludir a estas tres situaciones pueden verse en Kroll (1989), y el resto de formas en que la tabla puede presentarse en Kudô and Tarumi (1978).

Tabla 28

Presentación de datos en forma de una tabla 2x2.

Claves	A	\bar{A}	Total
$\frac{B}{B}$	x_1 x_2	y_1 y_2	n_1 n_2
Total	a_1	a_2	n

Con el fin de que el capítulo actual pueda leerse sin continuos saltos atrás, de forma ocasional se repetirán algunos conceptos y expresiones de capítulos anteriores. Puesto que el muestreo considerado en esta memoria se corresponde con el caso ii), en lo que sigue nos centraremos en él, pero los conceptos que se expondrán y las conclusiones que se obtengan son válidas también para el caso i).

Si sólo las n_i están fijadas de antemano, las X_i son variables binomiales independientes de parámetros n_i y p_i , y la probabilidad de dicha tabla viene dada por:

$$P(X_1=x_1, X_2=x_2) = P(X_1, X_2 | p_1, p_2) = \binom{n_1}{x_1} \binom{n_2}{x_2} p_1^{x_1} q_1^{y_1} p_2^{x_2} q_2^{y_2} \quad (1)$$

(con $q_i=1-p_i$) y, de ser cierta la hipótesis nula $H_0 \equiv p_1=p_2 (=p)$, será:

$$P(X_1=x_1, X_2=x_2 | H_0) = P(X_1, X_2 | p) = \binom{n_1}{x_1} \binom{n_2}{x_2} p^{a_1} q^{a_2} \quad (2)$$

(con $q=1-p$), con lo que la probabilidad depende del "parámetro perturbador" p . En el Cap.I ya se comentó que la eliminación de parámetros perturbadores es uno de los problemas cruciales de la estadística actual (Basu, 1977) y que, habiendo generado diversas soluciones (Tabla 2 del Cap.I), las Tablas 2x2 se han convertido en el terreno de batalla particular de una situación más general. Para nuestro caso, las metodologías que compiten son la condicionada y la incondicionada. La primera debida a Fisher (1935), Irwin (1935) y Yates (1934), se basa en el hecho de que, condicionando en los marginales observados a_1 , la única variable de la tabla es X_1 (por ejemplo), y así:

$$P(X_1=x_1 | a_1, H_0) = P(X_1 | a_1) = \frac{\binom{n_1}{x_1} \binom{n_2}{x_2}}{\binom{n}{a_1}} \quad (3)$$

$$r = \max(0; a_1 - n_2) \leq x_1 \leq \min(a_1; n_1) = s$$

con lo cual, si $RC(\alpha)$ es una región crítica al error objetivo α , el error real será de:

$$\alpha_C^* = \sum_{RC(\alpha)} P(x_1|a_1) \quad (4)$$

lo que da lugar al conocido test exacto de Fisher. La segunda, debida a Barnard (1945, 1947), se basa en la expresión original (2), eliminando el parámetro p no por condicionamiento, sino por maximización. Así, si $RC'(\alpha)$ es una RC al error objetivo α , el error real será:

$$\alpha_I^* = \underset{0 < p < 1}{\text{Max}} \sum_{RC'(\alpha)} P(x_1, x_2|p) = \underset{0 < p < 1}{\text{Max}} \alpha(p) \quad (5)$$

Evidentemente que $RC(\alpha)$ está formada por un conjunto de valores de x_1 , en tanto que $RC'(\alpha)$ lo está por un conjunto de valores de (x_1, x_2) .

Desde el nacimiento del método incondicionado, la discusión acerca de cuál de las dos metodologías es la adecuada ha sido eterna, pero la misma se ha agudizado desde la generalización de los ordenadores (lo que ha permitido resolver la (5) con relativa facilidad). La lista de autores partidarios de uno u otro método es interminable -ver por ejemplo los artículos de Berkson (1978), Yates (1984), Little (1989) y Haviland (1990), y su discusión-, pero el ímpetu que ponen en su defensa unos y otros, y el poco acuerdo conseguido, hacen sospechar que la discusión roza el campo de la Filosofía, o al menos así lo parece por el modo en que defensores y atacantes del test exacto de Fisher hacen fortaleza de sus principios. La situación se vuelve aún más confusa cuando el creador del

método incondicionado se arrepiente (Barnard, 1949) pasando a defender con ahinco al método condicionado (Barnard, 1982, 1989); igual sucede con otro de los partidarios del método incondicionado (Upton, 1982, 1992).

Hasta ahora, la defensa del método condicionado en las tablas 2x2 ha merecido artículos específicos sobre el tema (Yates, 1984; Little, 1989; Haviland, 1990; Cormack and Mantel, 1991; Upton, 1992; etc.) en los que se han expuesto profusamente las razones que lo avalan, en tanto que la defensa del método incondicionado sólo ha merecido algunas líneas en la discusión de los artículos anteriores o dentro de otros artículos cuyo fin era otro (Garside and Mack, 1967; Mc Donald et al, 1977; D'Agostino et al, 1988; etc.). Aquí se pretende responder uno a uno a los principales argumentos esgrimidos por los partidarios del condicionamiento, así como dar algún argumento añadido a favor del no condicionamiento. La defensa del no condicionamiento es tanto más deseable en cuanto que la generosidad científica y honradez de los "arrepentidos" puede ocasionar una detención en el desarrollo de la estadística (por la confusión que crea en el resto de investigadores esa actitud en personas de gran relevancia científica). Aunque los argumentos esgrimidos a favor de uno y otro método son muchos y no siempre fácilmente encuadrables, en lo que sigue se ha procurado una sistematización de los mismos, lo que impedirá su aparición por orden de importancia.

Sin embargo, el método incondicionado no siempre es el apropiado, y en este capítulo se reseñan dos ejemplos paradigmáticos: el ejemplo de las flores de Fisher y el caso de

la comparación de dos proporciones apareadas. En esencia, aquí se defiende la idea de que sólo es lícito condicionar en aquellos estadísticos que no dependen de los parámetros objeto de inferencia, y que, con tal fin, es preciso especificar la probabilidad de la tabla cuando es cierta la hipótesis alternativa. La idea es aprovechada para rebatir el argumento de los modelos causales usado por Greenland (1991).

2.- ARGUMENTOS PRACTICOS

2.1.- Sobre el conservadurismo del test exacto de Fisher.

El argumento repetido con mayor insistencia por parte de los defensores del método incondicionado es que el test que produce es más potente que el test exacto de Fisher (Mc Donald et al, 1977; Liddell, 1978; Upton, 1982; Haber, 1987), al cual se acusa de ser muy conservador. Los argumentos para llegar a tal conclusión son de varios tipos. Los más extendidos son que el tamaño α^*_c puede ser menor que $\alpha/4$ o $\alpha/2$; que α^*_I suele ser más próximo a α que α^*_c ; y que la $RC'(\alpha)$ suele contener más puntos que la $RC(\alpha)$. Como tales conclusiones se obtienen para algunos valores de n_i , y generalmente para $\alpha=5\%$, los partidarios del condicionamiento contraatacan esgrimiendo el argumento de Yates (1984) de que la anterior conclusión proviene de un uso indebido de los niveles nominales de significación (5%, 1%,...) práctica que, estando justificada con variables continuas, es una aplicación indiscriminada de la teoría de Neyman-Pearson. En realidad, el hecho de que los

valores de α^* estén por debajo de α era esperable puesto que se trabaja con variables discretas, pero es sintomático que en general α^*_I esté más cerca de α que α^*_C , lo que implica que el P-value del método incondicionado sea más bajo que el del método condicionado, obteniendo así más significaciones. El que ello suceda en los valores ordinarios de α (5% ó 1%) no implica que también vaya a suceder lo mismo en el resto, pero los partidarios del condicionamiento no ofrecen ejemplos al efecto. Si la duda proviene de que las diferencias ($\alpha^*-\alpha$) puedan ser indicativas de algo, la misma se despeja con la confirmación de Haber (1987) de que para $\alpha=5\%$ el test incondicionado es generalmente más potente que el condicionado. Este argumento (menos extendido que el anterior) se ratifica con el estudio de Herranz (1992) en el que las comparaciones de potencia se hacen para valores de α entre el 1% y el 10%.

Por si queda alguna duda, Martín (1991) expone el siguiente argumento teórico ya comentado en el Cap.II (Aptdo. 2.7.2). Como señaló Pearson (1947), la expresión (2) puede ponerse en este otro formato:

$$P(x_1, x_2|p) = P(a_1|p) P(x_1|a_1) \quad (6)$$

con

$$P(a_1|p) = \binom{n}{a_1} p^{a_1} q^{n-a_1} \quad (7)$$

Uno de los problemas del método incondicionado es el orden en que los puntos (x_1, x_2) van introduciéndose en la RC', pero una solución habitual y de las más potentes (Haber, 1987; y Cap.II, Aptdo. 2.5.4) consiste en ordenarlos de menor a mayor valor de

su P-value $P_F(x_1)$ obtenido por el test exacto de Fisher (Mc Donald et al, 1977) o método CSF del capítulo anterior. Si x_1 es el valor observado y P_F es tal P-value, el P-value P_{IF} de la actual versión incondicionada será, en base a (5) y (6):

$$P_{IF} \leq \sum_{a_1} \binom{n}{a_1} p^{a_1} q^{n-a_1} P_F < P_F \quad (8)$$

Como el test de Barnard (1947) es el más potente de los incondicionados, su P-value en general será $P_{IB} \leq P_{IF} < P_F$, por lo que el test exacto de Fisher será más conservador que el test incondicionado óptimo. Pero esto debe entenderse en sus justos términos.

Si uno es partidario del no condicionamiento, y puesto que el test exacto de Fisher también puede contemplarse como uno incondicionado (Pearson, 1947), la conclusión es clara: los tests incondicionados clásicos son más potentes (y por tanto preferibles) que el test exacto de Fisher. Sin embargo, si uno es partidario del condicionamiento (como único planteamiento lícito) las comparaciones descritas anteriormente pierden todo su sentido y el test exacto de Fisher es la única alternativa posible. Esto es así principalmente por dos motivos: porque la mayor potencia del test incondicionado se logra gracias a que en algún valor de a_1 dicho test incluye un punto extra en la $RC(\alpha)$, lo cual indica que en la expresión (4) es $\alpha_c^* > \alpha$ (lo que no está permitido), y porque las potencias consideradas son incondicionadas como se verá más adelante (Aptdo. 3.3). En conclusión, el asunto del conservadurismo no es la discusión relevante acerca de qué metodología elegir.

2.2.- Sobre la inconsistencia del test exacto de Fisher.

Cornfield (1966), Yates (1984), Dupont (1986) y Cormack (1986) señalan el comportamiento inconsistente del test exacto de Fisher como test de dos colas, citando el último autor hasta 5 problemas distintos. Un ejemplo típico es el que cita Dupont (1986) referente a una tabla de 10/100 vs 20/100 cuyo P-value es 0.0734 (calculado por el test exacto de Fisher a dos colas bajo la definición de "tablas más improbables" o versión I del Cap.I), en tanto que el de la tabla de 10/101 vs 20/100 (muy similar a la anterior) es de sólo 0.0497. Dupont y Yates proponen como solución que el P-value de dos colas sea el doble del P-value del test de una cola (que es la propuesta de Armitage). Dicha solución resuelve el anterior ejemplo y los cuatro primeros problemas citados por Cormack, pero no el último, proponiendo este una solución alternativa basada en un muestreo de la distribución hipergeométrica obtenida experimentalmente. La solución es laboriosa y aún no ha dado tiempo a su discusión en la bibliografía. Sin embargo la solución de doblar el P-value de una cola les parece injustificada a muchos autores, partidarios o no del método condicionado (el propio Cormack y varios de los participantes en la discusión del papel de Yates: Hill, Jagger, Plackett, Mantel...). Por otra parte, Lloyd (1988) prueba que el criterio de doblar el P-value de una cola da lugar a un test sesgado que puede entenderse como uno aleatorizado diferente del UMPU. Martín et al (1989) prueban que el test incondicionado CSF no presenta ninguno de tales problemas, o los tiene muy

aminorados, citando como ejemplo el que los P-values para el caso planteado por Dupont sean de 0.0596 y 0.0502 respectivamente (que son bastante más homogéneos).

Como puede verse, unos autores extraen como consecuencia que el test incondicionado es el adecuado; otros, que hay que cambiar la definición del P-value de Fisher en los tests de dos colas.

Con respecto a lo primero, Martín and Luna (1989) y Barnard (1989) señalan que los resultados eran esperables debido a lo discreto de las variables implicadas. Para el test de Fisher, el número total de tablas posibles son 31, lo que da un salto promedio de probabilidad de $100/31 = 3.23\%$ que es mayor que el salto del ejemplo ($7.34-4.97=2.37\%$), y así el salto observado no es tan sorprendente. El test incondicionado tiene más puntos donde repartir la probabilidad y así los saltos son menores. La razón de la irregularidad en el comportamiento del test de Fisher está en la asimetría de la distribución hipergeométrica y en lo discreto de la variable base.

Con respecto a lo segundo, la definición del P-value de dos colas no puede cambiarse "a posteriori" para resolver una dificultad en un test particular. La definición debe ser general, válida para todos los tests, y justificada de modo ajeno a unos datos particulares.

En resumen, tampoco la posible inconsistencia del test de Fisher avala necesariamente al test incondicionado, aunque es verdad que el mismo es algo más coherente.

2.3.- El test exacto de Fisher es más general y sencillo, convergiendo al incondicionado.

El test exacto de Fisher además de ser válido para las tres circunstancias descritas en la introducción (Lehmann, 1959), puede ser considerado como un test incondicionado (Pearson, 1947), como un test de aleatorización (Lehmann, 1959) e incluso como solución al test de las rachas (Herranz, 1992). El método incondicionado requiere una solución distinta para cada uno de los tres casos de la introducción. La generalidad del primero es evidente y cómoda. Su mayor sencillez de cómputo es también patente si se observan las expresiones (4) y (5), donde es claro que la (4) puede incluso resolverse "a mano", mientras que la (5) necesita de un potente ordenador. Pero, a cambio de estas ventajas, ha de pagarse el precio de su mayor conservadurismo e inconsistencia.

Es conocido que ambos tests convergen al test chi-cuadrado (Cap.III) y actualmente ya se sabe que la diferencia entre las potencias de uno y otro tiende a cero conforme aumenta n (Herranz, 1992), más rápidamente aún en tablas más amplias que las 2×2 (Mehta and Hilton, 1993). En consecuencia, la discusión sobre cuál es el adecuado pierde su sentido en muchas de las circunstancias ordinarias, lo que no invalida la importancia teórico-práctica de la discusión actual.

Nuestra posición es que el condicionamiento fue una idea brillante que permitió el desarrollo de la estadística (pues en otro caso los cálculos implicados eran prohibitivos), pero hoy día la situación ha cambiado y es posible plantearse la

búsqueda de una "verdad" superior. Sin embargo, actualmente, y en un futuro previsible, el método condicionado seguirá teniendo utilidad pues sacará a los estadísticos del apuro de tener que analizar por el método incondicionado tablas de un orden superior al 2x2 (por ejemplo).

3.- ARGUMENTOS TEORICO-PRACTICOS

3.1.- Sobre el carácter de UMPU del test exacto de Fisher.

Tocher (1950) proporciona un test en el que el valor α^*_c de la (4) vale exactamente α , lo cual se consigue efectuando un sorteo en el punto frontera de la $RC(\alpha)$ (Cap.I, Aptdo. 2.3.). Aunque tal test es UMPU, hay un acuerdo general (Plackett, 1964; Mantel and Greenhouse, 1968; Mc Donald et al, 1977; Liddell, 1978; Suissa and Schuster, 1985; etc.) acerca de la irracionalidad de aplicarlo, fundamentalmente porque no parece deseable decidir por sorteo la posible significación de una tabla, lo que llevaría a que, a igualdad de error α , investigadores distintos puedan tomar decisiones distintas en base a los mismos datos, perdiéndose así la deseada objetividad científica. La circunstancia es aprovechada por algunos autores para proponer al test exacto de Fisher como alternativa pues, no siendo aleatorizado, procede del UMPU. El argumento no es válido por varias razones: 1) Lloyd (1988) probó que el test de Fisher es sesgado; 2) Suissa and Schuster (1984) probaron que el test de Tocher (aún siendo UMPU) no es UMP, y que un test sesgado puede ser más potente que uno

insesgado en gran parte del espacio paramétrico; 3) Haber (1987) probó que cualquier test incondicionado suele ser más potente que el UMPU, el cual sólo va bien en las cercanías de H_0 .

Con todo, para grandes muestras, la elección es indiferente, pues Knüsel and Michalk (1987) probaron que la eficiencia asintótica relativa de los tests de Fisher y Tocher es la unidad, y se ha visto antes que el primero converge al incondicionado.

3.2.- Modificaciones al test exacto de Fisher.

A fuerza de acusar de conservador al test exacto de Fisher, los partidarios del condicionamiento han decidido efectuar algunos cambios en su modo clásico de aplicarlo. Resulta sospechoso que los mismos surjan después de la discusión, no previo a ella, y, en todo caso, tales cambios deberían ser defendidos para cualquier otro test (sea o no el de Fisher).

El primero de los cambios (Haber, 1986) consiste en modificar la (4) en el sentido de que el último punto de la $RC(\alpha)$ entra con la mitad de su probabilidad, lo que ocasiona P-values más bajos. La idea, que es una particularización del P-mid de Lancaster (1961), es acogida con cierto entusiasmo por los partidarios del condicionamiento (Yates, 1984; Barnard, 1989; Upton, 1992), en particular porque tal versión es la que más se aproxima al test χ^2 sin corrección por continuidad

(c.p.c.). La argumentación presenta varias curiosidades: 1) Está bastante aceptado (Yates, 1934; Cox, 1970) que cuando una variable discreta se aproxima a través de una continua conviene efectuar una c.p.c., por consiguiente el test χ^2 sin c.p.c. no es apropiado y, de rechazo, tampoco el de Fisher en versión P-mid; 2) el test χ^2 es uno asintótico que, para que actúe bien, debe ajustarse al no asintótico, no al revés; el hecho de que concuerden sólo prueba eso (que concuerdan), pero está por probar que el test χ^2 sin c.p.c. sea el adecuado; 3) Si la idea del P-mid fuera adecuada, el test incondicionado también la acogería, y las cosas quedarían casi igual. Pero la idea, en nuestra opinión, no tiene sentido. Para ver esto último, sea una moneda cuya probabilidad p de cara es desconocida. Para contrastar $H_0 \equiv p=0.9$ contra $H_1 \equiv p<0.9$, lancemos la moneda una sólo vez ($n=1$). Bajo H_0 , el número X de caras puede ser 0 ó 1 con probabilidades de 0.10 y 0.90 respectivamente. Si se obtuvo $X_{\text{experimental}}=0$, el P-value clásico es de 0.10 y, bajo la perspectiva del P-mid, es de 0.05. Al error $\alpha=5\%$ el primero concluye (lógicamente) H_0 , en tanto que el segundo concluye (ilógicamente) H_1 , lo que nos parece difícil de entender.

El segundo de los cambios es debido a Barnard (1982, 1989) que defiende utilizar errores α variables (pequeños en los experimentos sensibles; grandes en los experimentos poco sensibles), minimizando así el error β . La sensibilidad del experimento depende de a_1 , y así α es una función $\alpha(a_1)$. Modificando $\alpha(a_1)$ adecuadamente (utilizando valores pequeños en los a_1 más informativos y grandes en los menos informativos), Barnard demuestra que tal test flexible de Fisher es

equivalente a cualquier test incondicionado. Martín (1991) responde que: 1) La idea implica abandonar la costumbre de tomar valores de α fijos, y lleva al problema de la subjetividad en la elección de $\alpha(a_1)$; 2) La nueva versión implica regresar el problema a las dos dimensiones originales, recuperando así la información perdida por no contemplar a_1 ; 3) Ambas cosas las hace de un sólo golpe y automáticamente el test incondicionado (que lleva dentro de sí las dos informaciones: la de x_1 y la de a_1). De hecho, como comprueba el propio Barnard, el test incondicionado, al construir la RC', da lugar a valores $\alpha(a_1)$ -obtenidos por el test de Fisher- pequeños para los a_1 muy informativos y grandes para los poco informativos, y todo ello realizado de un modo automático y sin necesidad de evaluar subjetivamente el error α admisible para cada a_1 . En consecuencia el test flexible es en realidad el test incondicionado, pero sin la objetividad de este.

3.3.- El test exacto de Fisher y el tamaño de muestra (Aportación)._____

Desde hace tiempo es admitido que una buena investigación debe comenzar por la determinación del tamaño de muestra apropiado al experimento y a las especificaciones, lo que, en nuestro caso, implica fijar de antemano los errores α y β del test y la mínima diferencia $\delta=(p_1-p_2)$ a detectar por el mismo. Conocidos esos valores, el investigador comenzaría por un valor tentativo de $n_1=n_2=n/2$ (20 por ejemplo), determinaría la

$RC(\alpha|a_1)$ y calcularía la potencia condicional $\Theta(p_1, p_2|\alpha, a_1)$ en ella, es decir:

$$\Theta(p_1, p_2|\alpha, a_1) = \sum_{RC(\alpha|a_1)} P(x_1|p_1, p_2, a_1) \quad (9)$$

con (Fisher, 1935):

$$P(x_1|p_1, p_2, a_1) = \binom{n_1}{x_1} \binom{n_2}{x_2} \theta^{x_1} + \sum_{h=r}^s \binom{n_1}{h} \binom{n_2}{a_1-h} \theta^h \quad (10)$$

y:

$$\theta = p_1 q_2 / p_2 q_1 \quad (11)$$

observando su mínimo valor en todas las parejas (p_1, p_2) en que es $(p_1 - p_2) = \delta$ y comprobando si es igual o superior a $1 - \beta$. El problema es que la $RC(\alpha|a_1)$ depende de a_1 y de antemano no sabemos qué valor tomará a_1 . La alternativa es calcular la $RC(\alpha|a_1)$ en todos los a_1 , pero en los valores extremos de él no existirá RC y así la potencia nunca alcanzará el valor $1 - \beta$. Como alternativa, todos los autores que abordan el problema determinan lo que llaman potencia media, potencia esperada (Casagrande et al, 1978) o potencia incondicionada (Gail and Gart, 1973):

$$\Theta(p_1, p_2|\alpha) = \sum_{a_1} \sum_{RC(\alpha|a_1)} P(x_1, x_2|p_1, p_2) \quad (12)$$

y en base a ella determinan el valor n. Obsérvese que las RC se obtienen bajo el principio condicionado, pero la potencia se obtiene bajo el principio incondicionado, y que el hecho de que sea $\Theta(p_1, p_2|\alpha) \geq 1 - \beta$ no garantiza que ocurra igual con $\Theta(p_1, p_2|\alpha, a_1)$.

En consecuencia, el tamaño de muestra para el test exacto de Fisher se determina de un modo incorrecto en la literatura, siendo imposible calcularlo exactamente desde el principio. La única posibilidad para esto consiste en determinar parejas de valores mínimos $(a_1; n/2)$ que den $\Theta(p_1, p_2 | \alpha, a_1, n_1 = n/2) \geq 1 - \beta$ e ir incrementando n experimentalmente hasta que se obtenga el a_1 deseado. La complejidad del proceso es patente.

4.- ARGUMENTOS TEORICOS (Aportación)

4.1.- El test exacto de Fisher y el principio de auxiliaridad

Little (1989) recoge detalladamente el argumento más tradicional en la defensa del condicionamiento. El mismo se basa en el hecho de que si X e Y son dos variables aleatorias cuya distribución conjunta se puede factorizar en la forma:

$$P(x, y | \theta, \phi) = P(y | \phi) P(x | y, \theta) \quad (13)$$

entonces Y no contiene información acerca de θ , es un estadístico auxiliar, la inferencia sobre θ puede hacerse condicionando en él y ϕ es un parámetro perturbador que se elimina del problema por el condicionamiento aludido. Como, bajo H_0 , la expresión (6) tiene el formato de la (13), los partidarios del condicionamiento dedujeron el carácter auxiliar del estadístico a_1 y de ahí el test exacto de Fisher basado en $P(x_1 | a_1)$. Al anterior argumento añaden el de que toda la estadística referida a variables aleatorias continuas esté basada en el principio del condicionamiento (regresión,

comparación de medias, etc.), no entendiendo por qué no debe aceptarse igual principio para variables discretas. Sin embargo, conviene indicar que en variables continuas sucede que \bar{x} y s^2 son independientes (Teorema de Cochran) y el condicionamiento no importa (pues son estadísticos suficientes), mientras que aquí los estadísticos $x_1 - x_2$ y $x_1 + x_2$ no son independientes. Volviendo sobre el tema del estadístico auxiliar, los partidarios del no condicionamiento aducen que el punto de partida ha de ser la (1), la cual, reparametrizándola, queda en la forma:

$$P(x_1, x_2 | p_1, p_2) = P(x_1, a_1 | \theta, \phi) = P(a_1 | \theta, \phi) P(x_1 | a_1, \theta) \quad (14)$$

con θ y $P(x_1 | a_1, \theta)$ dados por las (11) y (10) y $\phi = p_1 p_2 / q_1 q_2$. Con ello $P(x_1 | a_1, \theta)$ no depende del parámetro perturbador ϕ , pero $P(a_1 | \theta, \phi)$ sí depende del parámetro en estudio θ , y así a_1 no es auxiliar, pareciendo absurdo no utilizar esa información por pequeña que ella sea (Berkson, 1978). Yates (1984) indica que, aún así, el estadístico es aproximadamente auxiliar y que el condicionamiento en él es intuitivamente obvio.

Se ve pues que los partidarios del no condicionamiento están de acuerdo con condicionar en un estadístico auxiliar, pero no en uno que no lo sea (aunque le falte poco para serlo). El estadístico a_1 contiene poca información sobre θ (Plackett, 1977) y, si bien ella puede ser despreciable con grandes muestras, con pequeñas muestras puede ser importante (Hinde and Aitkin, 1987) y conviene aprovecharla.

Asimismo parece claro que el principio que mantienen los partidarios del condicionamiento no es ya la auxiliaridad en sí de a_1 (que no es auxiliar), sino la conveniencia de efectuar

inferencias en base a aquello que se ha observado (el valor a_1 realmente obtenido), y no en base a valores no observados. Sin embargo esto, siendo discutible, no cierra la cuestión, pues ¿por qué no se condiciona en el estadístico x_1-x_2 o en cualquier otro? La elección de a_1 es sospechosa si la auxiliaridad no entra en juego, y es no rigurosa si la auxiliaridad exacta es tomada en cuenta. De hecho, el método de la verosimilitud canónica (Hinde and Aitkin, 1987), que efectúa una descomposición aproximada de la verosimilitud (1), a través del producto $A(\theta)B(\varphi)$, con $A(\theta)$ y $B(\varphi)$ a determinar mediante las ecuaciones integrales

$$\begin{aligned}\lambda A(\theta) &= \int L(\theta; \varphi) B(\varphi) d\varphi \\ \lambda B(\varphi) &= \int L(\theta; \varphi) A(\theta) d\theta\end{aligned}$$

es más conforme con los resultados del test incondicionado que con los del test exacto de Fisher.

El argumento en el que se basan los partidarios del condicionamiento no es el hecho de que el estadístico a_1 sea auxiliar cuando se supone cierta H_0 -expresión (6)- puesto que también lo defienden para otras inferencias en que se acepta H_1 como cierta (intervalos de confianza para θ , por ejemplo). Ellos aceptan el condicionamiento porque -expresión (14)- $P(x_1|a_1, \theta)$ no depende del parámetro perturbador φ , no importándoles que por el camino a_1 se lleve alguna información sobre θ . De un modo general, y paralelo a la expresión (13), podemos decir que si se verifica que:

$$P(x, y|\theta, \varphi) = P(y|\theta, \varphi) P(x|y, \theta) \quad (15)$$

entonces el parámetro perturbador se elimina del problema

condicionando en y , al que llamaremos un estadístico pseudo-auxiliar. Todo el mundo está de acuerdo -ver próximo apartado- en condicionar en el estadístico auxiliar, pero sólo los partidarios del condicionamiento están conformes también con condicionar en el estadístico pseudo-auxiliar, y ello por razones que no entendemos. El hecho de que la pérdida de información por actuar así sea escasa, y de que las distribuciones obtenidas sean cómodas, es un extraordinario argumento (y una gran suerte) a favor de la pseudo-auxiliaridad, pero no por ello deja de ser, estrictamente, incorrecto. De un modo general y menos teórico, nuestra posición es que se puede (y debe) condicionar en cualquier estadístico cuya distribución no dependa del parámetro o parámetros sobre los que se va a efectuar la inferencia, a condición de que la distribución condicionada remanente no contenga al parámetro perturbador. Con la última precaución se excluye del condicionamiento el caso de que:

$$P(x, y | \theta, \varphi) = P(y | \varphi) P(x | y, \theta, \varphi) \quad (16)$$

Cuando no existe un estadístico auxiliar, pero sí uno pseudo-auxiliar, y la resolución exacta del problema es compleja, la utilización del condicionamiento es un modo aproximado y conservador de resolver el test. Para ver esto, utilicemos un argumento similar al que llevó a la expresión (8). Fijado el error objetivo α , obtengamos la RC del test condicionado en cada valor de y , lo que se hará en base a $P(x | y, \theta)$ y dará una $RC(y, \alpha)$ con error real $\alpha_y^* \leq \alpha$. Sea $RC(\alpha) = \bigcup RC(y, \alpha)$ la RC para el test incondicionado así obtenido.

Como:

$$\sum_{RC(y, \alpha)} P(x|y, \theta) = \alpha_y^* \leq \alpha \quad (17)$$

la (15) permite afirmar que el error real α_I^* del test incondicionado es:

$$\begin{aligned} \alpha_I^* &= \text{Max}_{RC(\alpha)} \sum P(x, y|\theta, \varphi) = \text{Max}_y \sum_y P(y|\theta, \varphi) \sum_{RC(y, \alpha)} P(x|y, \theta) \\ &= \text{Max}_y \sum_y P(y|\theta, \varphi) \alpha_y^* \leq \alpha_c^* \text{Max}_y \sum_y P(y|\theta, \varphi) \leq \alpha_c^* < \alpha \end{aligned} \quad (18)$$

con $\alpha_c^* = \text{Max}_y \{\alpha_y^*\}$, lo que indica dos cosas. En primer lugar es $\alpha_I^* < \alpha$ y el test condicionado es también incondicionado, pues respeta el error objetivo α . En segundo lugar, el test condicionado (visto como incondicionado) es un test conservador (que es lo que se paga a cambio de su mayor facilidad de cómputo): esto es así porque el error α_c^* sería el P-value "de trabajo" en el último punto entrado en la RC (ordenando los puntos de menor a mayor P-value del test condicionado, como hacen Mc Donald et al), el cual es siempre mayor o igual que el P-value real α_I^* obtenido por maximización. Como la versión óptima del test incondicionado es más potente que la actual de Mc Donald et al, la última conclusión es verdad aún con más fuerza.

4.2.- El ejemplo de las flores de Fisher.

Barnard, en la discusión del artículo de Yates (1984), cita el ejemplo que le presentó Fisher y que fue el que en 1949

le convenció para abandonar su idea del test incondicionado. El mismo ejemplo ha sido recogido posteriormente por otros autores (Little, 1989; Upton, 1992), pero aquí aludiremos a la versión dada por este último.

Una planta florece con probabilidad ϕ desconocida, y, cuando lo hace, da flores de color púrpura con probabilidad π (también desconocida) independiente de ϕ . Se toman T plantas de las cuales florecerán $N=n$ (por conocer) y de ellas $X=x$ (por conocer) serán de color púrpura. El objetivo es contrastar $H_0 \equiv \pi = 0.5$ contra $H_1 \equiv \pi > 0.5$. Upton, Barnard y Fisher mantienen que la solución consiste en condicionar en el valor n realmente obtenido y efectuar el test en base a que:

$$P(X=x|N=n, \pi) = \binom{n}{x} \pi^x (1-\pi)^{n-x} \quad (19)$$

pues el resto de las plantas (las $T-n$ que no florecen) no dan información alguna acerca de π . Asimismo, opinan que un partidario del no condicionamiento consideraría a la pareja de variables (N, X) , formaría una $RC(n)$ para cada valor de n , obtendría $RC = \bigcup RC(n)$ y, finalmente, calcularía el error real:

$$\alpha_I^* = \max_{0 \leq \phi \leq 1} \sum_{RC} P(N=n, X=x | \phi, \pi=0.5) \quad (20)$$

con

$$P(N=n, X=x | \phi, \pi) = \binom{T}{n} \phi^n (1-\phi)^{T-n} \binom{n}{x} \pi^x (1-\pi)^{n-x} \quad (21)$$

Tal proceder les parece rechazable pues, si se globaliza en N (que no tiene nada que ver con π), también podría globalizarse en cualquier otra cosa.

El problema de poner un ejemplo (el anterior) para aclarar lo que ya es otro ejemplo (las tablas 2x2) es que por el camino se pierde la equivalencia y se altera alguna estructura que es esencial al argumento. Dichos autores se equivocan cuando piensan que un partidario de no condicionamiento actuaría como en la (20) pues, por el contrario, procedería como ellos: en base a la (19). El problema de las flores es equivalente al problema de contrastar si una moneda está trucada a favor de "cara", con $T = n^2$ de lanzamientos de la moneda", " n^2 de lanzamientos en que la moneda no cae de canto" (se supone una moneda "gruesa"), $X = n^2$ de caras", $\phi =$ "probabilidad de que la moneda no caiga de canto" y $\pi =$ "probabilidad de cara en una moneda que no cayó de canto". Nadie en su sano juicio contempla los casos $T-n$, sino que considera sólo los casos con un resultado relevante al problema (n). Volviendo al ejemplo de las flores, el investigador, al inicio del experimento, deseaba pedir T_1 semillas; su superior, por limitaciones presupuestarias, le permite comprar sólo T_2 semillas; de ellas, llegan en buen estado sólo T_3 semillas, $T_4 (=T)$ de las cuales germinan; de las que germinan, sólo $T_5 (=N)$ florecen, y, de ellas, sólo $T_6 (=X)$ dan flores de color púrpura; de las púrpuras, T_7 enferman, y, de ellas, T_8 se curan; de las que se curan... Cualquier investigador entiende que la parte relevante del experimento (para nuestros fines) es la variable $(X|N)$ -pues lo otro sería una locura sin fin-, todo lo cual es conforme con el principio de auxiliaridad. En efecto, según la (21):

$$P(n, x | \phi, \pi) = P(n | \phi) P(x | n, \pi) \quad (22)$$

con $P(x|n, \pi)$ dada por la (19) y :

$$P(n|\varphi) = \binom{T}{n} \varphi^n (1-\varphi)^{T-n} \quad (23)$$

lo que es conforme con la (13): la variable N no depende del parámetro objeto de inferencia (π) y es por tanto un estadístico auxiliar.

De igual modo, para contrastar $H_0 \equiv \varphi = 0.5$ se utilizaría exclusivamente la (23), pues el resto del experimento no tiene nada que decir al respecto. Cosa distinta sería -y esto sí es más parecido al caso de las tablas 2×2 - si la hipótesis a contrastar fuera $H_0 \equiv \varphi = \pi$ ó $H_0 \equiv \pi = 0.5$ supuesto $\pi = f(\varphi) = \pi' + \varphi/2$ (el florecer depende del color). En ambos casos la variable N depende del parámetro implicado en la inferencia y, por tanto, no es lícito condicionar en ella.

Regresemos al caso de las tablas 2×2 . La expresión (1) se factorizaba como en la expresión (14), y así para contrastar $H_0 \equiv p_1 = p_2 (=p)$ no debe condicionarse en a_1 . De hecho, si la hipótesis fuera $H_0' \equiv p_1 = p_2 = 0.5$, cualquier investigador usaría como expresión base la (1), pues: a) Si condicionara, la variable $(X_1|a_1)$ no depende de p ; y b) Un test basado en la distribución de $(A_1|H_0')$ no conserva la información de $p_1 - p_2$.

Volviendo al ejemplo de las flores, podría pensarse que la solución ha sido clara porque hay una secuencia temporal de experimentos que nos motiva en la respuesta. Pero no es así. Para verlo, recompongamos algo el mismo experimento. Una semilla que germina puede dar lugar a tres resultados: no florecer (probabilidad p_1), dar una flor de color púrpura

(probabilidad p_2), o dar una flor de otro color (probabilidad p_3). Si X_i ($i=1,2,3$) es la frecuencia de resultados de cada tipo de entre las T semillas que germinan, el modelo es el de una distribución multinomial:

$$P(X_1, X_2, X_3 | p_1, p_2, p_3) = \frac{T!}{X_1! X_2! X_3!} p_1^{x_1} p_2^{x_2} p_3^{x_3} \quad (24)$$

El objetivo es contrastar $H_0: p_2 = p_3$, para lo cual, reparametrizando la (24), queda:

$$\left\{ \binom{T}{x_1} p_1^{x_1} (1-p_1)^{T-x_1} \right\} \left\{ \binom{x_2+x_3}{x_2} \left(\frac{p_2}{p_2+p_3} \right)^{x_2} \left(\frac{p_3}{p_2+p_3} \right)^{x_3} \right\} \quad (25)$$

$$= P(x_1 | p_1) P(x_2 | x_1, \pi)$$

con $\pi = p_2 / (p_2 + p_3)$, y el condicionamiento en x_1 (o en $x_2 + x_3$) es obligatorio. Aquí son $p_1 = 1 - \phi$, $p_2 = \phi\pi$, $p_3 = \phi(1-\pi)$, $x_1 = T - n$, $x_2 = x$ y $x_3 = n - x$ en términos del ejemplo de las flores, y así la (25) es la misma expresión (22).

4.3.- El caso de dos proporciones apareadas.

Supongamos ahora que n individuos son sometidos, alternativamente, a los tratamientos A y B, anotando si SI o NO tienen éxito tales tratamientos. Los datos experimentales y las probabilidades individuales se indican en la Tabla 29 que, aunque tiene el formato de una tabla 2x2 (muestreo i) de la Introducción), el objetivo de su análisis es distinto a los citados allí. El objetivo ahora es contrastar si los

porcentajes de éxitos con los tratamientos A y B son el mismo (es decir $H_0 \equiv p_1 = p_2$), lo que es conocido como el problema de la comparación de dos proporciones apareadas.

Tabla 29

Presentación de resultados de una experiencia dicotómica con datos apareados (tabla izquierda) y probabilidad de obtener un éxito en cada casilla (tabla derecha).

Resultados				Probabilidad		
B	SI	NO		B	SI	NO
A			Total	A		
SI	x_{11}	x_{12}	-	SI	p_{11}	p_{12}
NO	x_{21}	x_{22}	-	NO	p_{21}	p_{22}
Total	-	-	n	Total	p_2	$1-p_2$

En el problema intervienen 3 variables aleatorias (pues $\sum \sum x_{ij} = n$) que dependen de 3 parámetros desconocidos (pues $\sum \sum p_{ij} = 1$), siendo la distribución de aquellas la multinomial:

$$P(x_{11}, x_{12}, x_{21}, x_{22} | p_{11}, p_{12}, p_{21}, p_{22}) = \frac{n!}{\prod x_{ij}!} \prod p_{ij}^{x_{ij}} \quad (26)$$

o, reparametrizando la expresión en función de $\pi = p_{12} / (p_{12} + p_{21})$:

$$P(x_{11}, x_{12}, x_{21}, x_{22} | p_{11}, p_{12}, \pi) = \frac{n!}{\prod x_{ij}!} \{ \pi (1 - \sum p_{ii}) \}^{x_{12}} \{ (1 - \pi) (1 - \sum p_{ii}) \}^{x_{21}} \prod p_{ii}^{x_{ii}} \quad (27)$$

Como $p_1 = p_{11} + p_{12}$ y $p_2 = p_{11} + p_{21}$, contrastar $H_0 \equiv p_1 = p_2$ es equivalente a contrastar $H_0 \equiv p_{12} = p_{21}$, lo cual es a su vez equivalente a contrastar $H_0 \equiv \pi = 0.5$, y así p_{11} y p_{22} son dos parámetros

perturbadores. Por otro lado, es inmediato que:

$$P(x_{11}, x_{22} | p_{11}, p_{22}) = \frac{n!}{(n - \sum x_{ii})! \prod x_{ii}!} \frac{1}{(1 - \sum p_{ii})^{n - \sum x_{ii}} \prod p_{ii}^{x_{ii}}} \quad (28)$$

$$P(x_{12} | x_{11}, x_{22}, \pi) = \binom{n - \sum x_{ii}}{x_{12}} \pi^{x_{12}} (1 - \pi)^{n - x_{11} - x_{22} - x_{12}} \quad (29)$$

con lo cual:

$$P(x_{11}, x_{22}, x_{12} | p_{11}, p_{22}, \pi) = P(x_{11}, x_{22} | p_{11}, p_{22}) P(x_{12} | x_{11}, x_{22}, \pi) \quad (30)$$

con $n - \sum x_{ii} = x_{12} + x_{21}$. Esto indica -ver la expresión (13)- que (x_{11}, x_{22}) es un estadístico auxiliar de (p_{11}, p_{22}) y que la inferencia sobre π puede y debe hacerse condicionando en él.

Se ha probado pues que para comparar dos proporciones apareadas debe condicionarse en el estadístico $x_{12} + x_{21}$, eliminando las observaciones x_{11} y x_{22} pues son irrelevantes al problema. Esta es una conclusión opuesta a la del caso de dos proporciones independientes (pues entonces el método incondicionado era el apropiado), y pone de manifiesto que el planteamiento incondicionado de Suissa and Shuster (1991) no es correcto.

Es inmediato ver la relación del problema actual con el de las flores de Fisher. Los términos de las expresiones clave para ambos casos -las (25) y (30)- se relacionan así: $x_1 = x_{11} + x_{22}$, $x_2 = x_{12}$, $p_1 = p_{11} + p_{22}$ y el parámetro π alude al mismo concepto en ambas (pues $p_2 = p_{12}$ y $p_3 = p_{21}$). La diferencia está en que los individuos con respuesta homogénea (x_{11} y x_{22}) son agrupados en el ejemplo de Fisher en una única casilla (las semillas que no florecen). Aceptar la solución condicionada en

el ejemplo de las flores lleva a aceptarla también en el caso de dos proporciones apareadas. De hecho, esto es lo que hacen Suissa and Shuster (1991). Para ellos, la expresión base es:

$$P(x_{12}, x_{21} | p_{12}, p_{21}) = \frac{n!}{x_{12}! x_{21}! (n - x_{12} - x_{21})!} p_{12}^{x_{12}} p_{21}^{x_{21}} (1 - p_{12} - p_{21})^{n - x_{12} - x_{21}} \quad (31)$$

la cual, bajo $H_0 \equiv p_{12} = p_{21} (=p)$, se convierte en:

$$\phi(p) = P(x_{12}, x_{21} | p) = \frac{n!}{x_{12}! x_{21}! (n - x_{12} - x_{21})!} p^{x_{12} + x_{21}} (1 - 2p)^{n - x_{12} - x_{21}} \quad (32)$$

por lo que, dada una RC de valores de (x_{12}, x_{21}) , el tamaño del test será:

$$\alpha^* = \max_{0 < p < 1} \sum_{RC} \phi(p) \quad (33)$$

El planteamiento es ahora exactamente el mismo que el del ejemplo de las flores de Fisher, y de ahí que su solución sea incorrecta: p es un parámetro perturbador que puede y debe eliminarse por condicionamiento.

5.- MODELOS CAUSALES (Aportación)

5.1.- El modelo y las hipótesis a contrastar.

Ya se ha visto que para efectuar la inferencia de un modo adecuado no basta con considerar la probabilidad bajo H_0 , sino que hay que especificar qué se espera que suceda bajo H_1 , y

ambas cosas dependen del modelo asumido. La expresión "tablas 2x2" es un modo abreviado de aludir a las tres situaciones descritas en la introducción (no a otras), al igual que el término "media" es un modo abreviado de aludir a la "media aritmética" (no a otras). Greenland (1991), entre otros, alude a otras tablas 2x2 que no son las aquí contempladas. En particular se refiere al caso ii) de la introducción, defendiendo que el test condicionado puede ser preciso (en ciertos submodelos) para mantener la coherencia entre las inferencias muestral y poblacional, por lo que el término "comparación de dos proporciones binomiales independientes" puede ser demasiado impreciso. Aunque la advertencia es conveniente, una vez más el término anterior es un modo abreviado de aludir a una situación bien conocida por todos: "se tienen dos poblaciones en las que cada individuo posee una determinada característica con probabilidad $p_i (i=1,2)$ independiente de los demás, se toman dos muestras independientes de tamaños n_i y se desea contrastar $H_0 \equiv p_1 = p_2$ contra $H_1' \equiv p_1 \neq p_2$ ó $H_1 \equiv p_1 > p_2$ ".

Greenland (1991) alude a una situación, en principio, distinta. El se refiere al caso de querer contrastar la eficacia de un tratamiento frente a su no administración, pero asumiendo una respuesta determinista: cada individuo sometido a un tratamiento tiene una respuesta no aleatoria (éxito $\equiv 1$ y fracaso $\equiv 0$), y se desea contrastar la hipótesis:

$H_p \equiv$ El tratamiento no hace variar la respuesta de cada individuo.

lo que no es lo mismo que la hipótesis H_0 tradicional para el caso ii):

$H_0 \equiv p_1 = p_2 \equiv$ El tratamiento no hace variar la respuesta poblacional \equiv El tratamiento no hace variar la probabilidad de éxito de los individuos.

pues los modelos asumidos (el tradicional y el causal) no son el mismo.

5.2.- El test cuando la muestra es toda la población.

Yates (1984) -en su defensa del condicionamiento- y Greenland (1991) aluden a esta situación: "De una población de n individuos se extraen al azar n_2 individuos que reciben el tratamiento, permaneciendo los n_1 individuos restantes sin tratamiento; tras un tiempo adecuado, x_2 de los primeros y x_1 de los segundos se curan. ¿Es efectivo el tratamiento?". Los autores citados indican que, de ser cierta H_p , el tratamiento es incapaz de alterar la respuesta individual, el número de éxitos es seguro $x_1 + x_2 = a_1$ y el test apropiado es el de Fisher, que es condicional. Aunque esto es cierto, conviene ver con más precisión cómo se obtiene tal conclusión.

Supongamos que el tratamiento es capaz de curar a algunos individuos (a_1') que no se curarían en otro caso, y que, sin tratamiento, a_1 individuos curarían. De haber podido hacer una experiencia apareada, esto indica que hay a_1 individuos con respuesta (1,1), a_1' con respuesta (0,1) y $n - a_1 - a_1'$ con respuesta (0,0), aludiendo el primer dígito a la respuesta sin

tratamiento y el segundo a la respuesta con tratamiento. Las cantidades a_1 y a_1' son parámetros desconocidos, a_1 es el parametro perturbador y a_1' es el parámetro objeto de inferencia ($H_p \equiv a_1' = 0$). Para la experiencia original, la variable x_1 tiene una distribución que se corresponde con la clásica de Fisher:

$$P(x_1|a_1) = \frac{\binom{a_1}{x_1} \binom{n-a_1}{n_1-x_1}}{\binom{n}{n_1}} = \frac{\binom{n_1}{x_1} \binom{n_2}{a_1-x_1}}{\binom{n}{a_1}} \quad (34)$$

La variable x_2 es suma de los $a_1 - x_1$ éxitos que no entraron en la primera muestra, más los $(x_2 - a_1 + x_1)$ individuos que entraron al azar de entre los a_1' ; de ahí que:

$$P(x_2|x_1, a_1, a_1') = \binom{a_1'}{x_2-a_1+x_1} \binom{n-a_1-a_1'}{n_2-x_2} \div \binom{n-a_1}{n_2-a_1+x_1} \quad (35)$$

y por tanto:

$$P(x_1, x_2|a_1, a_1') = P(x_1|a_1) P(x_2|x_1, a_1, a_1') \quad (36)$$

que, siendo de la forma de la expresión (16), no permite usar el argumento condicional (en x_1). Bajo H_p , el segundo término toma el valor 1, y así:

$$P(x_1, x_2|a_1, a_1') = P(x_1|a_1) \quad (37)$$

y el test exacto de Fisher surge no por condicionamiento, sino por los propios efectos de la hipótesis H_p ; de hecho, aquí a_1 no es una variable en la que se condicione, sino un parámetro perturbador cuyo valor se conoce exactamente al final de la experiencia (pues si $a_1' = 0 \Rightarrow x_2 - a_1 + x_1 = 0 \Rightarrow x_1 + x_2 = a_1$).

Sin embargo, bajo el modelo subyacente a la hipótesis H_0 (no determinístico), la situación cambia. Ahora, cada individuo de los n_1 (por ejemplo) no da una respuesta fija, sino que da un éxito con probabilidad p_1 . Esto implica que, bajo H_0 , el número total de éxitos (A_1) no está prefijado de antemano, la probabilidad viene dada por la (2), y el método apropiado es el incondicionado (aún cuando n sea toda la población).

5.3.- El test cuando la muestra es una parte de la población.

Siguiendo con el argumento de Greenland, sea ahora una población infinita (o suficientemente grande) de individuos con respuesta determinista como la descrita más arriba. En ella, habrá unas proporciones π_0, π_1, π_1' ($\pi_0 + \pi_1 + \pi_1' = 1$) de individuos que son $(0,0)$, $(1,1)$ ó $(0,1)$ respectivamente, y supongamos que de ella se toma una muestra al azar de n individuos, con los cuales se procede como en el apartado anterior. Ahora hay dos hipótesis posibles:

$H_p \equiv$ El tratamiento no hace variar la respuesta de cada individuo de la población $\equiv \pi_1' = 0$.

$H_g \equiv$ El tratamiento no hace variar la respuesta de cada individuo de la muestra $\equiv a_1' = 0$.

El test para H_g es el de Fisher, como se vió arriba; el test para H_p se basaría en la expresión:

$$P(x_1, x_2 | \pi_1' = 0) = \binom{n_1}{x_1} \binom{n_2}{x_2} \pi_1^{a_1} \pi_0^{a_2} \quad , , \quad \pi_0 + \pi_1 = 1 \quad (38)$$

que da lugar al test incondicionado clásico. Es claro que

$\{\pi_1'=0 \Rightarrow a_1'=0\}$, por lo que $\{\bar{H}_s \Rightarrow \bar{H}_p\}$ y $\{H_s \neq H_p\}$; sin embargo Greenland opina que es inferencialmente absurdo decidir $\{\bar{H}_p$ y $H_s\}$ (pues se hace todo en base a la misma muestra), y que de ahí se deduce que debe emplearse para ambas hipótesis el mismo test: el test exacto de Fisher. Por otro lado, si el modelo determinístico no fuera válido (sigue diciendo dicho autor), la hipótesis a contrastar sería la H_0 del apartado 5.1. Como $\{H_p \Rightarrow H_0\}$, es absurdo concluir la pareja de decisiones $\{\bar{H}_0$ y $H_s\}$ pues ella implica $\{\bar{H}_p$ y $H_s\}$ que ya se vió era una conclusión absurda. Con ello, una vez más, el test apropiado para H_0 es el de Fisher.

El razonamiento, aparentemente impecable, tiene un fallo en su punto de partida: el test para H_s no es el test exacto de Fisher. La hipótesis H_s debe enmarcarse dentro de su contexto poblacional, es decir, dentro del mismo espacio muestral, pues ahora sí hay una "realidad" superior a la de la muestra y ella influye en los resultados. La hipótesis es en realidad: $H_s' \equiv$ La muestra actual es una de entre todas aquellas en que es $a_1'=0$. Y así, haciendo $\pi=(\pi_0, \pi_1, \pi_1')$, será:

$$P(x_1, x_2 | a_1'=0, \pi) = P(x_1 | a_1'=0, \pi) P(x_2 | a_1'=0, \pi) \\ = \binom{n_1}{x_1} \binom{n_2}{x_2} \left\{ \frac{\pi_1}{\pi_0 + \pi_1} \right\}^{a_1} \left\{ \frac{\pi_0}{\pi_0 + \pi_1} \right\}^{a_2} \quad (39)$$

lo que da lugar al mismo test incondicionado que las (2) y (38) y la paradoja de Greenland no se presenta.

Obsérvese que el test exacto de Fisher es el adecuado sólo cuando n es toda la población y el modelo es determinista. Si n es una muestra, sea el modelo determinista o no, el test adecuado para las hipótesis H_p , H_s' , o H_0 es el incondicionado.

De hecho, lo que sucede es que el modelo es indiferente por causa del método de muestreo adoptado. Al no tomar ninguna pareja de observaciones en igual individuo, no se posee información sobre la asociación entre las respuestas, y el modelo no influye. Cuando n es toda la población, tal información está también ausente, pero, bajo el modelo determinista, la hipótesis nula ocasiona una restricción en el espacio muestral que, por lo discreto de las variables, ocasiona una ligera pérdida de potencia (debida a un modelo más restrictivo y a unos datos tomados no de acuerdo con el modelo). Para otros efectos de este tipo de muestreo (sólo de la distribución marginal, no de la conjunta) ver Hand (1992).

Finalmente, dos observaciones: Las conclusiones para H_a son comparables con las de H_p o H_0 , pues el espacio muestral es el mismo; no sucede así con H_g . Por otro lado, la hipótesis H_0 también puede enunciarse con respecto a un modelo de muestreo (dos poblaciones con proporciones p_i de individuos que verifican una característica), pero ello no afecta a los tests aquí propuestos.

6.- CONCLUSIONES (Aportación)

El análisis de una tabla 2x2 ha dado lugar a cientos de artículos desde la aparición del problema, y la discusión aún sigue. Una tabla 2x2 es un ejemplo paradigmático de un problema de orden superior (la eliminación de parámetros perturbadores), sirviendo de terreno de batalla particular para la discusión de

ese problema general. La dificultad en el acuerdo se basa en los distintos principios que sustentan ambas metodologías (condicionada o incondicionada). El método condicionado condiciona en el valor obtenido de a_1 ; el incondicionado lo hace en el valor desconocido p . La significación de uno alude a pruebas repetidas para un mismo valor de a_1 (con independencia de cuánto valga p); la significación del otro alude a pruebas repetidas para un mismo valor de p (con independencia de quién sea a_1). Ambas controlan experiencias individuales, pero a través de distintos cortes (o condicionamientos) del espacio paramétrico-muestral bajo H_0 . Si la Figura 1 (Cap.II) entendemos que se corresponde con un determinado valor de p , y sobre ella consideramos tantas figuras iguales como valores posibles hay de p , el test exacto de Fisher corta a dicho espacio mediante un plano vertical a la línea del a_1 constante, y el método incondicionado la corta por un plano horizontal como el de la propia Figura 1. La discusión se centra sobre cuál es el planteamiento lícito, y ello depende del concepto que se tenga acerca de lo que es un test de hipótesis (que a su vez depende del tipo de garantías que desee tener el investigador sobre las conclusiones obtenidas a partir del mismo). Es por ello que la discusión puede llegar a ser interminable, y es el motivo por el que aquí se ha defendido que cualquier argumento práctico de apoyo a favor de una metodología u otra es en esencia irrelevante, pues no es posible comparar dos tests contruidos sobre espacios muestrales o modelos diferentes. La cuestión es más bien cuál es el espacio muestral (o el modelo, en su caso) adecuado, el

del test condicionado o el del test incondicionado, lo que nos lleva al concepto de auxiliaridad.

En este capítulo se ha visto que cualquier investigador razonable habrá de aceptar el principio de auxiliaridad definido por la (13), y en ello están de acuerdo los partidarios de una u otra metodología. La discrepancia proviene de la conveniencia o no de aceptar el principio de pseudo-auxiliaridad definido por la (15), con el cual no están de acuerdo los partidarios del no condicionamiento. La necesidad de aceptar tal principio no ha sido suficientemente explicada, pues los ejemplos propuestos para apoyarlo (el de las flores de Fisher) no se corresponden con la expresión (15), sino con la (13). La conveniencia de aceptarlo (como método aproximado de análisis) es patente en muchos problemas extremadamente complejos de resolver de otro modo, pero ello no implica el que haya que hacerlo siempre y sí implica el que da lugar a un procedimiento conservador. Sin embargo, la aceptación del principio de auxiliaridad (que se ha probado es evidentemente obligatoria) conlleva aceptar el condicionamiento en el ejemplo de las flores de Fisher y en el caso de la comparación de dos proporciones apareadas. No sucede igual con el caso de los modelos causales de Greenland (1991), pues se ha probado que su razonamiento (favorable al condicionamiento) es defectuoso, ni tampoco con el caso de dos proporciones independientes (el muestreo considerado en esta memoria), donde se ha comprobado que el método incondicionado es el apropiado.

BIBLIOGRAFIA

- AHLUWALIA, R. AND ROHATGI, V.K. (1986). 'Small sample comparison of some tests for equality of two proportions'. *Biom. Journ.* 7, 791-800.
- AITCHISON, J. AND BACON-SHONE, J. (1981). 'Bayesian risk ratio analysis'. *The American Stat.* 35(4), 254-257.
- ALTHAM, P.M.E. (1969). 'Exact Bayesian Analysis of a 2 x 2 Contingency Table, and Fisher's "Exact" Significance Test'. *J.R.S.S. B* 31, 261-269.
- ARMITAGE, P. (1971). *Statistical Methods in Medical Research*. Oxford: Blackwell Scientific Publications.
- ARMSEN, P. (1955). 'Tables for significance tests of 2 x 2 contingency tables'. *Biometrika* 42, 494-511.
- BALLATORI, E. (1982). 'Sui test statistici per il confronto tra due frequenze in tabelle 2 x 2'. *Metron XL* 3-4, 157-171.
- BALLATORI, E. (1987). 'Generalizing Fisher's exact test'. *Metron* 45(3-4), 90-114.
- BARNARD, G.A. (1945). 'A new test for 2 x 2 tables'. *Nature*, 156, 1777 and 783-784.
- BARNARD, G.A. (1947). 'Significance tests for 2x2 tables'. *Biometrika* 34, 123-138.
- BARNARD, G.A. (1949). 'Statistical Inference'. *J.R.S.S. B* 11, 115-139.
- BARNARD, G.A. (1979). 'In contradiction to J. Berkson's dispraise: conditional tests can be more efficient'. *J. Stat. Planning Inf.* 3, 181-187.
- BARNARD, G.A. (1982). 'Conditionality versus similarity in the analysis of 2 x 2 tables'. *Statistics and probability: Essays in Honor of C.R. Rao*. North Holland Publishing Company. 59-65.
- BARNARD, G.A. (1989). 'On alleged gains in power from lower P-values'. *Stat. in Medicine* 8(12), 1469-1477.
- BASU, D. (1977). 'On the elimination of nuisance parameters'. *JASA* 75, 355-66.
- BASU, D. (1979). 'Discussion of Joseph Berkson's paper 'In dispraise of the exact test''. *J. Stat. Planning Inf.* 3, 189-192.

- BAYES, T.R. (1763). 'Essay towards solving a problem in the doctrine of changes'. Reprinted in *Biometrika* 45 (1958), 243-315.
- BERCHTHOLD, H. (1972). 'Vertrauensgrenzen und Vergleich zweier Wahrscheinlichkeiten'. *Z. Wahrscheinlichkeitstheorie verw. Geb.* 22, 112-119.
- BERKSON, J. (1978). 'In dispraise of the exact test'. *J. Stat. Planning Inf.* 2, 27-42.
- BERKSON, J. (1978). 'Do the marginal totals of the 2x2 table contain relevant information respecting the table proportions?' *Journal of Stat. Planning and Inference* 2, 43-44.
- BERNARDO, J.M. (1979). 'Reference Posterior Distributions for Bayesian Inference (with Discussion)'. *J.R.S.S. B* 41(2), 113-147.
- BERRY, K.J. AND MIELKE, P.W. (1985). 'Subroutine for computing exact chi-square and Fisher's exact probability tests'. *Educational and Psychological Measurement* 45, 153-159.
- BISHOP, Y.M.M., FIENBERG, S.E. AND HOLLAND, P.W. (1975). *Discrete Multivariate Analysis: Theory and Practice*. Cambridge: the MIT Press.
- BOSCHLOO, R.D. (1970). 'Raised conditional level of significance for the 2 x 2 Table when testing the equality of two probabilities'. *Statistica Neerlandica* 24(1), 1-35.
- BROWNLEE, K. A. (1967). *Statistical theory and methodology in science and engineering*. New York: Wiley.
- BURSTEIN, H. (1981). 'Binomial 2 x 2 test for independent samples with independent proportions'. *Commun. Statist-Theory and Methods A* 10(1), 11-29.
- CASAGRANDE, J.T., PIKE, M.C. and SMITH, P.G. (1978). 'The power function of the "exact" test for comparing two binomial distributions'. *Applied Statist.* 27(2), 176-180.
- COCHRAN, W.G. (1942). 'The 2x2 correction for continuity'. *Iowa State College Journal of Science*, 16, 421-436.
- COCHRAN, W.G. (1954). 'Some methods for strengthening the common χ^2 tests'. *Biometrics* 10, 417-451.
- CONOVER, W.J. (1974). 'Some reasons for not using the Yates' continuity corrections on 2x2 contingency tables'. *Journal of the American Stat. Assoc.* 69, 374-376.
- COOK, I. T. (1981). 'On the continuity correction for bivariate discrete distributions'. Private communication to Upton.

- CORMACK, R.S. (1986). 'The meaning of probability in relation to Fisher's exact test'. *Metron* 44, 5-30.
- CORMACK, R.S. (1991). 'Reply to Barnard(1989)'. Letter to the Editor. *Stat. in Med.* 10, 1321-1322.
- CORMACK, R.S. AND MANTEL, N. (1991). 'Fisher's exact test: the marginal totals as seen from two different angles'. *The Statistician* 40, 27-34.
- CORNFIELD, J. (1966). 'Sequential trials, sequential analysis and the likelihood principle'. *The American Statistician* 20, 18-23.
- COX, C. P. AND GROENEVELD, R. A. (1986). 'Analytic results on the difference between the G^2 and χ^2 test statistics in one degree of freedom cases'. *The Statistician* 35, 417-420.
- COX, D.R. (1970). 'The continuity correction'. *Biometrika* 57, 217-219.
- COX, D.R. AND HINKLEY, D.V. (1974). *Theoretical Statistics*. London: Chapman and Hall.
- CRESSIE, N. AND READ, T.R.C. (1989). 'Pearson's χ^2 and log likelihood ratio statistics G^2 : A comparative review'. *International Stat. Review* 57(1), 19-43.
- D'AGOSTINO, R.B. (1990). 'Discussion paper of Haviland (1990)'. *Stat. in Med.* 9(4), 377-378.
- D'AGOSTINO, R.B., CHASE, W. AND BELANGER, A. (1988). 'The appropriateness of some common procedures for testing the equality of two independent binomial populations'. *The Amer. Stat.* 42(3), 198-202.
- DAVIS, L.J. (1986). 'Exact tests for 2 x 2 contingency tables'. *The American Stat.* 40(2), 139-141.
- DETRE, K. AND WHITE, C. (1970). 'The Comparison of Two Poisson-Distributed Observations'. *Biometrics* 26, 851-854.
- DOZZI, M. AND RIEDWYL, H. (1984). 'Small Sample Properties of Asymptotic Tests for Two Binomial Proportions'. *Biom. Jour.* 26(5), 505-516.
- DUPONT, W.D. (1986). 'Sensitivity of Fisher's exact test to minor perturbations in 2 x 2 contingency tables'. *Statistics in Medicine* 5, 629-635.
- EBERHARDT, R.A. AND FLIGNER, M.A. (1977). 'A comparison of two tests for equality of two proportions'. *The Amer. Stat.* 31, 151-155.

- FELLER, W. (1980). *Introducción a la Teoría de Probabilidades y sus aplicaciones*. Vol.I. Limusa.
- FISHER, R.A. (1935). 'The logic of inductive inference'. *J.R.S.S. A* 98, 39-54.
- FISHER, R.A. (1942). *The Design of Experiment*. Chap. 2. 3rd ed. Edinburgh: Oliver and Boyd.
- FLEISS, J.L. (1981). *Statistical Methods for Rates and Proportions*. 2nd ed. New York: John Wiley & Sons.
- FREEMAN, G.H. AND HALTON, J. N. (1951). 'Note on an exact treatment of contingency, goodness of fit and other problems of significance'. *Biometrika* 38, 141-149.
- FREEMAN, M.F. AND TUKEY, J. W. (1950). 'Transformations related to the angular and the square root'. *Ann. Math. Stat.* 27, 607-611.
- GAIL, M. and GART, J.J. (1973). 'The determination of sample sizes for use with the exact conditional test in 2x2 comparative trials'. *Biometrics* 29, 441-448.
- GARSIDE, G.R. (1971). 'An accurate correction for the χ^2 test in the homogeneity case of 2x2 contingency tables'. *New Journal of Statistics and Op. Res.* 7, 1-26.
- GARSIDE, G.R. (1972). 'Further tables of an accurate correction for the χ^2 test in the homogeneity case of the 2x2 contingency table'. *New Journal of Sta. and Op. Res.* 8, 6-25.
- GARSIDE, G.R. AND MACK, C. (1967). 'Correct confidence limits for the 2 x 2 homogeneity contingency table with small frequencies'. *The New Journal of Statistics and Operational Research* 3(2), 1-25.
- GARSIDE, G.R. AND MACK, C. (1968). 'Alternative confidence limits for the 2 x 2 homogeneity contingency table with small frequencies'. *The New Journal Stat. Op. Res.* 4(1), 2-18.
- GARSIDE, G.R. AND MACK, C. (1976). 'Actual type 1 error probabilities for various tests in the homogeneity case of the 2x2 contingency table'. *The American Stat.* 30(1), 18-20.
- GART, J.J. (1966). 'Alternative analyses of contingency tables'. *J.R.S.S. B* 28, 164-179.
- GOODMAN, L. (1964). 'Simultaneous confidence intervals for contrast among multinomial populations'. *Annals of Mathematical Statistics* 35, 716-725.
- GREENHOUSE, S.W. (1990). 'Discussion paper of Haviland (1990)'. *Stat. in Med.* 9(4), 363-367.

- GREENLAND, S. (1991). 'On the logical justification of conditional tests for two-by-two contingency tables'. *The American Statistician* 45(3), 248-251.
- GRIZZLE, J. E. (1967). 'Continuity correction in the χ^2 test for 2x2 tables'. *The American Stat.* 21(4), 28-32.
- HABER, M. (1980). 'A comparison of some continuity corrections for the chi-squared test on 2x2 tables'. *JASA* 75, 510-515.
- HABER, M. (1982). 'The continuity correction and statistical testing'. *Intern. Stat. Rev.* 50, 135-144.
- HABER, M. (1986). 'A modified exact test for 2 x 2 Contingency Tables'. *Biometrical Journal* 28(4), 455-463.
- HABER, M. (1986). 'An exact unconditional test for the 2 x 2 comparative trial'. *Psychological Bulletin* 99(1), 129-132.
- HABER, M. (1987). 'A comparison of some conditional and unconditional exact tests for 2 x 2 contingency tables'. *Commun. in Stati. -Simul.* 16(4), 999-1013.
- HAMDAN, M.A. (1974). 'On the continuity correction'. *Technometrics* 16(4), 631-632.
- HAVILAND, M.B. (1990). 'Yates' correction for continuity and the analysis of 2x2 contingency tables'. *Stat. in Medicine* 9(4), 363-383.
- HERRANZ TEJEDOR, I. (1992). *El método condicionado en las tablas 2x2*. Tesis Doctoral. Universidad Complutense de Madrid (Spain).
- HILL, I.D. AND PIKE, M.C. (1965). 'Algorithm 4: TWOBYTWO'. *Computer Bull.* 9, 56-63. (Reprinted in *Computer J.* (1979), 22, 87-88; Addenda in *Computer J.* (1966), 9, 212; and (1967), 9, 416).
- HINDE, J. AND AITKIN, M. (1987). 'Canonical likelihoods: A new likelihood treatment of nuisance parameters'. *Biometrika* 74(1), 45-58.
- HIRJI, K.F., TAN, S.-J. AND ELASHOFF, R.M. (1991). 'A quasi-exact test for comparing two binomial proportions'. *Stat. in Med.* 10, 1137-1153.
- HUFFMAN, M.D. (1984). 'An Improved Approximate Two-Sample Poisson Test'. *Appl. Stat.* 33, 224-226.
- IRWIN, J.D. (1935). 'Test of significance for differences between percentages based on small numbers'. *Metron* 12(2), 84-94.
- JEFFREYS, H. (1946). 'An invariant form for the prior probability estimation problems'. *Proceedings R. Soc. London; A* 186, 453-461.

- KENDALL, M. G. AND STUART, A. (1967). *The Advanced Theory of Statistics*, Vol. 2, 2nd. ed. New York: Hafner Pub. Co.
- KERNIGHAN, B. W. AND RITCHIE, D. M. (1986). *El Lenguaje de Programación C*. Prentice-Hall 1986.
- KNÜSEL, L. AND MICHALK, J. (1987). 'Asymptotic expansion of the power function of the two-sample binomial test with and without randomization'. *Metrika* 34, 31-44.
- KRAUTH, J. (1973). 'Nichtparametrische Ansätze zur Auswertung von Verlaufskurven'. *Biom. Zeitschrift* 15, 557-566.
- KROLL, N.E.A. (1989). 'Testing Independence in 2 x 2 Contingency Tables'. *Journal of Educational Statistics* 14(1), 47-79.
- KUDO, A. AND TARUMI, T. (1978). '2x2 tables emerging out of different chance mechanisms'. *Comm. in Stat.- Theo. and Met.* 7(10), 977-986.
- LANCASTER, H.O. (1961). 'Significance tests in discrete distributions'. *JASA* 56, 223-234.
- LEHMAN, E.L. (1959). *Testing for Statistical Hypotheses*. New York: John Wiley & Sons.
- LIDDELL, D. (1978). 'Practical test of 2x2 tables'. *The Statistician* 27(4), 295-304.
- LITTLE, R.J.A. (1989). 'Testing the equality of two independent binomial proportions'. *The American Statistician* 43(4), 283-288.
- LITTLE, R.J.A. (1990). 'Discussion'. *Proceeding of the Biopharmaceutical Section-ASA*, 34-36.
- LLOYD, C.J. (1988). 'Some issues arising from the analysis of 2x2 contingency tables'. *Australian J. Stat.* 30(1), 35-46.
- LLOYD, C.J. (1988). 'Doubling the one-sided p-value in testing independence in 2 x 2 tables against a two-sided alternative'. *Stat. in Medicine* 7, 1297-1306.
- LOH, WEI-YIN (1989). 'Bounds on the size of the χ^2 -test of independence in a contingency table'. *The Annals of Statistics* 17(4), 1709-1722.
- LUNA DEL CASTILLO, J.D. (1987). 'Comparación de proporciones en tablas 2 x 2 (una extensión particular al caso rxs)'. Tesis Doctoral. Universidad de Granada, España.
- LUNA DEL CASTILLO, J.D. Y MARTIN ANDRES, A. (1987). 'Tablas 2x2 y test exacto de Fisher'. *Trabajos de Estadística* 2(1), 15-43.
- MANTEL, N. and GREENHOUSE, S.W. (1968). 'What is the continuity correction?'. *The American Statistician* 22(5), 27-30.

- MANTEL, N. (1974). 'Comment and a Suggestion'. *JASA* 69, 378-380.
- MARTIN ANDRES, A. (1991). 'A review of classic non-asymptotic methods for comparing two proportions by means of independent samples'. *Comm. Stat. -Sim. and Comp.* 20(2&3), 551-583.
- MARTIN ANDRES, A. AND LUNA DEL CASTILLO, J.D. (1987). 'A new randomization test for 2 x 2 tables'. *Metron* 45 (3-4), 81-97.
- MARTIN ANDRES, A. AND LUNA DEL CASTILLO, J.D. (1989). 'On the sensitivity of Fisher's exact test to minor perturbations in 2x2 contingency tables'. Letters to the Editors. *Statistics in Medicine* 8(2), 243-245.
- MARTIN ANDRES, A., HERRANZ TEJEDOR, I. AND LUNA DEL CASTILLO, J.D. (1989). 'The behaviour of the P-value in the comparison of two independent proportions'. *Metron* 47(1-4), 201-219.
- MARTIN ANDRES, A. Y LUNA DEL CASTILLO, J.D. (1986). 'Homogeneidad de dos proporciones: un test basado en intervalos de confianza'. XVI Reunión Nacional de la SEIO. Málaga (Spain).
- MARTIN ANDRES, A. Y LUNA DEL CASTILLO, J.D. (1989). 'Tests pseudo-bayesianos para comparar dos proporciones'. II Conferencia Española de Biometría. (Segovia, Spain).
- MCDONALD, L.L., DAVIS, B.M. AND MILLIKEN, G.A. (1977). 'A non-randomized unconditional test for comparing two proportions in a 2 x 2 contingency table'. *Technometrics* 19, 145-150.
- MCDONALD, L.L., DAVIS, B.M., BAUER, H.R.(III) AND LABY, B. (1981). 'Algorithm AS161: Critical Regions of an unconditional non-randomized test of homogeneity in 2x2 contingency tables'. *Applied Statistics* 30(2), 182-189.
- MEHTA, C.R. AND HILTON, J.F. (1993). 'Exact power of conditional and unconditional tests: Going beyond the 2x2 contingency table'. *The American Statistician* 47(2), 91-98.
- MITRA, S. (1969). 'An alternative approach to the analysis of a fourfold table'. *The American Statistician* 23(5), 22-24.
- NURMINEN, M. AND MUTANEN, P. (1987). 'Exact Bayesian Analysis of two Proportions'. *Scandinavian Journal of Statistics* 14(1), 67-77.
- PEARSON, E.S. (1947). 'The choice of statistical tests illustrated on their interpretation of data classed in a 2x2 table'. *Biometrika* 34, 139-167.
- PEARSON, K. (1900). 'On the criterion that a given system of deviations from the probable in the case of a correlated system of variables is such that it can reasonably be supposed to have arisen from random sampling'. *Philos. Mag. Series 5*, 50, 157-172.

- PIRIE, W.R. and HAMDAN, M.A. (1972). 'Some revised continuity corrections for discrete distributions'. *Biometrics* 28, 693-701.
- PLACKETT, R.L. (1964). 'The continuity correction in 2 x 2 tables'. *Biometrika* 51(3 and 4), 327-337.
- PLACKETT, R.L. (1977). 'The marginal totals of a 2x2 table'. *Biometrika* 64(1), 37-42.
- RADLOW, B. AND ALF, E.F. Jr. (1975). 'An Alternate multinomial Assessment of the Accuracy of the χ^2 test of goodness of fit'. *JASA* 70 (352), 811-813.
- RAIFFA, H. AND SCHLAIFER, R. (1961). *Applied Statistical Decision Theory*. Boston: Graduate School of Business Administration, Harvard University.
- RAO, C.R. (1970). *Advanced Statistical Methods in Biometrics Research*. Hafner: Darien.
- RHOADES, H.M. AND OVERALL, J.E. (1982). 'A sample size correction for Pearson's chi-square in 2x2 contingency tables'. *Psychol. Bull.* 91(2), 418-423.
- RICE, W.R. (1988). 'A New Probability Model for Determining Exact p-Values for 2 x 2 Contingency Tables when Comparing Binomial Proportions'. *Biometrics* 44, 1-22.
- RIEDWYL, H. (1989). 'Comment on D'Agostino and Belanger (1988)'. *The American Statistician* 43(3), 187-188.
- ROBBINS, H. (1977). 'A fundamental question of practical statistics'. *The American Statistician* 31, 97.
- SACHS, L. (1986). 'Alternatives to the chi-square test of homogeneity in 2x2 tables and to Fisher's exact test'. *Biom. Jour.* 28(8), 975-979.
- SATHE, Y.S. (1982). 'Another test for equality of two proportions'. *Comm. in Stat. Simul. and Comp.* 11(3), 373-375.
- SCHAWIE, D. (1977). 'Error probabilities for 2x2 contingency table'. *American Statistician* 31(3), 134.
- SCHOUTEN, H.J. (1976). 'On the continuity correction'. *Statistica Neerlandica* 30, 93-95.
- SCHOUTEN, H.J.A., MOLENAAR, I.W., VAN STRIK, R., BOOMSA, A. (1980). 'Comparing two independent binomial proportions by a modified chi-squared test'. *Biometrical Journal* 22(3), 241-248.
- SHUSTER, J.J. (1988). 'EXACTB nad CONF: Exact unconditional procedures for binomial data'. *The American Statistician* 42(3), 234.

- SHUSTER, J.J. (1992). 'Exact unconditional tables for significance testing in the 2x2 multinomial trial'. *Statistics in Medicine* 11(7), 913-922.
- SHUSTER, J.J. AND SUISSA, S. (1990). 'Conditional vs. unconditional tests in 2x2 trials'. *Proceeding of the Biopharmaceutical Section-ASA*, 20-24.
- SICHEL, H.S. (1973). 'On a Significance Test for Two Poisson Variables'. *Appl. Stat.* 22, 50-58.
- SILVA MATO, A. (1989). 'Test de homogeneidad de dos proporciones independientes: una aportación al estudio comparativo de métodos incondicionados bajo el criterio del máximo'. Trabajo de investigación. Programa de Doctorado del Departamento de Estadística I.O. Universidad Complutense. Madrid.
- SILVA MATO, A., GAYA MORENO, F. Y LUNA DEL CASTILLO, J.D. (1989). 'Comparación de dos proporciones independientes por el método incondicionado de McDonald: un nuevo algoritmo en lenguaje C'. II Conferencia Española de Biometría. (Segovia, Spain).
- STARMER, C.F., GRIZZLE, J.E. AND SEN, P.K. (1974). 'Comment to Conover (1974)'. *JASA* 69, 376-378.
- STORER, B.E. AND CHOONGRAK, K. (1990). 'Exact properties of some exact test statistics for comparing two binomial proportions'. *JASA* 85, 146-155.
- SUISSA, S. AND SHUSTER, J.J. (1984). 'Are uniformly most powerful unbiased tests really best?'. *The American Statistician* 38, 204-206.
- SUISSA, S. AND SHUSTER, J.J. (1985). 'Exact unconditional samples sizes for the 2 x 2 binomial trial'. *Journal of the Royal Statistical Society A* 148(4), 317-327.
- SUISSA, S. AND SHUSTER, J.J. (1991). 'The 2x2 matched-pairs trial: exact unconditional design and analysis'. *Biometrics* 47, 361-372.
- TOCHER, K.D. (1950). 'Extension of the Neyman-Pearson theory of tests of discontinuous variables'. *Biometrika* 37, 130-144.
- UPTON, G.J.G. (1982). 'A comparison of alternative tests for the 2 x 2 comparative trial'. *Journal of the Royal Statistical Society A* 145(1), 86-105.
- UPTON, G.J.G. (1992). 'Fisher's exact test'. *Journal of the Royal Statistical Society A* 155(3), 395-402.
- WILKS, S.S. (1935). 'The likelihood test of independence in contingency tables'. *Ann. Math. Stat.* 6, 190-196.

- WILSON, E.B. (1941). 'The controlled experiment and the four-fold table'. *Science* 93(2424), 557-560.
- YATES, F. (1934). 'Contingency tables involving small numbers and the χ^2 test'. *J.R.S.S. Suppl.* 1, 217-235.
- YATES, F. (1984). 'Test of significance for 2 x 2 contingency tables'. *Journal of the Royal Statistical Society A* 147(3), 426-463

APENDICE I

Tabla I (pgs.233-241)

Para cada numero de colas (columnas izquierda y derecha), cada valor de α , en la $\theta(\alpha)$ y en la $\bar{\theta}(0,\alpha)$, o cada intervalo de valores de α , en la $\bar{\theta}(\alpha_1,\alpha_2)$ (cabecera de cada subtabla), y cada método (primera fila), en el interior de la tabla se da la potencia respectiva, $\theta(\alpha)$, $\bar{\theta}(0,\alpha)$ ó $\bar{\theta}(\alpha_1,\alpha_2)$, alcanzada en cada una de las parejas n_1 , n_2 indicadas (primera columna).

Figura I (pgs.242-256)

Promedio de potencia media, $\bar{\theta}$, en función del valor de $K=n_2/n_1 \geq 1$ y para cada número de colas del test (una cola gráfica superior, dos colas gráfica inferior) y para los tests y métodos indicados. El orden de escriura de los mismos es el de su aparición en la gráfica por la derecha. Los intervalos de $n=n_1+n_2$ y α considerados en cada caso son:

pgs.242-244: n: 6-14 y, sucesivamente,	0< α ≤1%,	1%< α ≤5% y	5%< α ≤10%
pgs.245-247: n:16-24	"	"	"
pgs.248-250: n:27-33	"	"	"
pgs.251-253: n:37-43	"	"	"
pgs.254-256: n:48-52	"	"	"

Tabla II (pgs.257-280)

Para cada número de colas, cada intervalo de valores de α , cada intervalo de n (cabecera de cada tabla) y cada intervalo de K (cabecera de cada subtabla) y para cada uno de los métodos aproximados del Cap.III (c.p.c.), en el interior de la tabla se dan las frecuencias de fallos conservadores (H^+), liberales (H^-) y globales (H^0).

$\theta(\alpha)$

Una Cola

1%	CSM	CSM'	CSZ	CSF	CSF'	CSI	CSH	CSV	CSD
5x 5	5.55	5.55	5.55	5.55	5.55	5.55	5.55	5.55	5.55
5x 9	16.62	16.62	16.62	16.62	16.62	16.62	16.62	16.62	16.62
5x15	20.79	20.79	18.72	20.79	18.72	20.79	20.79	18.72	18.72
5x27	26.14	26.14	24.96	26.14	24.96	24.95	26.14	24.95	24.95
5x30	26.83	26.83	23.63	25.76	25.76	26.83	25.76	24.69	22.55
9x 9	25.94	25.94	23.96	23.96	23.96	23.96	23.96	23.96	19.98
9x15	32.44	32.44	32.44	32.44	32.44	32.44	32.44	32.44	28.71
9x27	36.37	36.37	33.54	36.37	35.67	36.37	35.67	35.67	32.11
9x30	38.00	38.00	33.52	38.00	37.36	38.00	37.36	36.72	33.51
15x15	39.78	39.78	39.78	39.78	39.78	39.78	39.78	38.23	35.12
15x27	45.92	45.92	45.03	45.92	45.03	45.92	45.92	44.14	41.48
15x30	45.91	45.91	42.71	45.91	45.51	45.91	45.51	45.11	40.29
27x27	53.00	53.00	52.50	52.50	52.50	52.50	52.50	51.99	48.43
27x30	53.86	53.86	53.86	53.40	53.63	53.40	52.95	52.72	49.50
30x30	54.68	54.68	54.27	54.27	54.27	54.27	54.27	53.03	48.05

Dos Colas

1%	CSM	CSM'	CSZ	CSF	CSF'	CSI	CSH	CSV	CSD
5x 5	5.56	5.56	5.56	5.56	5.56	5.56	5.56	5.56	5.56
5x 9	16.67	16.67	16.67	13.33	13.33	13.33	13.33	13.33	13.33
5x15	18.75	18.75	18.75	18.75	18.75	18.75	18.75	18.75	14.58
5x27	25.00	25.00	25.00	25.00	25.00	22.62	25.00	22.62	21.43
5x30	24.73	24.73	23.66	24.73	24.73	23.66	24.73	23.66	19.35
9x 9	20.00	20.00	20.00	20.00	20.00	20.00	20.00	20.00	20.00
9x15	28.75	28.75	28.75	27.50	27.50	27.50	27.50	26.25	25.00
9x27	33.57	33.57	33.57	33.57	32.86	32.14	33.57	32.14	28.57
9x30	34.84	34.84	33.55	32.90	33.55	32.90	32.90	32.26	30.32
15x15	34.38	34.38	34.38	34.38	34.38	34.38	34.38	34.38	28.12
15x27	41.52	41.52	41.52	40.62	40.62	40.62	40.18	39.73	37.05
15x30	42.34	42.34	41.53	41.94	41.53	41.94	40.73	36.29	36.29
27x27	48.72	48.72	48.72	48.21	48.21	48.21	47.70	43.62	43.62
27x30	50.00	50.00	49.77	49.77	49.54	49.77	49.54	48.39	45.16
30x30	50.99	50.99	49.95	49.95	49.95	49.95	48.70	43.70	43.70

5%	CSM	CSM'	CSZ	CSF	CSF'	CSI	CSH	CSV	CSD
5x 5	27.35	27.35	27.35	27.35	27.35	27.35	27.35	27.35	16.58
5x 9	36.08	36.08	32.94	32.94	32.94	32.94	32.94	32.94	32.94
5x15	39.13	37.13	39.13	39.13	39.13	39.13	39.13	37.07	37.07
5x27	42.39	41.25	29.68	42.39	37.84	42.39	41.27	42.39	41.21
5x30	43.60	43.60	27.90	43.60	39.49	43.60	43.60	41.54	38.36
9x 9	45.40	45.40	45.40	45.40	45.40	45.40	45.40	45.40	41.58
9x15	49.46	47.07	49.46	48.27	47.08	48.27	48.27	45.83	45.83
9x27	52.40	52.40	49.68	51.73	48.29	51.04	50.36	49.65	44.78
9x30	53.10	53.10	50.02	53.10	51.25	53.10	52.49	51.22	49.33
15x15	54.20	54.23	52.00	54.25	54.25	54.25	54.25	54.25	51.22
15x27	59.40	59.40	58.97	58.55	58.12	58.55	58.12	56.82	54.63
15x30	60.44	60.44	58.14	59.29	57.75	59.29	58.14	57.35	53.02
27x27	65.17	65.18	64.20	64.21	64.21	64.21	63.22	62.73	58.74
27x30	66.21	66.21	65.55	65.55	65.10	65.55	64.44	62.88	61.29
30x30	67.05	67.05	66.66	66.66	66.66	66.66	66.26	65.45	62.21

5%	CSM	CSM'	CSZ	CSF	CSF'	CSI	CSH	CSV	CSD
5x 5	16.67	16.67	16.67	16.67	16.67	16.67	16.67	16.67	16.67
5x 9	26.67	30.00	26.67	23.33	26.67	26.67	26.67	26.67	26.67
5x15	33.33	33.33	29.17	31.25	33.33	31.25	31.25	29.17	25.00
5x27	38.10	38.10	29.76	36.90	38.10	36.90	36.90	35.71	33.33
5x30	38.71	38.71	27.96	35.48	36.56	35.48	36.56	34.41	32.26
9x 9	34.00	34.00	34.00	34.00	34.00	34.00	34.00	34.00	30.00
9x15	42.50	41.25	42.50	42.50	42.50	42.50	42.50	41.25	38.75
9x27	47.86	47.86	46.43	47.14	47.14	46.43	45.71	44.29	40.71
9x30	47.74	47.74	47.10	46.45	45.81	45.16	45.16	43.87	41.29
15x15	47.66	47.66	47.66	47.66	47.66	47.66	46.09	46.09	42.97
15x27	54.02	54.02	53.57	52.23	52.23	52.23	51.79	50.45	48.21
15x30	54.84	54.84	54.03	54.03	53.63	54.03	53.63	52.82	48.79
27x27	59.44	59.44	59.18	58.67	58.67	58.67	58.67	58.16	53.57
27x30	61.06	61.06	60.60	60.14	60.60	60.14	58.99	58.06	55.30
30x30	61.60	61.60	61.39	60.15	60.15	60.15	59.73	58.90	52.65

10%	CSM	CSM'	CSZ	CSF	CSF'	CSI	CSH	CSV	CSD
5x 5	42.78	42.78	42.78	42.78	42.78	42.78	42.78	32.68	32.68
5x 9	42.43	42.43	42.43	42.43	42.24	42.43	42.43	42.43	42.43
5x15	48.82	48.82	41.11	48.82	43.09	48.82	46.96	46.96	44.97
5x27	52.45	52.39	52.45	52.45	49.18	52.45	52.45	49.09	50.16
5x30	52.60	52.60	50.67	51.67	49.70	51.67	50.70	48.62	46.57
9x 9	50.94	50.94	49.12	52.78	52.78	52.78	52.78	47.22	41.58
9x15	57.61	56.47	56.47	57.61	57.61	57.61	57.61	54.07	54.07
9x27	61.02	61.02	51.74	61.06	58.45	61.06	59.09	57.10	54.38
9x30	60.90	60.90	50.64	60.33	57.96	60.33	59.15	59.10	57.86
15x15	61.53	61.53	61.53	60.11	60.11	60.11	58.62	58.62	51.22
15x27	66.87	66.88	66.47	66.06	66.47	66.06	65.23	63.96	63.11
15x30	67.92	67.92	66.10	66.48	65.36	66.84	66.10	63.82	62.29
27x27	72.05	72.05	69.50	70.90	70.90	70.90	69.94	67.31	64.16
27x30	72.84	71.37	69.46	71.16	71.58	71.37	70.51	69.61	68.73
30x30	73.43	73.43	71.16	72.30	72.30	72.30	71.52	69.18	67.19

10%	CSM	CSM'	CSZ	CSF	CSF'	CSI	CSH	CSV	CSD
5x 5	27.78	27.78	27.78	27.78	27.78	27.78	27.78	27.78	16.67
5x 9	36.67	36.67	36.67	36.67	36.67	36.67	36.67	33.33	33.33
5x15	41.67	41.67	41.67	39.58	39.58	39.58	39.58	39.58	37.50
5x27	46.43	46.43	45.24	44.05	44.05	44.05	44.05	42.86	41.67
5x30	46.24	46.24	46.24	44.09	45.16	44.09	44.09	41.94	38.71
9x 9	46.00	46.00	46.00	46.00	46.00	46.00	46.00	46.00	42.00
9x15	50.00	50.00	50.00	48.75	50.00	48.75	48.75	48.75	46.25
9x27	54.29	54.29	52.14	52.14	52.86	51.43	50.71	50.00	45.00
9x30	54.84	54.84	50.97	53.55	54.19	53.55	52.90	51.61	49.68
15x15	54.69	54.69	52.34	54.69	54.69	54.69	54.69	54.69	51.56
15x27	60.71	60.71	60.27	60.27	60.71	60.27	58.93	58.04	56.25
15x30	61.29	61.29	61.29	59.68	59.68	59.68	58.87	58.47	53.23
27x27	65.56	65.56	64.54	64.54	64.54	64.54	63.52	63.01	58.93
27x30	66.82	67.05	66.36	65.90	66.36	65.90	64.75	63.13	61.52
30x30	67.43	67.43	67.01	67.01	67.01	67.01	66.60	65.76	62.43

$$\bar{\theta}(0, \alpha) = A(\alpha)$$

Una Cola										Dos Colas									
1%	CSM	CSM'	CSZ	CSF	CSF'	CSI	CSH	CSV	CSD	1%	CSM	CSM'	CSZ	CSF	CSF'	CSI	CSH	CSV	CSD
5x 5	5.01	5.01	5.01	5.01	5.01	5.01	5.01	5.01	5.01	5x 5	4.47	4.47	4.47	4.47	4.47	4.47	4.47	4.47	4.47
5x 9	12.10	12.10	11.95	12.10	12.10	12.10	12.10	12.10	12.10	5x 9	10.65	10.65	10.65	10.19	10.19	10.19	10.19	10.19	10.19
5x15	16.50	16.50	15.20	16.41	15.65	16.41	16.41	16.41	14.55	5x15	15.37	15.37	15.04	15.21	15.21	15.21	15.21	15.21	12.42
5x27	19.94	19.94	15.48	19.74	19.58	19.55	19.66	19.56	17.82	5x27	19.34	19.34	15.49	18.96	18.96	18.38	19.19	18.46	16.64
5x30	20.43	20.42	16.10	20.32	20.32	20.30	20.25	19.87	17.53	5x30	19.94	19.88	16.11	19.78	19.78	19.45	19.86	19.41	16.32
9x 9	19.69	19.69	19.62	19.62	19.62	19.62	19.62	19.62	16.55	9x 9	15.31	15.31	15.31	15.31	15.31	15.31	15.31	15.31	13.12
9x15	25.88	25.88	25.00	25.49	25.63	25.53	25.39	25.16	23.50	9x15	22.85	22.88	22.30	21.67	22.07	21.57	21.48	21.42	19.78
9x27	30.81	30.76	27.44	30.49	29.76	30.58	30.23	29.85	26.48	9x27	28.38	28.36	27.20	27.16	27.95	26.69	27.07	26.67	23.49
9x30	31.56	31.50	27.79	31.15	30.23	31.28	31.00	30.74	28.07	9x30	29.18	29.16	27.77	28.03	28.50	27.56	28.06	27.39	25.12
15x15	32.81	32.81	32.52	32.54	32.54	32.55	32.54	32.14	27.36	15x15	28.57	28.57	28.37	28.41	28.41	28.43	28.41	27.97	23.90
15x27	39.26	39.24	37.51	38.72	37.94	38.78	38.56	38.17	35.20	15x27	36.02	35.98	35.46	35.11	35.13	35.03	35.01	34.78	31.54
15x30	40.17	40.15	37.84	39.82	39.17	39.86	39.58	39.01	34.72	15x30	37.01	37.01	36.64	36.23	36.43	35.94	36.01	35.38	31.20
27x27	47.01	46.97	46.68	46.62	46.62	46.67	46.05	45.63	40.29	27x27	43.20	43.15	42.78	42.74	42.74	42.86	42.56	41.98	36.89
27x30	48.22	48.16	47.66	47.69	47.50	47.71	47.40	46.69	43.35	27x30	44.79	44.70	44.26	44.29	44.22	44.33	44.04	43.44	39.99
30x30	49.36	49.34	48.81	48.82	48.82	48.82	48.69	48.07	42.99	30x30	45.67	45.65	45.12	45.14	45.14	45.14	45.11	44.58	39.46
5%	CSM	CSM'	CSZ	CSF	CSF'	CSI	CSH	CSV	CSD	5%	CSM	CSM'	CSZ	CSF	CSF'	CSI	CSH	CSV	CSD
5x 5	18.21	18.21	18.21	18.21	18.21	18.21	18.21	18.21	14.10	5x 5	11.68	11.68	11.68	11.68	11.68	11.68	11.68	11.68	11.68
5x 9	24.55	24.55	24.17	23.71	24.26	24.32	24.04	24.10	24.10	5x 9	20.48	20.87	20.03	19.50	20.26	19.67	19.82	19.23	19.23
5x15	29.36	29.25	27.09	29.17	28.38	29.17	29.11	28.68	25.65	5x15	26.14	26.14	23.81	24.12	25.67	24.12	24.34	23.58	20.62
5x27	32.63	32.42	26.00	32.30	31.29	32.39	32.03	31.65	29.91	5x27	30.03	30.03	26.06	28.53	28.94	27.76	28.58	27.46	25.76
5x30	33.07	32.88	24.93	32.92	31.70	32.87	32.68	32.27	29.38	5x30	30.60	30.59	24.98	29.10	29.94	28.23	29.42	27.95	25.05
9x 9	32.63	32.63	32.09	32.14	32.14	32.14	32.14	32.14	26.58	9x 9	26.75	26.75	26.72	26.72	26.72	26.72	26.72	26.72	22.45
9x15	38.54	38.42	37.51	38.11	37.39	38.04	37.97	37.10	35.25	9x15	33.84	33.80	33.59	33.04	33.26	32.73	32.50	31.68	29.74
9x27	43.39	43.14	39.90	42.85	41.62	42.84	42.34	41.68	37.91	9x27	39.24	39.24	38.09	37.77	38.37	37.46	37.59	36.85	32.97
9x30	44.09	44.01	40.34	43.64	42.50	43.65	43.03	42.06	39.79	9x30	39.99	39.91	38.82	38.69	39.01	38.20	38.36	37.43	34.80
15x15	45.09	45.06	44.62	44.65	44.65	44.66	44.51	43.64	38.10	15x15	39.45	39.45	39.03	39.04	39.04	39.04	38.83	38.40	33.17
15x27	51.00	50.89	49.17	50.40	49.97	50.48	50.02	49.03	46.47	15x27	46.42	46.39	45.97	45.41	45.70	45.35	45.16	44.37	41.34
15x30	51.80	51.70	49.45	51.35	50.49	51.33	50.74	50.00	45.76	15x30	47.34	47.30	46.90	46.42	46.54	46.29	45.95	45.22	40.63
27x27	57.67	57.65	57.43	57.14	57.14	57.15	56.45	55.84	51.09	27x27	52.84	52.79	52.61	52.42	52.42	52.44	51.71	51.21	46.20
27x30	58.71	58.66	58.22	58.02	57.86	58.05	57.35	56.39	53.72	27x30	54.30	54.23	53.91	53.67	53.75	53.70	53.18	52.29	49.15
30x30	59.67	59.65	59.34	59.03	59.03	59.03	58.43	57.71	52.99	30x30	55.00	54.98	54.60	54.35	54.35	54.35	53.97	53.29	48.12
10%	CSM	CSM'	CSZ	CSF	CSF'	CSI	CSH	CSV	CSD	10%	CSM	CSM'	CSZ	CSF	CSF'	CSI	CSH	CSV	CSD
5x 5	25.83	25.83	25.83	25.83	25.83	25.83	25.83	25.20	22.64	5x 5	18.41	18.41	18.41	18.41	18.41	18.41	18.41	18.41	14.17
5x 9	32.67	32.67	32.29	32.06	31.52	32.37	31.96	31.61	31.61	5x 9	27.23	27.59	26.81	25.87	26.60	26.31	26.38	25.21	25.21
5x15	36.94	36.80	33.86	36.79	34.94	36.79	36.37	35.81	32.95	5x15	32.41	32.41	30.58	30.59	31.37	30.59	30.70	30.28	26.37
5x27	40.31	39.65	33.88	39.90	38.63	39.82	39.53	38.58	37.55	5x27	36.47	36.47	32.23	34.20	35.36	33.90	34.41	33.16	31.29
5x30	40.73	40.42	34.27	40.46	38.74	40.43	39.90	38.97	36.42	5x30	37.01	37.01	32.55	34.89	36.11	34.30	35.05	33.71	30.51
9x 9	40.34	40.34	39.79	39.96	39.96	39.96	39.96	39.22	34.08	9x 9	32.84	32.84	32.28	32.33	32.33	32.33	32.33	32.33	26.67
9x15	46.05	45.83	45.00	45.29	44.13	45.34	44.99	43.83	42.39	9x15	40.29	40.28	39.71	38.96	39.08	38.81	38.69	37.68	35.56
9x27	50.31	50.03	45.80	49.84	48.03	49.85	48.99	48.02	44.87	9x27	45.19	45.16	44.10	43.85	44.26	43.40	43.28	42.36	38.28
9x30	50.93	50.83	45.44	50.43	48.96	50.44	49.55	48.35	46.63	9x30	45.91	45.85	44.59	44.64	44.92	44.25	44.08	42.82	40.40
15x15	51.91	51.92	51.65	51.38	51.38	51.38	50.72	50.24	44.66	15x15	45.29	45.26	44.81	44.84	44.84	44.84	44.69	43.80	38.18
15x27	57.30	57.21	55.90	56.60	55.86	56.68	55.85	54.86	52.81	15x27	52.02	51.97	51.63	50.98	51.08	50.98	50.58	49.44	46.81
15x30	58.05	57.92	56.34	57.57	56.43	57.54	56.61	55.65	52.06	15x30	52.80	52.79	52.38	51.85	51.81	51.78	51.28	50.46	45.93
27x27	63.26	63.25	62.75	62.59	62.59	62.60	61.84	60.84	56.71	27x27	57.85	57.82	57.60	57.30	57.30	57.32	56.60	55.97	51.18
27x30	64.18	64.08	63.37	63.40	63.25	63.43	62.48	61.36	59.43	27x30	59.27	59.15	58.90	58.54	58.67	58.56	57.82	56.77	54.09
30x30	65.03	65.02	64.56	64.34	64.34	64.34	63.75	62.63	58.72	30x30	59.84	59.82	59.50	59.18	59.18	59.18	58.57	57.84	53.07

$$\bar{\theta}(\alpha_1, \alpha_2)$$

Una Cola										Dos Colas									
0-1%	CSM	CSM'	CSZ	CSF	CSF'	CSI	CSH	CSV	CSD	0-1%	CSM	CSM'	CSZ	CSF	CSF'	CSI	CSH	CSV	CSD
5x 5	5.01	5.01	5.01	5.01	5.01	5.01	5.01	5.01	5.01	5x 5	4.47	4.47	4.47	4.47	4.47	4.47	4.47	4.47	4.47
5x 9	12.10	12.10	11.95	12.10	12.10	12.10	12.10	12.10	12.10	5x 9	10.65	10.65	10.65	10.19	10.19	10.19	10.19	10.19	10.19
5x15	16.50	16.50	15.20	16.41	15.65	16.41	16.41	16.41	14.55	5x15	15.37	15.37	15.04	15.21	15.21	15.21	15.21	15.21	12.42
5x27	19.94	19.94	15.48	19.74	19.58	19.55	19.66	19.56	17.82	5x27	19.34	19.34	15.49	18.96	18.96	18.38	19.19	18.46	16.64
5x30	20.43	20.42	16.10	20.32	20.32	20.30	20.25	19.87	17.53	5x30	19.94	19.88	16.11	19.78	19.78	19.45	19.86	19.41	16.32
9x 9	19.69	19.69	19.62	19.62	19.62	19.62	19.62	19.62	16.55	9x 9	15.31	15.31	15.31	15.31	15.31	15.31	15.31	15.31	13.12
9x15	25.88	25.88	25.00	25.49	25.63	25.53	25.39	25.16	23.50	9x15	22.85	22.88	22.30	21.67	22.07	21.57	21.48	21.42	19.78
9x27	30.81	30.76	27.44	30.49	29.76	30.58	30.23	29.85	26.48	9x27	28.38	28.36	27.20	27.16	27.95	26.69	27.07	26.67	23.49
9x30	31.56	31.50	27.79	31.15	30.23	31.28	31.00	30.74	28.07	9x30	29.18	29.16	27.77	28.03	28.50	27.56	28.06	27.39	25.12
15x15	32.81	32.81	32.52	32.54	32.54	32.55	32.54	32.14	27.36	15x15	28.57	28.57	28.37	28.41	28.41	28.43	28.41	27.97	23.90
15x27	39.26	39.24	37.51	38.72	37.94	38.78	38.56	38.17	35.20	15x27	36.02	35.98	35.46	35.11	35.13	35.03	35.01	34.78	31.54
15x30	40.17	40.15	37.84	39.82	39.17	39.86	39.58	39.01	34.72	15x30	37.01	37.01	36.64	36.23	36.43	35.94	36.01	35.38	31.20
27x27	47.01	46.97	46.68	46.62	46.62	46.67	46.05	45.63	40.29	27x27	43.20	43.15	42.78	42.74	42.74	42.86	42.56	41.98	36.89
27x30	48.22	48.16	47.66	47.69	47.50	47.71	47.40	46.69	43.35	27x30	44.79	44.70	44.26	44.29	44.22	44.33	44.04	43.44	39.99
30x30	49.36	49.34	48.81	48.82	48.82	48.82	48.69	48.07	42.99	30x30	45.67	45.65	45.12	45.14	45.14	45.14	45.11	44.58	39.46
1-5%										1-5%									
CSM	CSM'	CSZ	CSF	CSF'	CSI	CSH	CSV	CSD		CSM	CSM'	CSZ	CSF	CSF'	CSI	CSH	CSV	CSD	
5x 5	21.51	21.51	21.51	21.51	21.51	21.51	21.51	21.51	16.37	5x 5	13.48	13.48	13.48	13.48	13.48	13.48	13.48	13.48	13.48
5x 9	27.66	27.66	27.23	26.61	27.30	27.37	27.02	27.10	27.10	5x 9	22.94	23.43	22.37	21.82	22.78	22.05	22.23	21.50	21.50
5x15	32.57	32.44	30.07	32.37	31.56	32.37	32.28	31.75	28.43	5x15	28.83	28.83	26.01	26.35	28.28	26.35	26.62	25.67	22.68
5x27	35.80	35.54	28.63	35.44	34.21	35.60	35.12	34.67	32.93	5x27	32.71	32.71	28.70	30.93	31.43	30.11	30.92	29.71	28.03
5x30	36.23	36.00	27.14	36.07	34.54	36.01	35.78	35.38	32.34	5x30	33.27	33.27	27.20	31.43	32.48	30.43	31.81	30.08	27.23
9x 9	35.87	35.87	35.21	35.27	35.27	35.27	35.27	35.27	29.09	9x 9	29.61	29.61	29.57	29.57	29.57	29.57	29.57	29.57	24.78
9x15	41.71	41.55	40.63	41.26	40.34	41.17	41.11	40.08	38.18	9x15	36.59	36.53	36.41	35.88	36.06	35.52	35.25	34.24	32.23
9x27	46.53	46.23	43.01	45.94	44.58	45.90	45.37	44.63	40.76	9x27	41.96	41.96	40.82	40.43	40.97	40.15	40.22	39.40	35.35
9x30	47.22	47.14	43.48	46.77	45.57	46.74	46.04	44.88	42.72	9x30	42.69	42.60	41.58	41.35	41.64	40.86	40.94	39.95	37.23
15x15	48.16	48.12	47.65	47.68	47.68	47.68	47.50	46.51	40.78	15x15	42.17	42.17	41.70	41.70	41.70	41.70	41.43	41.00	35.49
15x27	53.94	53.80	52.09	53.32	52.98	53.41	52.89	51.74	49.29	15x27	49.01	48.99	48.60	47.99	48.34	47.93	47.70	46.77	43.80
15x30	54.71	54.59	52.36	54.23	53.32	54.20	53.53	52.74	48.52	15x30	49.92	49.88	49.46	48.97	49.07	48.87	48.44	47.69	42.98
27x27	60.34	60.32	60.12	59.77	59.77	59.77	59.06	58.39	53.79	27x27	55.24	55.21	55.07	54.84	54.84	54.84	53.99	53.52	48.52
27x30	61.33	61.29	60.86	60.61	60.45	60.63	59.84	58.81	56.31	27x30	56.68	56.61	56.32	56.02	56.14	56.04	55.47	54.50	51.44
30x30	62.24	62.23	61.97	61.58	61.58	61.58	60.87	60.13	55.49	30x30	57.33	57.31	56.98	56.65	56.65	56.65	56.18	55.47	50.29
5-10%										5-10%									
CSM	CSM'	CSZ	CSF	CSF'	CSI	CSH	CSV	CSD		CSM	CSM'	CSZ	CSF	CSF'	CSI	CSH	CSV	CSD	
5x 5	33.46	33.46	33.46	33.46	33.46	33.46	33.46	32.18	31.17	5x 5	25.14	25.14	25.14	25.14	25.14	25.14	25.14	25.14	16.67
5x 9	40.79	40.79	40.41	40.41	38.79	40.41	39.88	39.12	39.12	5x 9	33.97	34.30	33.59	32.24	32.94	32.94	32.94	31.19	31.19
5x15	44.52	44.35	40.63	44.41	41.51	44.41	43.64	42.93	40.24	5x15	38.68	38.68	37.34	37.07	37.07	37.07	37.07	36.98	32.12
5x27	47.98	46.88	41.77	47.50	45.98	47.25	47.02	45.51	45.20	5x27	42.92	42.92	38.39	39.86	41.78	40.03	40.23	38.85	36.82
5x30	48.39	47.96	43.61	48.01	45.79	47.99	47.13	45.67	43.47	5x30	43.42	43.42	40.11	40.68	42.27	40.37	40.69	39.47	35.97
9x 9	48.05	48.05	47.48	47.78	47.78	47.78	47.78	46.29	41.58	9x 9	38.94	38.94	37.84	37.94	37.94	37.94	37.94	37.94	30.90
9x15	53.55	53.25	52.50	52.47	50.87	52.64	52.01	50.57	49.53	9x15	46.73	46.75	45.83	44.88	44.89	44.88	44.88	43.69	41.39
9x27	57.23	56.92	51.70	56.82	54.44	56.87	55.64	54.35	51.82	9x27	51.13	51.07	50.11	49.93	50.15	49.35	48.97	47.87	43.58
9x30	57.77	57.65	50.55	57.21	55.43	57.23	56.06	54.64	53.47	9x30	51.83	51.80	50.35	50.58	50.83	50.30	49.80	48.20	46.00
15x15	58.73	58.77	58.67	58.11	58.11	58.11	56.92	56.85	51.22	15x15	51.14	51.08	50.59	50.64	50.64	50.64	50.55	49.21	43.19
15x27	63.60	63.54	62.63	62.79	61.74	62.87	61.68	60.69	59.15	15x27	57.63	57.55	57.28	56.55	56.46	56.60	55.99	54.51	52.27
15x30	64.29	64.14	63.23	63.78	62.37	63.76	62.49	61.30	58.37	15x30	58.27	58.28	57.87	57.28	57.08	57.28	56.60	55.69	51.24
27x27	68.85	68.85	68.08	68.04	68.04	68.04	67.22	65.84	62.33	27x27	62.87	62.85	62.58	62.19	62.19	62.19	61.50	60.73	56.15
27x30	69.64	69.51	68.51	68.78	68.64	68.81	67.62	66.34	65.14	27x30	64.23	64.08	63.88	63.40	63.59	63.42	62.46	61.26	59.03
30x30	70.39	70.38	69.79	69.66	69.66	69.66	69.06	67.55	64.45	30x30	64.67	64.67	64.40	64.02	64.02	64.02	63.18	62.40	58.01

$$\bar{\theta}(\alpha_1, \alpha_2)$$

Una Cola										Dos Colas									
0-1%	CSM	CSM'	CSZ	CSF	CSF'	CSI	CSH	CSV	CSD	0-1%	CSM	CSM'	CSZ	CSF	CSF'	CSI	CSH	CSV	CSD
5x 5	5.01	5.01	5.01	5.01	5.01	5.01	5.01	5.01	5.01	5x 5	4.47	4.47	4.47	4.47	4.47	4.47	4.47	4.47	4.47
5x 6	9.43	9.43	9.43	9.43	8.17	9.43	9.43	9.43	9.43	5x 6	6.27	6.27	5.80	5.80	4.30	5.80	5.80	5.80	5.80
5x 7	10.60	10.60	10.60	10.60	10.31	10.60	10.60	10.60	10.60	5x 7	8.41	8.41	8.02	8.02	8.41	8.02	8.02	8.02	8.02
5x 8	11.49	11.49	11.49	11.49	11.49	11.49	11.49	11.49	11.49	5x 8	9.07	9.07	8.94	8.94	8.94	8.94	8.94	8.94	8.94
5x 9	12.10	12.10	11.95	12.10	12.10	12.10	12.10	12.10	12.10	5x 9	10.65	10.65	10.65	10.19	10.19	10.19	10.19	10.19	10.19
5x10	13.44	13.44	12.40	13.13	12.67	13.13	13.13	13.13	12.08	5x10	11.67	11.60	11.67	11.38	11.60	11.38	11.38	11.38	9.64
5x11	14.24	14.21	13.35	13.75	13.65	14.21	14.11	14.21	13.40	5x11	12.76	12.76	12.52	10.97	12.76	11.44	12.25	11.44	10.89
5x12	15.11	15.11	14.28	15.11	14.29	15.11	15.11	15.11	14.00	5x12	13.68	13.68	13.40	13.28	13.28	13.28	13.28	13.28	12.06
5x13	15.56	15.56	15.08	15.56	14.82	15.56	15.56	15.52	14.43	5x13	14.28	14.28	13.85	13.96	14.13	13.96	13.96	12.94	12.64
5x14	16.19	16.19	15.31	16.12	16.12	16.12	16.12	16.12	15.32	5x14	14.99	14.99	14.69	14.99	14.99	14.51	14.99	14.51	13.59
5x15	16.50	16.50	15.20	16.41	15.65	16.41	16.41	16.41	14.55	5x15	15.37	15.37	15.04	15.21	15.21	15.21	15.21	15.21	12.42
5x16	16.93	16.93	15.93	16.77	16.43	16.89	16.77	16.77	15.33	5x16	15.81	15.81	15.50	15.77	15.77	15.34	15.77	15.77	13.61
5x17	17.20	17.19	15.94	17.06	16.45	17.19	17.06	17.19	16.01	5x17	16.25	16.25	15.79	15.83	16.25	15.66	15.83	15.66	14.08
5x18	17.67	17.67	15.77	17.63	17.44	17.67	17.63	17.61	16.30	5x18	16.70	16.67	15.77	16.44	16.44	16.24	16.44	16.04	14.76
5x19	17.98	17.98	15.48	17.86	17.46	17.96	17.86	17.84	16.72	5x19	17.13	17.13	15.49	17.09	17.09	16.61	17.09	16.53	15.27
5x20	18.27	18.24	15.13	18.05	18.05	18.26	18.05	17.97	15.68	5x20	17.39	17.39	15.14	17.04	17.04	17.02	17.04	16.94	14.42
6x 6	9.54	9.54	9.54	9.54	9.54	9.54	9.54	9.54	9.54	6x 6	6.86	6.86	6.86	6.86	6.86	6.86	6.86	6.86	6.86
6x 7	12.68	12.68	12.68	12.68	11.75	12.68	12.68	12.68	11.71	6x 7	9.78	9.78	9.23	9.23	8.19	9.23	9.23	9.23	9.23
6x 8	13.81	13.81	13.81	13.81	13.76	13.81	13.81	13.43	13.43	6x 8	11.32	11.32	10.99	10.99	11.07	10.99	10.99	10.06	10.06
6x 9	15.13	15.13	15.09	14.54	14.54	14.95	14.95	14.95	14.61	6x 9	12.56	12.56	12.49	11.54	11.54	11.81	11.81	11.81	11.06
6x10	15.76	15.76	15.15	15.44	15.60	15.44	15.44	15.44	15.40	6x10	13.71	13.70	13.70	13.37	13.37	13.37	13.37	13.37	12.54
6x11	16.61	16.61	15.91	16.44	15.64	16.47	15.87	15.90	16.25	6x11	14.33	14.33	14.10	14.00	14.00	13.53	13.98	13.51	13.53
6x12	17.52	17.52	16.35	17.00	16.54	17.30	17.00	17.30	15.36	6x12	15.23	15.23	14.71	14.36	13.91	14.36	14.36	14.36	11.75
6x13	18.15	18.15	17.16	18.07	17.75	18.07	17.93	17.89	16.90	6x13	16.29	16.14	16.25	15.12	15.90	15.00	15.71	15.12	14.06
6x14	18.97	18.96	17.90	18.82	18.32	18.76	18.71	18.76	17.83	6x14	17.03	17.03	16.98	16.19	16.82	15.86	15.83	15.86	14.98
6x15	19.56	19.56	18.47	19.36	19.17	19.36	19.36	19.36	18.13	6x15	17.74	17.66	17.51	17.06	17.33	16.75	17.06	16.75	15.20
6x16	19.95	19.93	18.52	19.81	19.15	19.81	19.60	19.60	18.51	6x16	18.26	18.26	17.87	17.49	18.10	17.49	17.49	17.49	15.99
6x17	20.38	20.38	18.68	20.25	19.93	20.35	20.25	20.18	19.05	6x17	18.82	18.82	18.26	18.25	18.57	17.49	18.25	18.08	16.87
6x18	20.93	20.93	19.02	20.77	20.48	20.82	20.79	20.51	18.06	6x18	19.24	19.24	18.61	18.37	18.93	18.11	18.60	17.28	15.35
6x19	21.16	21.16	19.05	21.04	20.89	21.09	21.04	20.81	19.24	6x19	19.69	19.65	18.92	19.17	19.37	18.39	19.17	18.54	16.77
6x20	21.52	21.52	18.90	21.30	20.93	21.42	21.30	21.29	19.82	6x20	20.01	20.01	18.91	19.49	19.78	19.01	19.49	18.90	17.44
7x 7	13.94	13.94	13.94	13.94	13.94	13.94	13.94	13.94	12.08	7x 7	10.09	10.09	10.09	10.09	10.09	10.09	10.09	10.09	8.19
7x 8	15.93	15.93	15.93	15.93	15.15	15.93	15.93	15.93	15.16	7x 8	12.51	12.51	12.33	12.33	11.85	12.33	12.33	12.33	11.73
7x 9	16.93	16.93	16.93	16.93	16.70	16.93	16.93	16.58	15.93	7x 9	14.24	14.10	14.01	14.01	14.03	14.01	14.01	13.59	13.27
7x10	18.20	18.20	17.72	18.10	17.72	18.10	17.61	17.56	17.32	7x10	15.07	15.07	15.04	14.15	15.04	14.15	14.15	13.98	13.87
7x11	19.17	19.17	18.26	18.47	17.97	18.97	18.62	18.39	17.69	7x11	16.30	16.30	16.22	15.03	14.71	15.07	15.07	14.76	14.53
7x12	19.89	19.89	19.05	19.81	19.46	19.84	19.81	19.63	18.77	7x12	17.36	17.36	17.25	16.72	17.17	16.69	16.72	16.56	15.60
7x13	20.54	20.54	19.60	20.25	19.80	20.39	20.17	20.17	19.44	7x13	17.95	17.94	17.62	17.49	17.55	17.43	17.50	17.43	16.18
7x14	21.17	21.17	19.88	20.78	20.49	20.87	20.78	20.87	17.79	7x14	18.78	18.75	18.45	18.15	18.38	17.89	18.15	17.89	15.34
7x15	21.94	21.94	19.96	21.57	21.09	21.58	21.44	21.58	20.30	7x15	19.60	19.60	19.43	18.77	19.12	18.56	18.77	18.58	16.76
7x16	22.43	22.43	20.31	22.04	21.50	22.04	22.04	21.86	20.79	7x16	20.21	20.21	19.96	19.20	19.81	19.19	19.20	19.06	17.67
7x17	22.81	22.97	20.87	22.53	21.60	22.68	22.54	22.27	21.16	7x17	20.83	20.78	20.55	20.29	20.68	19.72	20.30	19.72	18.48
7x18	23.55	23.44	21.63	23.36	22.78	23.45	23.36	22.93	21.38	7x18	21.39	21.30	21.07	20.50	21.08	19.70	20.50	19.43	18.25
7x19	23.89	23.89	21.70	23.77	23.32	23.59	23.65	23.31	21.81	7x19	21.82	21.82	21.30	20.60	21.60	20.15	20.61	20.06	18.92
7x20	24.22	24.20	21.67	23.96	23.48	24.09	23.76	23.81	22.26	7x20	22.21	22.20	21.44	21.27	21.44	20.69	21.27	20.87	19.73
8x 8	16.54	16.54	16.54	16.54	16.54	16.54	16.54	16.54	13.13	8x 8	13.38	13.38	13.38	13.38	13.38	13.38	13.38	13.38	11.45
8x 9	18.66	18.66	18.66	18.66	17.48	18.66	18.66	18.66	17.91	8x 9	15.33	15.33	15.10	15.10	14.49	15.10	15.10	15.10	13.96
8x10	19.81	19.81	19.75	19.75	19.76	19.51	19.51	19.51	18.88	8x10	16.55	16.44	16.20	16.20	16.08	16.20	16.20	16.20	15.33
8x11	20.89	20.89	20.69	20.49	20.71	20.54	20.45	20.04	19.50	8x11	17.86	17.85	17.70	17.06	17.12	16.78	16.80	16.80	16.38
8x12	21.93	21.93	21.33	21.57	20.25	21.62	21.44	21.08	19.62	8x12	18.86	18.84	18.24	17.84	18.71	17.99	17.84	17.42	16.30
8x13	22.76	22.75	22.15	22.25	22.14	22.58	22.26	22.18	21.14	8x13	19.89	19.89	19.47	18.90	19.53	18.76	18.90	18.75	17.75
8x14	23.42	23.42																	

Cont.

 $\bar{\theta}(\alpha_1, \alpha_2)$

Una Cola

Dos Colas

0-1%	CSM	CSM'	CSZ	CSF	CSF'	CSI	CSH	CSV	CSD	0-1%	CSM	CSM'	CSZ	CSF	CSF'	CSI	CSH	CSV	CSD
10x12	24.77	24.69	24.58	24.59	24.43	24.60	24.50	24.39	22.72	10x12	21.51	21.49	21.14	21.21	21.34	21.32	21.14	20.73	19.60
10x13	25.94	25.89	25.53	25.59	25.49	25.65	25.69	25.25	24.02	10x13	22.38	22.41	21.95	21.71	21.70	21.71	21.71	21.47	19.97
10x14	26.73	26.73	26.10	26.19	25.98	26.31	26.01	25.59	24.55	10x14	23.33	23.42	22.64	22.62	22.78	22.65	22.57	22.15	20.86
10x15	27.35	27.32	26.77	26.88	26.79	26.97	26.83	26.58	24.32	10x15	24.24	24.20	23.77	23.37	23.47	23.36	23.23	23.11	20.50
10x16	28.02	27.93	27.00	27.47	27.51	27.67	27.47	26.82	25.71	10x16	24.91	24.92	24.56	23.84	24.36	23.88	23.84	23.51	21.97
10x17	28.68	28.65	27.44	28.39	27.61	28.43	28.35	27.83	26.21	10x17	25.61	25.60	25.17	24.64	25.17	24.61	24.54	24.33	22.51
10x18	29.20	29.15	27.89	28.88	28.35	28.88	28.84	28.54	26.55	10x18	26.21	26.22	25.95	25.45	25.82	24.92	25.25	24.69	22.92
10x19	29.67	29.65	28.13	29.18	28.60	29.31	29.14	29.09	27.05	10x19	26.74	26.74	26.53	25.57	26.10	25.41	25.55	25.48	23.83
10x20	30.11	30.13	28.54	29.77	29.50	29.82	29.69	29.46	25.78	10x20	27.23	27.23	26.99	26.29	26.47	26.43	26.21	25.90	22.27
11x11	24.86	24.86	24.23	24.23	24.23	24.23	24.23	24.23	20.34	11x11	20.61	20.61	20.53	20.53	20.53	20.53	20.53	20.53	17.29
11x12	26.05	26.01	25.91	25.91	25.00	25.91	25.83	25.53	24.16	11x12	22.56	22.54	22.05	22.05	21.09	22.05	21.84	21.61	20.02
11x13	26.98	26.98	26.80	26.83	26.69	26.83	26.70	26.44	24.69	11x13	23.69	23.69	23.21	23.29	23.49	23.30	22.95	22.95	21.47
11x14	28.01	28.00	27.41	27.40	27.29	27.42	27.36	27.06	25.65	11x14	24.48	24.43	24.11	23.79	23.98	23.91	23.81	23.39	22.07
11x15	28.88	28.82	28.18	28.55	27.77	28.57	28.45	27.86	26.30	11x15	25.30	25.31	24.62	24.54	24.65	24.58	24.35	23.86	22.52
11x16	29.45	29.38	28.85	29.13	28.79	29.01	28.90	28.59	26.94	11x16	26.16	26.16	25.75	25.35	25.48	25.35	25.28	24.90	23.28
11x17	29.99	30.03	29.23	29.52	29.38	29.64	29.56	28.85	27.32	11x17	26.84	26.85	26.29	25.99	26.52	25.90	25.96	25.71	23.68
11x18	30.69	30.69	29.59	30.23	30.06	30.09	29.93	29.79	27.94	11x18	27.52	27.50	26.91	26.75	26.89	26.63	26.48	26.35	24.41
11x19	31.19	31.14	30.00	30.74	29.77	30.78	30.72	30.34	28.27	11x19	28.08	28.08	27.58	26.96	27.44	26.81	26.95	26.66	24.60
11x20	31.64	31.63	30.33	31.13	30.69	31.42	31.15	30.68	28.72	11x20	28.55	28.49	28.29	27.64	27.83	27.56	27.50	26.95	25.21
12x12	27.08	27.08	26.86	26.52	26.52	26.52	26.22	26.22	21.97	12x12	22.71	22.71	22.24	22.24	22.24	22.24	22.24	22.24	19.10
12x13	28.21	28.16	27.93	27.87	27.30	27.87	27.88	27.70	25.92	12x13	24.60	24.62	24.00	24.25	23.49	24.25	24.18	23.87	22.24
12x14	29.08	29.10	28.81	28.80	28.88	28.80	28.80	28.57	26.72	12x14	25.57	25.57	24.87	24.76	25.36	24.72	24.71	24.60	22.71
12x15	29.95	29.87	29.47	29.51	29.10	29.60	29.33	28.79	26.94	12x15	26.46	26.43	25.81	25.73	25.76	25.77	25.65	25.23	23.49
12x16	30.76	30.74	30.16	30.36	30.03	30.31	30.24	29.86	27.51	12x16	27.15	27.16	26.52	26.73	26.67	26.56	26.41	25.94	23.60
12x17	31.38	31.37	30.75	30.84	30.79	30.95	30.77	30.49	28.55	12x17	27.95	27.89	27.34	27.18	27.32	27.14	27.08	26.73	24.83
12x18	31.93	31.88	31.15	31.54	31.43	31.62	31.25	30.84	28.04	12x18	28.60	28.60	28.23	27.99	28.21	27.93	27.86	27.48	24.52
12x19	32.46	32.47	31.53	32.03	31.46	32.10	31.88	31.45	29.49	12x19	29.27	29.27	28.85	28.35	28.64	28.36	28.32	28.00	25.88
12x20	32.98	32.98	31.51	32.38	32.26	32.58	32.41	31.89	29.47	12x20	29.78	29.76	29.17	28.76	28.82	28.80	28.76	28.49	25.87
13x13	29.03	29.03	29.01	29.01	29.01	29.01	28.57	28.26	24.30	13x13	24.73	24.73	24.71	24.71	24.71	24.71	24.40	23.92	20.05
13x14	30.14	30.13	29.81	29.72	29.13	29.72	29.53	29.42	27.13	13x14	26.63	26.53	25.96	26.05	25.65	26.05	26.02	25.91	24.04
13x15	31.01	31.00	30.56	30.41	30.77	30.45	30.45	30.37	28.39	13x15	27.42	27.42	26.75	26.53	27.12	26.58	26.58	26.51	24.50
13x16	31.77	31.75	31.12	31.35	30.99	31.41	31.13	30.69	28.88	13x16	28.25	28.20	27.35	27.56	27.47	27.67	27.54	26.98	25.21
13x17	32.45	32.40	31.93	31.84	31.41	31.91	31.77	31.37	29.51	13x17	29.02	28.97	28.45	28.34	28.51	28.32	28.31	27.89	25.79
13x18	33.13	33.10	32.30	32.64	32.45	32.72	32.52	32.12	30.11	13x18	29.61	29.56	29.07	28.81	29.04	28.91	28.69	28.47	26.25
13x19	33.69	33.64	32.91	33.23	32.82	33.13	33.04	32.56	30.51	13x19	30.25	30.21	29.73	29.42	29.91	29.30	29.22	28.83	26.91
13x20	34.20	34.21	33.28	33.74	33.35	33.90	33.56	33.20	30.97	13x20	30.92	30.88	30.45	30.08	30.28	30.09	29.99	29.50	27.16
14x14	30.99	30.99	30.79	30.86	30.86	30.86	30.86	30.28	26.08	14x14	26.76	26.76	26.57	26.71	26.71	26.71	26.71	26.15	22.00
14x15	31.98	31.96	31.65	31.70	30.95	31.71	31.54	31.23	28.88	14x15	28.37	28.31	27.76	27.87	27.39	27.90	27.74	27.49	25.36
14x16	32.76	32.71	32.42	32.32	32.42	32.36	31.89	31.69	29.66	14x16	29.16	29.14	28.60	28.33	28.62	28.34	28.22	28.18	26.24
14x17	33.49	33.46	33.19	33.08	33.05	33.09	33.04	32.50	30.44	14x17	29.83	29.74	29.36	29.23	29.50	29.24	29.09	28.67	26.53
14x18	34.09	33.94	33.42	33.53	33.33	33.48	33.41	33.05	30.95	14x18	30.63	30.59	30.00	29.87	30.18	29.97	29.86	29.49	27.23
14x19	34.71	34.63	33.97	34.24	33.88	34.36	34.12	33.61	31.49	14x19	31.21	31.15	30.68	30.59	30.74	30.61	30.50	30.00	27.70
14x20	35.29	35.14	34.57	34.61	34.77	34.79	34.60	34.25	31.93	14x20	31.81	31.73	31.28	30.90	31.42	31.01	30.90	30.52	28.17
15x15	32.81	32.81	32.52	32.54	32.54	32.55	32.54	32.14	27.36	15x15	28.57	28.57	28.37	28.41	28.41	28.43	28.41	27.97	23.90
15x16	33.70	33.69	33.33	33.29	32.71	33.29	33.16	32.72	30.56	15x16	29.99	29.90	29.36	29.38	29.03	29.38	29.36	28.86	26.54
15x17	34.35	34.36	34.06	34.04	34.00	34.16	33.90	33.12	30.87	15x17	30.81	30.79	30.31	30.20	30.44	30.29	30.01	29.59	27.66
15x18	35.07	35.05	34.59	34.63	34.61	34.63	34.40	33.95	31.55	15x18	31.49	31.44	30.97	30.88	31.21	30.88	30.77	30.34	27.94
15x19	35.66	35.61	35.09	35.06	35.04	35.15	34.88	34.70	32.31	15x19	32.12	32.11	31.40	31.35	31.62	31.37	31.08	30.87	28.51
15x20	36.18	36.16	35.56	35.78	35.76	35.77	35.63	35.07	32.23	15x20	32.72	32.70	31.98	32.11	32.23	32.08	31.84	31.45	28.55
16x16	34.38	34.38	33.71	33.72	33.72	33.72	33.72	33.55	28.21	16x16	30.24	30.24	29.93	29.95	29.95	29.95	29.95	29.61	25.30
16x17	35.29	35.28	34.90	34.85	34.16	34.90	34.64	34.34	31.97	16x17	31.61	31.57	30.98	30.95	30.66	31.03	30.91	30.69	28.23
16x18	35.89	35.86	35.57	35.68	35.46	35.69	35.38	34.60	32.44	16x18	32.29	32.28	31.68	31.82	31.85	31.85	31.70	30.90	28.69
16x19	36.52	36.49	35.90	35.98	35.83	35.99	35.76	35.15	32.94	16x19	33.01	32.95	32.56	32.41	32.60	32.43	32.29	31.72	29.53
16x20	37.14	37.11	36.57	36.68	36.30	36.81	36.21	35.89	33.20	16x20	33.56	33.52	33.15	32.88	33.01	32.89	32.50	32.30	29.36
17x17	35.94	35.93	35.34	35.19	35.19	35.19	35.19	35.19	30.08	17x17	31.80	31.79	31.07	31.08	31.08	31.08	31.08	31.08	26.23
17x18	36.80	36.72	36.31	36.31	35.60	36.34	36.17	35.61	33.12	17x18	33.05	33.00	32.47	32.54	31.90	32.59	32.31	32.05	29.65
17x19	37.36	37.35	36.99	37.00	36.73	37.02	36.80	36.25	33.83	17x19	33.72	33.71	33.21	33.27	33.19	33.28	33.20	32.60	29.94
17x20	37.93	37.89	37.47	37.44	37.13	37.49	37.16	36.66	34.16	17x20	34.39	34.34	33.79	33.66	33.78	33.71	33.56	33.16	30.62
18x18	37.35	37.35	36.98	36.67	36.67	36.75	36.50	36.50	31.63	18x18	33.24	33.23	32.64	32.41	32.41	32.57	32.33	32.	

$$\bar{\theta}(\alpha_1, \alpha_2)$$

Una Cola										Dos Colas									
1-5%	CSM	CSM'	CSZ	CSF	CSF'	CSI	CSH	CSV	CSD	1-5%	CSM	CSM'	CSZ	CSF	CSF'	CSI	CSH	CSV	CSD
5x 5	21.51	21.51	21.51	21.51	21.51	21.51	21.51	21.51	16.37	5x 5	13.48	13.48	13.48	13.48	13.48	13.48	13.48	13.48	13.48
5x 6	23.71	23.71	23.71	23.71	22.85	23.71	23.71	22.89	22.89	5x 6	18.94	18.94	18.52	18.52	17.13	18.52	18.52	16.89	16.89
5x 7	25.15	25.15	25.15	24.30	25.15	24.89	24.89	24.89	24.89	5x 7	20.32	20.32	20.14	18.36	20.14	18.87	18.87	18.87	18.87
5x 8	26.38	26.41	24.86	25.96	26.10	25.96	25.96	25.96	25.91	5x 8	22.09	22.09	22.09	21.40	21.40	21.40	21.40	21.40	20.36
5x 9	27.66	27.66	27.23	26.61	27.30	27.37	27.02	27.10	27.10	5x 9	22.94	23.43	22.37	21.82	22.78	22.05	22.23	21.50	21.50
5x10	28.81	28.81	27.20	28.73	27.41	28.73	28.44	28.44	24.58	5x10	24.39	23.98	22.80	23.11	23.89	23.11	23.11	23.11	19.55
5x11	29.97	29.95	28.56	29.97	28.78	29.97	29.97	29.68	28.43	5x11	25.70	25.70	25.61	24.04	25.47	24.04	24.04	24.04	22.51
5x12	30.55	30.49	28.70	30.31	30.05	30.43	30.31	29.12	29.06	5x12	26.66	26.50	26.16	24.85	25.99	24.80	24.85	23.84	23.33
5x13	31.39	31.39	28.36	30.95	29.29	30.95	30.60	29.96	29.52	5x13	27.36	27.36	26.75	25.98	26.73	25.98	25.98	25.20	23.79
5x14	32.12	31.99	29.36	31.87	30.94	31.94	31.08	30.46	30.04	5x14	28.18	28.18	26.82	27.23	27.58	26.02	26.70	25.25	24.96
5x15	32.57	32.44	30.07	32.37	31.56	32.37	32.28	31.75	28.43	5x15	28.83	28.83	26.01	26.35	28.28	26.35	26.62	25.67	22.68
5x16	32.95	32.95	31.35	32.60	31.63	32.84	32.60	32.09	30.74	5x16	29.18	29.18	28.35	27.37	27.85	26.82	27.37	26.20	24.89
5x17	33.29	33.26	30.93	33.00	31.83	32.89	33.00	32.34	30.98	5x17	29.66	29.66	28.81	28.20	28.61	27.67	28.20	27.16	25.88
5x18	33.62	33.62	31.43	32.99	31.54	33.33	32.99	32.44	31.38	5x18	29.98	29.97	29.12	28.58	29.43	28.31	28.58	27.01	25.73
5x19	33.99	33.99	31.08	33.69	32.22	33.95	33.25	32.82	31.61	5x19	30.53	30.53	29.90	29.08	30.11	28.55	29.25	27.68	26.78
5x20	34.26	34.07	30.64	34.12	32.35	34.08	33.98	33.60	30.48	5x20	30.94	30.94	30.11	29.51	30.41	28.48	29.51	27.92	25.02
6x 6	26.48	26.48	26.48	26.48	26.48	26.48	26.48	26.48	21.52	6x 6	19.33	19.33	19.33	19.33	19.33	19.33	19.33	19.33	15.74
6x 7	27.79	27.64	27.79	27.79	25.95	27.79	27.79	27.07	26.20	6x 7	22.86	22.65	22.66	22.66	21.62	22.66	22.66	21.81	21.23
6x 8	29.66	29.66	29.27	29.13	29.45	29.13	29.13	28.52	28.47	6x 8	24.18	24.14	23.81	22.56	23.97	22.56	22.56	21.90	21.90
6x 9	30.59	30.64	30.01	30.20	30.42	30.20	30.20	29.93	28.40	6x 9	25.72	25.72	24.94	24.35	24.27	24.35	24.35	23.85	22.57
6x10	31.80	31.66	31.15	31.23	29.12	31.45	30.82	30.82	30.20	6x10	26.97	26.97	26.79	25.82	25.94	25.86	25.13	25.13	23.72
6x11	32.87	32.87	31.29	32.06	31.23	32.26	32.06	31.48	30.97	6x11	27.61	27.32	28.02	27.05	27.66	27.21	26.75	26.75	25.33
6x12	33.54	33.49	30.46	33.25	31.12	33.32	33.25	33.15	29.32	6x12	29.11	29.11	28.06	28.26	28.39	27.97	28.26	27.43	23.53
6x13	34.25	34.05	32.59	33.92	33.25	33.95	33.58	33.57	31.89	6x13	29.68	29.46	29.56	28.30	28.67	28.30	28.36	27.97	25.72
6x14	35.05	34.98	32.94	34.56	33.69	34.55	34.30	33.68	32.86	6x14	30.65	30.45	30.56	29.42	30.00	28.89	29.30	28.39	27.04
6x15	35.67	35.58	33.74	35.32	34.14	35.35	34.99	33.89	32.49	6x15	31.27	31.26	30.57	29.49	30.22	28.66	29.49	28.42	26.56
6x16	36.12	36.04	34.08	35.66	33.66	35.76	35.66	34.28	33.52	6x16	31.92	31.87	31.31	29.91	31.15	29.63	29.92	29.22	27.71
6x17	36.47	36.34	34.29	36.33	35.31	36.25	36.01	35.00	33.91	6x17	32.46	32.46	31.85	30.89	31.60	30.47	30.47	30.38	28.40
6x18	37.05	37.00	34.54	36.89	35.97	36.83	36.72	36.02	32.54	6x18	32.91	32.91	32.11	31.13	32.17	30.72	31.29	30.08	26.77
6x19	37.39	37.39	34.43	36.84	35.54	36.89	36.77	35.84	34.41	6x19	33.37	33.36	32.33	31.59	32.74	31.49	31.59	30.78	28.57
6x20	37.67	37.49	34.26	37.08	35.42	37.28	36.99	35.92	34.90	6x20	33.61	33.61	32.56	32.11	33.24	31.28	32.11	30.63	28.99
7x 7	29.72	29.72	29.72	29.72	29.72	29.72	29.72	29.72	25.26	7x 7	22.64	22.64	22.64	22.64	22.64	22.64	22.64	22.64	18.06
7x 8	31.43	31.21	31.43	31.28	29.76	31.28	31.28	29.82	29.41	7x 8	26.13	25.84	25.65	25.65	24.23	25.65	25.65	25.40	24.22
7x 9	33.01	33.01	32.90	32.89	32.99	32.89	32.62	30.99	31.12	7x 9	27.43	27.25	27.20	26.33	26.53	26.33	26.31	25.66	25.37
7x10	34.32	34.32	34.02	33.92	34.22	33.59	33.59	33.27	32.39	7x10	28.73	28.73	28.53	27.80	28.19	27.01	26.83	26.69	26.00
7x11	35.18	35.18	34.05	34.63	33.51	34.70	34.28	34.00	33.11	7x11	30.12	30.11	29.44	28.81	29.44	29.23	28.70	27.78	26.57
7x12	35.86	35.85	35.27	35.42	34.65	35.67	35.08	34.81	33.74	7x12	30.92	30.92	30.67	30.09	30.54	30.29	29.84	29.08	27.76
7x13	36.71	36.69	35.37	36.00	34.98	36.05	36.05	35.49	34.33	7x13	32.00	32.00	31.96	30.61	31.22	30.61	30.62	30.62	28.65
7x14	37.36	37.50	35.27	36.80	35.71	36.89	36.45	36.54	32.36	7x14	32.40	32.07	32.02	31.39	31.72	31.25	31.39	31.25	26.55
7x15	38.03	38.01	35.47	37.42	36.61	37.42	37.35	36.56	35.32	7x15	33.29	33.03	33.10	31.78	32.17	31.78	31.89	30.72	29.25
7x16	38.60	38.49	36.07	38.20	37.43	38.17	37.91	36.59	35.69	7x16	33.87	33.64	33.55	32.11	33.13	32.04	32.11	31.39	29.80
7x17	39.18	39.18	36.76	38.89	37.48	38.59	38.25	37.57	36.29	7x17	34.63	34.40	34.44	33.11	34.04	32.79	32.45	31.99	30.54
7x18	39.59	39.38	36.93	39.08	37.79	39.03	38.82	37.85	36.57	7x18	34.98	35.10	34.80	33.31	34.47	33.31	33.31	32.61	30.52
7x19	39.94	39.88	37.72	39.59	38.01	39.68	39.17	38.09	36.71	7x19	35.52	35.52	35.16	34.16	34.59	33.91	34.00	33.12	30.97
7x20	40.38	40.27	37.49	40.02	39.24	39.95	39.66	38.84	37.34	7x20	35.95	35.90	35.28	34.18	35.41	34.01	34.05	33.51	31.59
8x 8	33.25	32.89	33.48	33.48	33.48	33.48	33.48	33.48	27.97	8x 8	26.06	26.06	26.03	26.03	26.03	26.03	26.03	26.03	21.91
8x 9	34.70	34.58	34.46	34.46	33.35	34.46	34.04	33.36	32.60	8x 9	28.87	28.91	28.16	28.16	27.45	28.16	28.16	27.74	26.03
8x10	35.85	35.85	35.94	35.31	35.45	35.45	35.36	33.71	33.09	8x10	30.66	30.66	30.59	29.62	30.00	29.41	28.94	28.82	28.07
8x11	37.29	37.27	36.70	36.44	37.07	36.44	36.44	35.57	34.77	8x11	31.79	31.72	30.97	30.12	31.36	30.12	30.12	29.86	28.39
8x12	38.15	38.14	36.73	38.01	37.69	37.98	37.03	36.80	34.36	8x12	32.62	32.61	32.06	31.91	32.28	31.85	30.93	30.48	28.27
8x13	38.68	38.58	37.48	38.25	37.52	38.25	38.09	37.55	36.17	8x13	33.65	33.65	33.44	32.25					

Cont.

 $\bar{\theta}(\alpha_1, \alpha_2)$

Una Cola

Dos Colas

1-5%	CSM	CSM'	CSZ	CSF	CSF'	CSI	CSH	CSV	CSD	1-5%	CSM	CSM'	CSZ	CSF	CSF'	CSI	CSH	CSV	CSD
10x12	41.03	41.05	40.75	40.77	40.76	40.77	40.43	38.94	38.18	10x12	35.48	35.45	34.76	34.57	34.74	34.57	34.57	33.38	31.61
10x13	42.01	41.87	41.55	41.10	40.81	41.10	40.48	39.70	38.73	10x13	36.49	36.37	35.90	35.25	35.92	35.33	35.25	34.54	33.01
10x14	42.76	42.70	41.99	41.67	42.03	41.83	41.55	40.94	39.61	10x14	37.38	37.31	37.15	36.28	36.47	36.33	35.96	35.13	33.40
10x15	43.46	43.35	42.27	42.83	42.72	42.78	42.36	41.66	39.06	10x15	38.09	38.09	37.27	37.06	36.91	36.90	36.57	36.34	32.99
10x16	43.93	43.82	42.81	43.38	42.86	43.38	43.30	42.40	40.70	10x16	38.73	38.71	38.47	37.18	37.68	37.19	37.12	36.37	34.70
10x17	44.39	44.38	42.99	43.96	43.21	43.99	43.52	42.73	41.10	10x17	39.37	39.37	39.00	38.39	38.50	38.42	38.25	36.96	35.14
10x18	45.05	45.05	43.68	44.41	44.07	44.41	43.98	43.36	41.48	10x18	40.02	40.02	39.35	39.00	39.17	38.97	38.57	37.78	35.42
10x19	45.49	45.46	43.25	44.82	43.83	44.86	44.49	43.72	41.96	10x19	40.53	40.45	40.21	39.37	39.62	39.32	39.02	38.34	36.36
10x20	45.82	45.72	43.78	45.39	44.44	45.27	44.83	44.27	39.95	10x20	40.99	40.96	40.31	39.82	39.78	39.85	39.74	38.25	33.89
11x11	40.71	40.71	40.82	40.21	40.21	40.21	40.21	40.21	34.82	11x11	34.41	34.42	34.23	33.35	33.35	33.35	33.35	33.35	27.73
11x12	42.16	42.12	41.94	41.71	40.60	41.71	41.49	40.16	38.59	11x12	36.67	36.65	36.35	36.10	35.37	36.10	35.79	35.01	33.50
11x13	43.27	43.22	42.89	42.44	42.66	42.58	42.26	41.23	40.09	11x13	37.58	37.57	36.92	36.73	37.22	36.73	36.39	35.74	33.98
11x14	43.96	43.94	43.84	43.34	43.38	43.41	42.69	41.83	40.62	11x14	38.54	38.47	38.07	37.44	37.83	37.50	37.02	36.36	34.59
11x15	44.71	44.70	44.04	43.85	43.21	43.85	43.49	42.68	41.38	11x15	39.44	39.45	39.12	38.46	38.56	38.46	38.34	37.35	35.25
11x16	45.29	45.28	44.78	44.36	44.72	44.65	44.09	43.32	41.99	11x16	40.00	39.99	39.57	38.85	39.15	38.96	38.56	38.05	35.89
11x17	45.87	45.62	44.94	45.18	44.71	45.33	45.11	44.21	42.47	11x17	40.64	40.62	40.11	39.21	39.84	39.31	39.16	38.43	36.38
11x18	46.31	46.28	45.50	45.89	45.34	45.83	45.37	44.58	42.84	11x18	41.22	41.18	40.85	40.18	40.71	39.86	39.77	38.92	36.91
11x19	46.80	46.78	44.64	46.23	45.67	46.33	45.85	45.04	43.22	11x19	41.74	41.70	41.53	40.58	41.10	40.45	40.32	39.60	37.30
11x20	47.30	47.23	45.94	46.46	45.70	46.61	46.27	45.41	43.37	11x20	42.27	42.26	41.91	41.38	41.31	41.23	41.09	39.98	37.63
12x12	42.89	42.89	42.87	42.60	42.60	42.60	41.97	41.97	37.00	12x12	36.61	36.61	36.70	36.29	36.29	36.29	35.67	35.67	30.52
12x13	44.17	44.06	43.79	43.45	42.42	43.45	43.30	42.23	40.35	12x13	38.72	38.70	38.26	37.71	37.45	37.71	37.56	37.29	34.81
12x14	45.16	45.01	44.83	44.34	44.50	44.28	43.93	43.08	41.46	12x14	39.60	39.58	38.99	38.66	38.85	38.64	38.39	38.00	36.02
12x15	45.84	45.81	45.59	45.10	45.23	45.07	44.41	43.64	41.66	12x15	40.31	40.23	39.79	39.62	39.42	39.63	38.88	37.76	35.77
12x16	46.44	46.40	46.08	45.72	45.28	45.73	45.13	44.62	42.16	12x16	41.12	41.15	40.72	40.01	40.16	40.01	39.79	39.13	36.28
12x17	47.05	46.98	46.34	46.39	46.20	46.40	45.99	45.08	43.48	12x17	41.76	41.76	41.43	40.76	41.13	40.77	40.35	39.96	37.47
12x18	47.66	47.39	46.67	46.70	47.19	46.94	46.64	45.82	42.83	12x18	42.37	42.34	41.81	41.24	41.71	41.29	40.99	40.28	36.87
12x19	48.02	47.96	46.68	47.39	46.90	47.44	47.06	46.29	44.41	12x19	42.89	42.87	42.40	41.79	42.29	41.72	41.41	40.72	38.46
12x20	48.44	48.38	46.96	47.98	47.30	47.98	47.54	46.78	44.14	12x20	43.39	43.34	42.85	42.26	42.78	42.26	41.87	41.26	38.23
13x13	44.88	44.78	44.89	44.79	44.79	44.79	44.34	43.75	38.50	13x13	38.53	38.55	38.48	38.48	38.48	38.48	37.97	37.48	32.87
13x14	46.00	45.88	45.35	45.24	44.33	45.33	45.12	43.95	42.30	13x14	40.54	40.48	39.90	39.44	39.36	39.55	39.10	38.92	36.10
13x15	46.86	46.78	46.31	46.01	46.12	46.04	45.37	44.39	42.76	13x15	41.36	41.31	41.03	40.19	40.72	40.35	39.91	39.41	37.57
13x16	47.49	47.39	47.00	46.78	46.81	46.83	46.07	45.44	43.63	13x16	42.04	42.01	41.64	41.39	41.52	41.39	40.75	39.77	37.88
13x17	48.06	48.03	47.81	47.06	46.96	47.15	46.66	46.12	44.34	13x17	42.66	42.64	42.30	41.45	41.92	41.49	41.13	40.54	38.48
13x18	48.61	48.45	48.27	47.95	47.97	47.86	47.40	46.72	44.92	13x18	43.44	43.40	43.02	42.54	42.76	42.54	42.10	41.46	39.07
13x19	49.07	48.90	48.07	48.50	48.40	48.48	48.09	47.26	45.39	13x19	43.96	43.92	43.62	43.02	43.44	42.91	42.61	42.02	39.50
13x20	49.57	49.52	48.59	48.89	48.65	48.94	48.56	47.69	45.75	13x20	44.43	44.39	43.95	43.27	43.77	43.24	42.92	42.37	39.86
14x14	46.52	46.29	46.33	46.29	46.29	46.29	46.13	45.06	39.74	14x14	40.37	40.37	40.30	40.30	40.30	40.30	39.95	39.16	34.41
14x15	47.59	47.50	47.13	46.88	46.02	46.86	46.64	45.57	43.90	14x15	42.19	42.04	41.77	41.34	41.13	41.35	41.04	40.57	38.08
14x16	48.39	48.21	47.85	47.53	47.63	47.59	46.98	45.87	44.08	14x16	42.97	42.87	42.65	41.97	42.41	42.10	41.53	40.76	38.68
14x17	49.05	48.95	48.39	48.22	48.45	48.22	47.77	46.88	45.02	14x17	43.64	43.53	43.32	42.75	43.20	42.75	42.49	41.56	39.26
14x18	49.57	49.48	49.11	48.77	48.74	48.71	48.25	47.59	45.64	14x18	44.26	44.16	43.69	43.19	43.45	42.98	42.60	42.02	39.73
14x19	50.08	49.99	49.54	49.20	49.36	49.25	48.86	48.17	46.17	14x19	44.83	44.85	44.46	43.95	44.04	43.97	43.36	42.63	40.36
14x20	50.52	50.30	49.88	49.79	49.66	49.80	49.38	48.71	46.56	14x20	45.37	45.39	45.14	44.32	44.69	44.38	44.22	43.33	40.76
15x15	48.16	48.12	47.65	47.68	47.68	47.68	47.50	46.51	40.78	15x15	42.17	42.17	41.70	41.70	41.70	41.70	41.43	41.00	35.49
15x16	49.10	49.07	48.72	48.42	47.52	48.42	48.08	47.14	45.25	15x16	43.77	43.71	43.46	43.00	42.53	43.00	42.52	42.13	39.77
15x17	49.77	49.65	49.35	49.10	49.11	49.07	48.35	47.33	45.67	15x17	44.39	44.36	43.97	43.72	43.87	43.71	43.23	42.09	39.70
15x18	50.44	50.38	49.82	49.22	49.67	49.33	49.02	48.10	45.92	15x18	45.11	45.03	44.70	44.12	44.44	44.14	43.90	43.04	40.32
15x19	50.94	50.85	50.34	50.23	50.13	50.30	49.78	48.84	46.92	15x19	45.68	45.55	45.37	44.56	44.87	44.58	44.24	43.60	41.05
15x20	51.39	51.29	50.71	50.43	50.58	50.51	50.10	49.55	46.70	15x20	46.19	46.19	45.58	45.20	45.23	45.12	44.84	43.95	40.87
16x16	49.65	49.67	49.23	49.06	49.06	49.06	48.96	48.07	42.70	16x16	43.68	43.68	43.02	42.77	42.77	42.77	42.77	42.39	36.32
16x17	50.49	50.42	50.16	49.88	48.82	49.94	49.46	48.46	46.39	16x17	45.23	45.14	44.78	44.41	43.71	44.50	43.98	43.40	41.01
16x18	51.07	51.06	50.61	50.42	50.32	50.43	49.74	48.58	46.96	16x18	45.79	45.69	45.42	45.20	45.27	45.22	44.75	43.57	41.34
16x19	51.67	51.63	51.13	50.70	50.61	50.72	50.07	49.23	47.40	16x19	46.37	46.27	46.11	45.38	45.56	45.40	44.97	44.29	41.84
16x20	52.18	52.11	51.48	51.40	51.36	51.42	50.92	50.02	47.59	16x20	46.97	46.84	46.63	46.12	46.22	46.18	45.64	44.89	41.82
17x17	51.00	51.04	50.83	50.15	50.15	50.15	50.13	49.51	44.19	17x17	45.17	45.17	45.01	44.20	44.20	44.20	44.20	44.13	38.31
17x18	51.74	51.68	51.37	51.12	50.28	51.12	50.62	49.51	47.40	17x18	46.54	46.46	45.90	45.70	45.19	45.70	45.28	44.47	42.04
17x19	52.30	52.31	51.91	51.67	51.61	51.62	51.09	49.87	48.15	17x19	47.10	46.98	46.61	46.40	46.57	46.44	45.97	45.04	42.76
17x20	52.87	52.84	52.32	52.07	51.83	52.09	51.23	50.39	48.51	17x20	47.65	47.58	47.34	46.84	46.85	46.90	46.09	45.36	42.92
18x18	52.32	52.32	52.05	51.54	51.54	51.54	51.19	50.73	45.50	18x18	46.47	46.47	46.31	45.70	45.70	45.70	45.35	45.3	

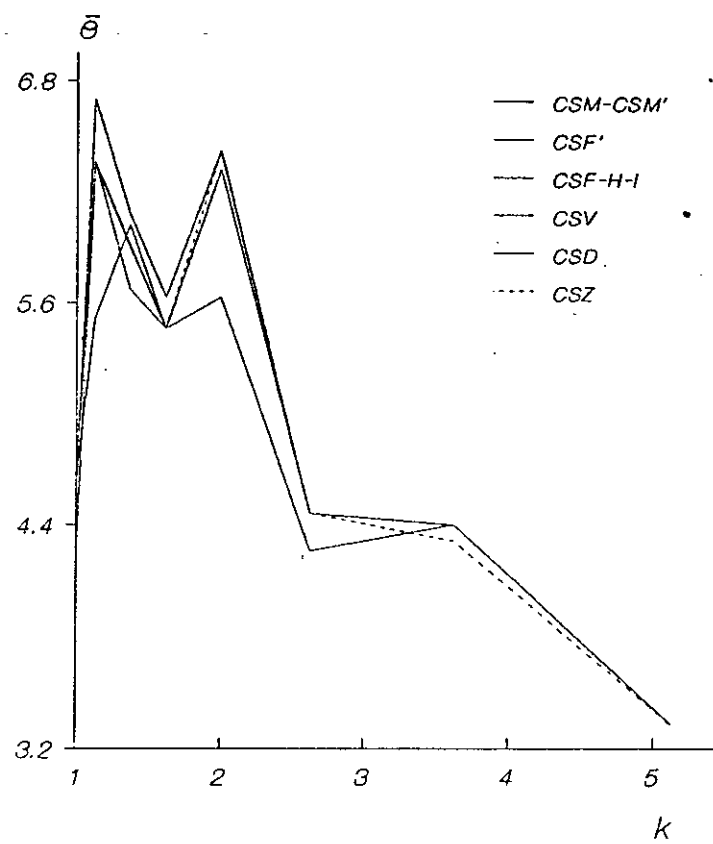
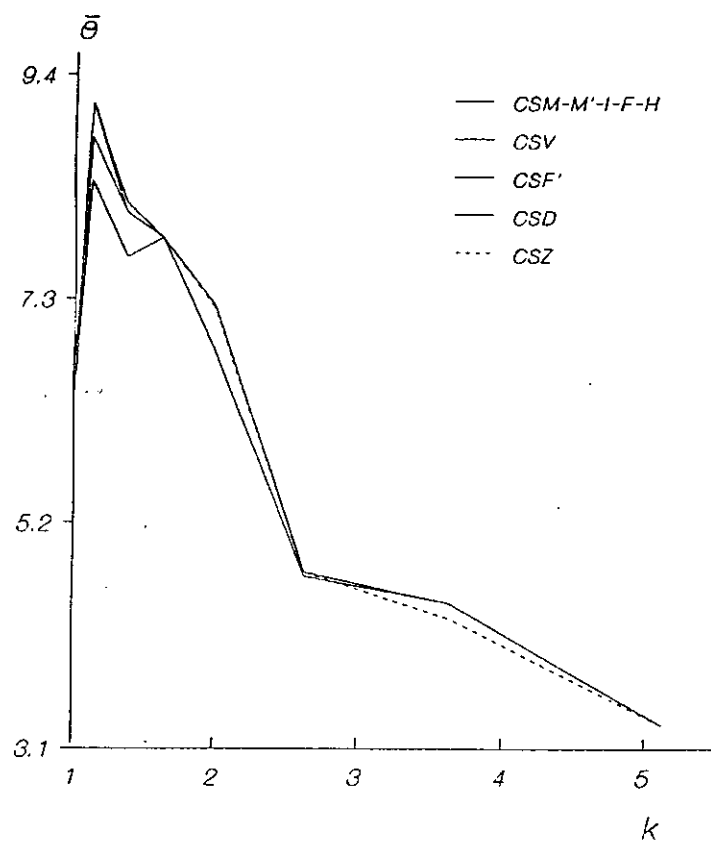
$$\bar{\theta}(\alpha_1, \alpha_2)$$

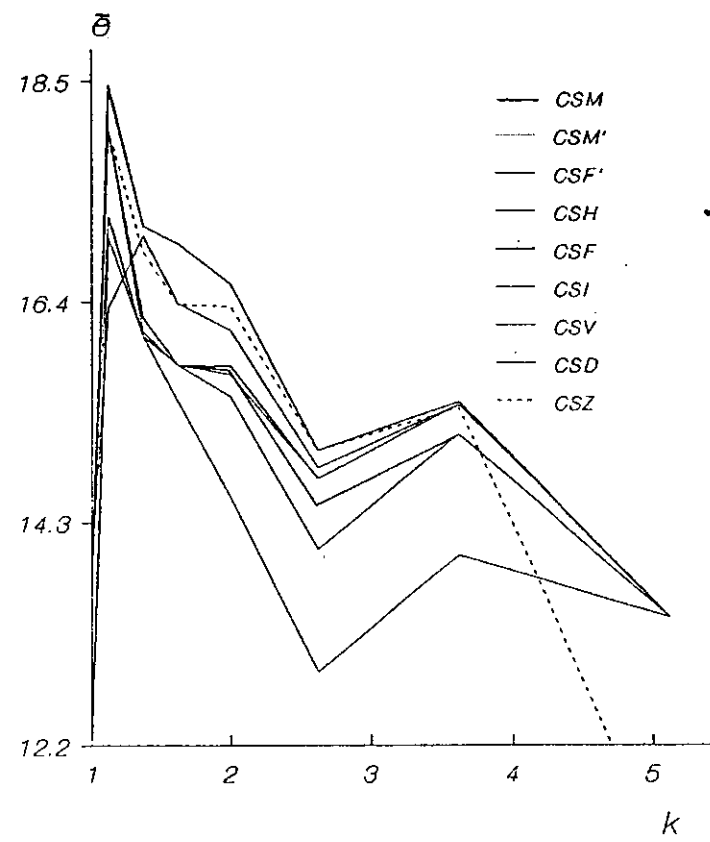
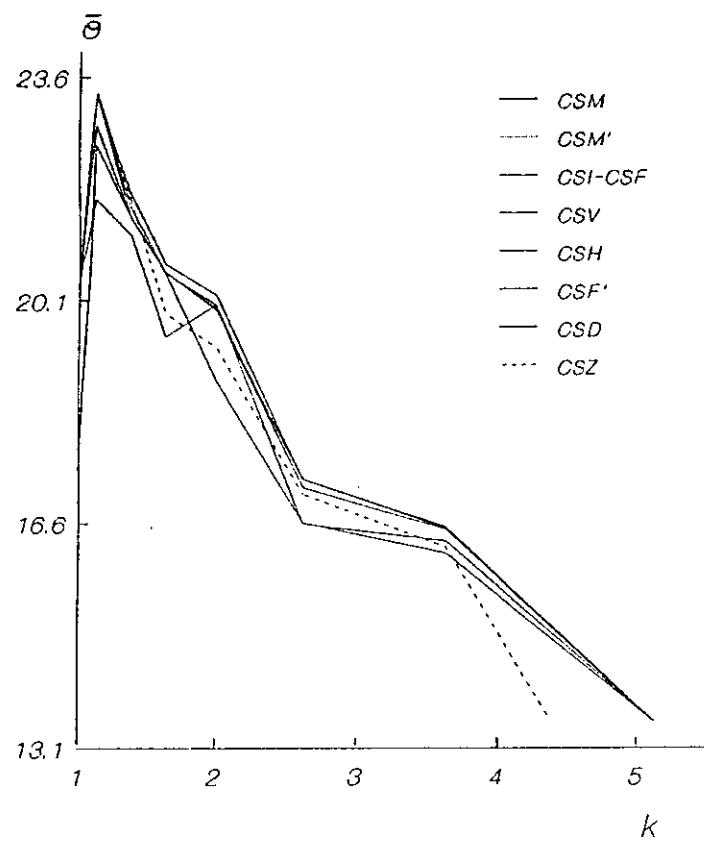
Una Cola										Dos Colas									
5-10%	CSM	CSM'	CSZ	CSF	CSF'	CSI	CSH	CSV	CSD	5-10%	CSM	CSM'	CSZ	CSF	CSF'	CSI	CSH	CSV	CSD
5x 5	33.46	33.46	33.46	33.46	33.46	33.46	33.46	32.18	31.17	5x 5	25.14	25.14	25.14	25.14	25.14	25.14	25.14	25.14	16.67
5x 6	36.46	36.46	36.46	35.43	33.18	35.43	34.17	34.17	34.17	5x 6	28.58	28.58	28.53	28.53	27.10	28.53	28.53	27.99	27.99
5x 7	38.65	38.65	38.32	34.92	37.41	35.97	35.97	36.75	36.75	5x 7	31.06	31.06	31.06	28.69	31.06	28.69	28.69	28.69	28.69
5x 8	39.35	39.87	39.87	38.77	39.87	38.77	38.77	37.51	37.51	5x 8	32.69	32.69	32.40	29.06	29.81	29.06	29.06	29.06	29.06
5x 9	40.79	40.79	40.41	40.41	38.79	40.41	39.88	39.12	39.12	5x 9	33.97	34.30	33.59	32.24	32.94	32.94	32.94	31.19	31.19
5x10	41.73	41.73	41.73	41.73	40.73	41.73	40.77	39.83	35.84	5x10	35.26	35.26	35.26	34.38	35.26	34.38	32.50	32.50	27.39
5x11	42.31	42.31	42.07	42.07	38.95	42.07	42.07	41.13	40.46	5x11	35.93	35.93	35.81	34.68	35.81	34.68	34.68	33.92	32.13
5x12	42.87	42.87	41.35	42.21	40.79	42.21	42.21	41.83	41.30	5x12	36.37	36.37	36.35	35.22	36.35	34.55	35.22	32.66	32.66
5x13	43.45	43.45	39.84	43.04	41.79	43.04	42.40	41.75	41.49	5x13	37.22	37.22	36.71	35.50	37.13	35.50	35.84	33.74	33.13
5x14	44.01	43.82	40.76	43.24	44.00	43.24	42.57	42.06	41.63	5x14	38.26	38.26	37.40	36.79	37.37	36.79	36.01	35.13	33.79
5x15	44.52	44.35	40.63	44.41	41.51	44.41	43.64	42.93	40.24	5x15	38.68	38.68	37.34	37.07	37.07	37.07	37.07	36.98	32.12
5x16	44.71	44.70	38.60	44.35	42.80	44.35	44.35	42.07	42.29	5x16	39.16	39.16	37.49	37.36	38.13	37.36	37.36	36.23	34.34
5x17	45.26	45.15	38.50	44.66	42.94	44.66	44.53	43.61	43.45	5x17	39.58	39.55	37.96	37.39	39.05	37.39	37.44	36.33	34.50
5x18	45.51	45.25	38.19	45.51	44.24	45.51	44.42	43.64	42.83	5x18	40.09	40.09	38.25	38.32	39.84	37.71	38.32	37.08	35.04
5x19	45.84	45.29	37.55	45.57	43.36	45.57	44.72	44.24	43.56	5x19	40.17	40.17	37.37	38.58	40.00	38.18	37.82	36.81	35.14
5x20	46.01	45.75	37.07	45.73	44.44	45.77	44.98	43.79	41.42	5x20	40.62	40.54	36.76	38.94	40.13	38.06	38.23	37.87	33.94
6x 6	36.60	36.60	36.60	36.60	36.60	36.60	36.60	36.38	32.76	6x 6	29.78	29.78	29.78	29.78	29.78	29.78	29.78	29.78	24.49
6x 7	40.65	40.63	40.65	40.06	38.04	40.06	39.27	39.27	39.27	6x 7	32.52	32.52	31.50	31.50	29.67	31.50	31.50	30.66	29.18
6x 8	42.00	41.64	41.43	40.95	41.35	40.95	39.52	38.59	38.57	6x 8	34.94	34.94	34.69	33.44	33.69	33.44	33.44	33.13	32.59
6x 9	43.64	43.64	43.07	41.40	43.43	41.99	41.99	41.05	40.01	6x 9	36.33	36.33	35.90	34.01	34.88	34.01	34.01	34.01	31.59
6x10	44.73	44.73	43.45	44.10	42.32	44.10	43.29	42.08	41.76	6x10	37.76	37.76	36.70	35.27	35.17	35.27	35.31	34.53	34.15
6x11	45.35	45.35	44.91	45.30	43.80	45.30	44.62	42.68	42.68	6x11	38.66	38.79	38.66	36.19	37.82	36.31	36.19	34.85	34.85
6x12	45.89	45.71	45.84	45.84	44.33	45.84	45.11	43.70	40.38	6x12	39.53	39.53	39.53	38.01	39.16	38.01	38.01	37.11	32.58
6x13	46.51	46.48	46.36	46.04	45.58	46.01	45.97	44.33	43.53	6x13	40.00	40.09	39.70	38.97	39.91	37.86	37.19	37.16	35.42
6x14	46.90	46.90	46.07	46.42	44.30	46.42	45.83	44.68	43.78	6x14	40.50	40.45	39.49	38.59	40.11	38.59	38.41	37.14	36.55
6x15	47.38	47.38	45.08	46.51	46.00	46.76	46.44	45.49	43.42	6x15	40.95	40.95	40.25	39.96	40.60	39.90	39.34	37.57	36.03
6x16	47.93	47.93	44.46	47.37	47.46	47.37	46.20	45.82	44.58	6x16	41.82	41.82	40.91	40.51	40.67	40.44	40.49	37.87	37.14
6x17	48.48	48.48	43.95	48.08	47.65	47.89	47.22	46.66	45.77	6x17	42.15	42.15	41.24	40.90	41.34	40.72	40.60	38.65	37.74
6x18	48.68	48.45	44.18	47.93	45.26	48.05	47.48	46.43	42.97	6x18	42.70	42.42	41.94	41.01	41.42	41.01	41.01	40.22	35.96
6x19	49.01	48.84	42.23	48.36	46.27	48.36	48.36	46.64	46.14	6x19	42.98	42.87	41.78	40.74	42.35	40.62	41.13	39.19	37.74
6x20	49.36	49.29	41.63	48.84	47.05	48.88	48.11	46.88	45.92	6x20	43.33	43.45	41.74	41.55	42.76	41.92	41.46	39.66	38.81
7x 7	40.55	40.55	41.70	41.70	41.70	41.70	41.70	41.70	34.03	7x 7	33.43	33.43	33.43	33.43	33.43	33.43	33.43	33.43	29.41
7x 8	44.18	44.07	44.18	42.73	42.06	43.30	42.83	42.81	42.38	7x 8	36.37	36.37	36.16	35.25	35.09	35.25	35.25	32.63	32.63
7x 9	45.07	45.01	44.37	44.41	44.30	44.41	43.16	42.43	42.43	7x 9	38.32	38.05	38.32	37.41	37.72	37.41	36.55	35.03	34.89
7x10	46.40	46.32	45.98	44.85	45.80	44.85	44.20	44.20	43.88	7x10	39.66	39.66	39.47	38.31	38.78	38.31	38.31	38.21	36.25
7x11	47.70	47.61	47.52	45.95	47.07	46.32	46.05	44.83	44.83	7x11	40.28	40.21	40.43	38.66	39.59	38.66	37.93	37.86	36.63
7x12	47.89	48.26	47.56	47.20	46.00	47.58	47.22	45.68	45.34	7x12	41.42	41.38	40.89	39.31	40.37	39.44	39.19	38.28	37.22
7x13	48.90	48.61	48.53	48.58	47.40	48.55	47.46	45.87	45.63	7x13	42.18	42.18	41.87	40.31	41.61	39.80	39.80	38.88	38.19
7x14	49.47	49.35	49.14	49.26	47.76	49.26	48.86	47.35	43.93	7x14	41.94	41.94	42.14	40.68	41.87	40.68	40.01	39.71	38.24
7x15	49.78	49.78	49.36	49.18	49.21	49.51	49.18	47.03	46.57	7x15	43.39	43.38	43.19	41.87	41.75	41.87	41.20	40.17	38.99
7x16	50.39	50.17	49.30	49.86	49.78	49.86	49.15	47.29	47.10	7x16	43.87	43.74	43.73	42.80	43.43	42.44	42.03	39.74	39.54
7x17	50.69	50.60	49.52	50.09	48.62	50.09	50.08	48.30	47.63	7x17	43.99	44.00	43.94	43.04	43.70	42.79	42.34	41.04	39.93
7x18	51.09	50.81	48.55	50.34	49.74	50.42	49.26	49.10	47.89	7x18	44.72	44.67	44.38	43.13	44.11	42.77	42.78	41.68	39.99
7x19	51.58	51.47	48.75	50.64	50.12	50.89	50.12	48.98	48.31	7x19	45.29	45.18	44.74	43.54	44.14	43.54	43.18	41.27	40.03
7x20	51.86	51.61	47.09	51.22	50.95	51.25	50.55	49.24	48.36	7x20	45.76	45.70	45.00	44.29	44.84	44.29	44.34	42.39	41.13
8x 8	44.37	44.37	44.37	44.37	44.37	44.37	44.37	44.37	36.70	8x 8	36.75	36.14	37.13	37.13	37.13	37.13	37.13	37.13	30.42
8x 9	46.87	46.74	47.03	46.00	44.61	46.00	45.73	44.60	44.34	8x 9	39.73	39.73	39.66	39.00	38.53	39.00	38.38	37.01	37.01
8x10	48.07	48.07	47.73	47.33	47.47	46.98	46.48	45.93	45.56	8x10	40.64	40.54	40.29	39.38	40.23	39.73	39.60	36.60	36.10
8x11	48.99	48.98	48.72	47.63	48.21	47.63	46.94	46.67	46.40	8x11	42.14	41.87	41.94	40.99	41.68	40.99	40.99	39.38	38.22
8x12	49.96	49.94	48.48	48.54	49.02	48.54	48.18	47.53	45.84	8x12	43.03	42.90	42.27	41.73	42.32	41.73	41.09	40.74	37.39
8x13	50.88	50.85	50.13	49.38	50.41	49.76	49.36	47.75	47.75	8x13	43.73	43.61	43.78	42.27	42.38	42.27	41.99	41.24	39.61
8x14	51.39	51.19	50.04	50.45	49.16	50.55	50.06	48.20	47.89	8x14	44.32	44.53	44.21	42.25	43.35	42.25	42.42	41.14	39.60
8x15	51.81	51.59	51.29	51.51	50.25	51.51	50.25	48.72	48.60	8x15	45.16	45.16	44.97	43.36	44.93	43.36	42.86	42.36	40.83
8x16	52.26	52.20	51.92	51.66	50.87	51.65	51.45	49.52	45.95	8x16	45.86	45.78	45.13	43.62	44.95	43.62	43.35	43.35	38.05
8x17	52.81	52.79	52.41	52.50	52.11	52.58	51.95	49.88	49.50	8x17	46.35	46.35	46.20	44.58	45.59	44.58	44.06	43.00	41.40
8x18	53.02	52.90	52.34	52.61	52.22	52.60	52.01	49.88	49.49	8x18	46.65	46.65	46.64	45.50	46.28	45.26	44.52	42.76	41.91
8x19	53.38	53.08	51.67	52.82	50.38	53.17	52.06	50.57	50.16	8x19	47.03	46.90	46.86	45.87	46.38	45.63	44.81	43.78	42.06
8x20	53.69	53.53	51.54	53.21	51.08	53.09	52.33	51.13	49.59	8x20	47.27	47.24	46.91	46.46	46.86	45.94	45.73	44.16	41.56
9x 9	48.05	48.05	47.48	47.78	47.78	47.78	47.78	46.29	41.58	9x 9	38.94	38.94	37.84	37.94	37.94	37.94	37.94	37.94	30.

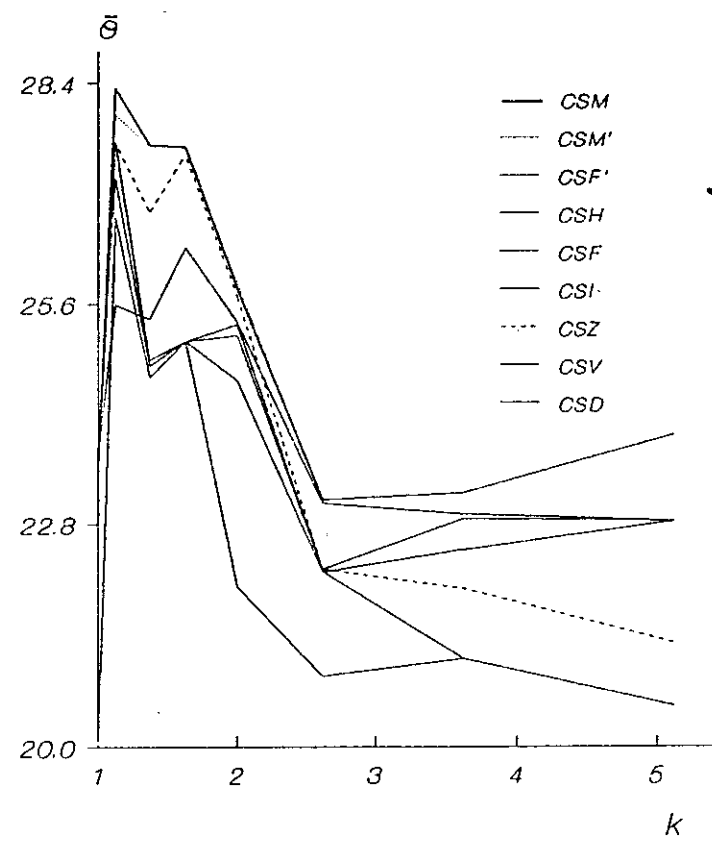
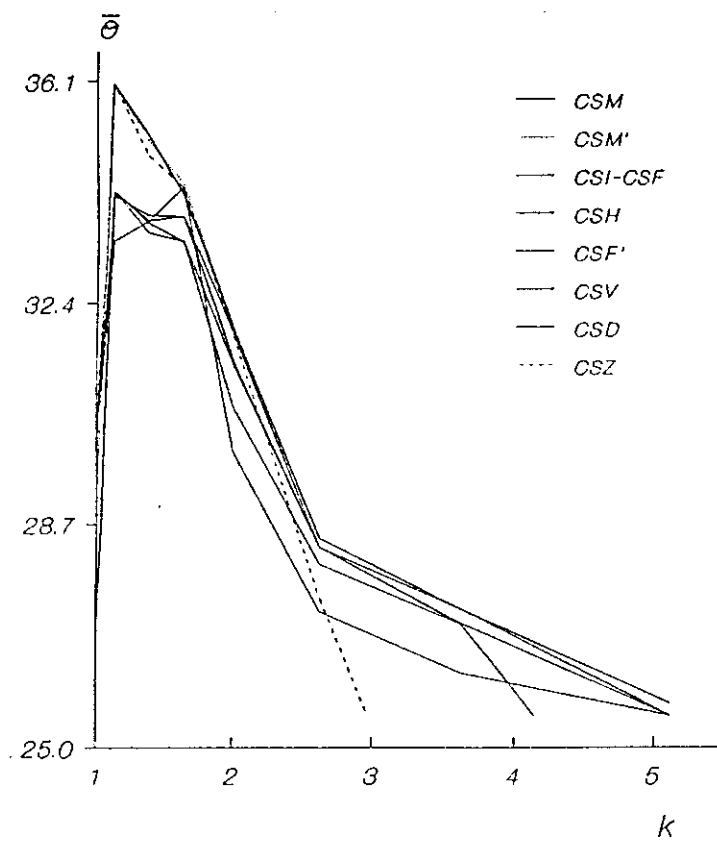
Cont.

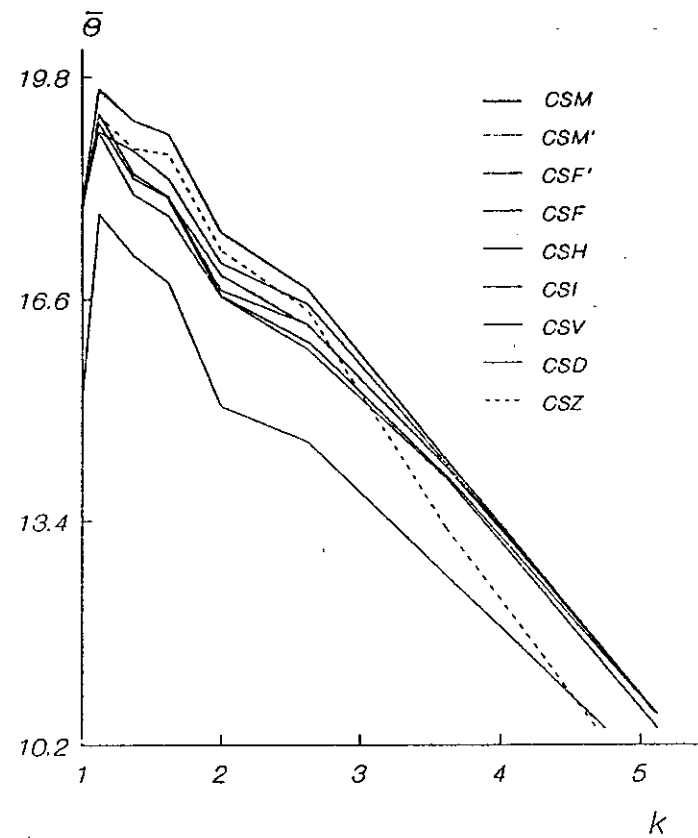
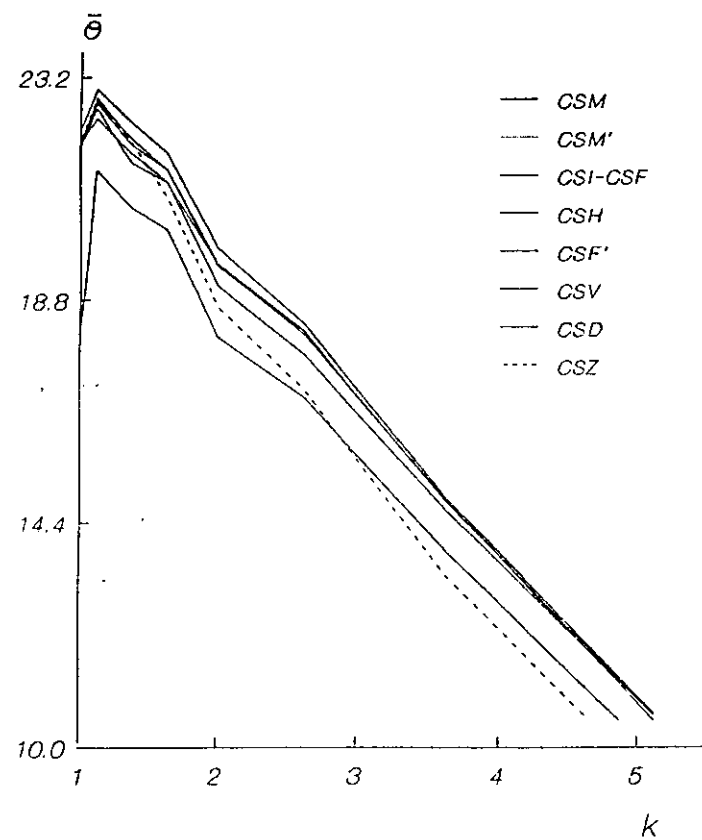
 $\bar{\theta}(\alpha_1, \alpha_2)$

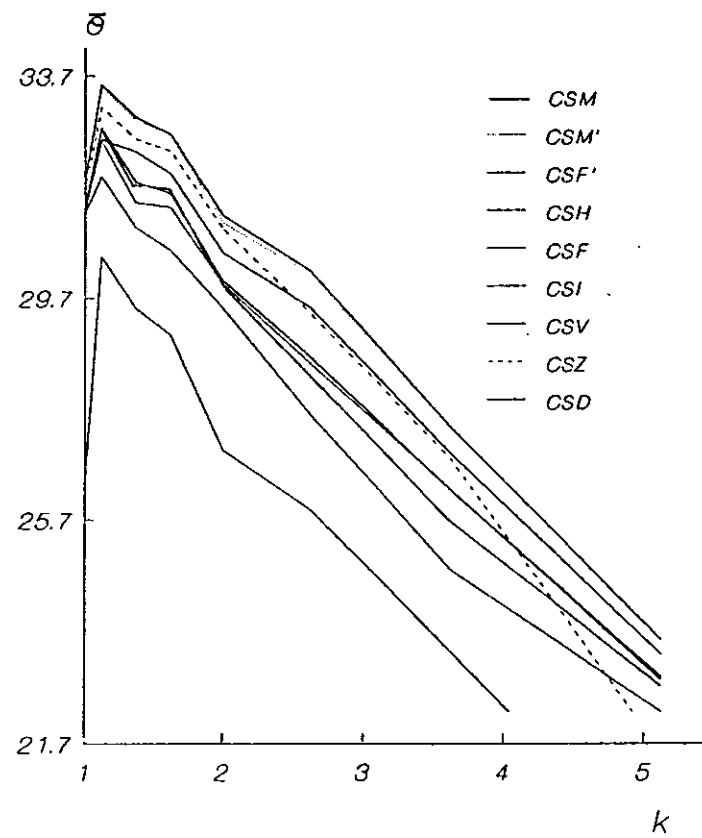
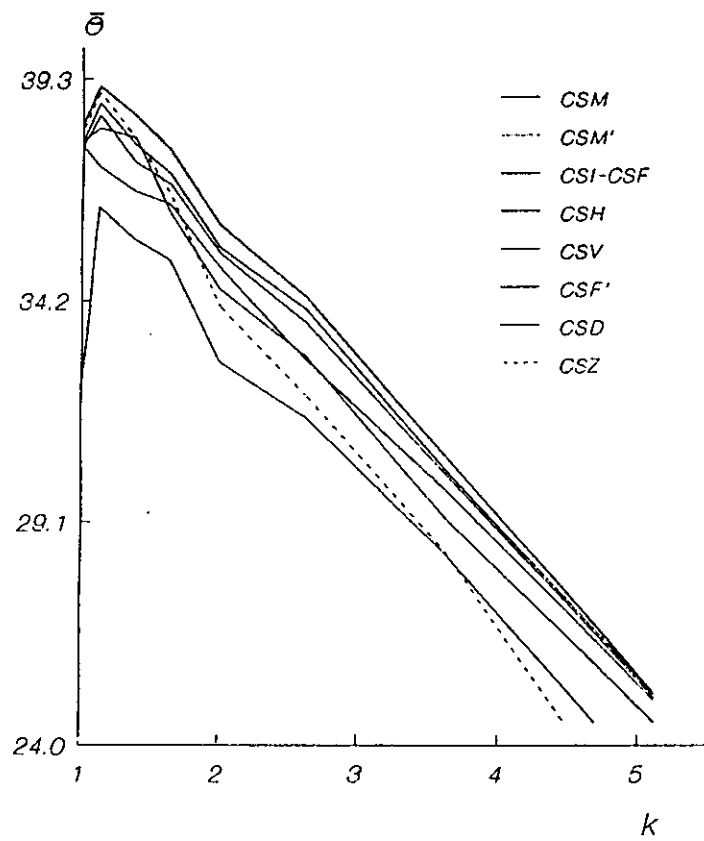
Una Cola										Dos Colas									
5-10%	CSM	CSM'	CSZ	CSF	CSF'	CSI	CSH	CSV	CSD	5-10%	CSM	CSM'	CSZ	CSF	CSF'	CSI	CSH	CSV	CSD
10x12	52.62	52.62	52.53	51.53	51.54	51.53	51.01	49.89	49.06	10x12	45.38	45.54	45.32	44.60	45.29	44.60	44.24	42.35	42.08
10x13	53.46	53.46	52.61	52.39	52.40	52.39	51.74	51.09	50.20	10x13	46.20	46.25	46.11	44.89	44.94	44.89	43.77	42.75	42.07
10x14	53.98	53.98	53.26	52.75	51.55	52.90	52.37	51.71	50.58	10x14	47.04	47.16	46.97	46.18	46.41	46.27	45.54	44.47	42.92
10x15	54.51	54.43	53.30	53.36	53.40	53.36	52.86	51.81	50.00	10x15	47.96	47.78	47.78	46.79	46.42	46.65	46.33	44.70	42.12
10x16	55.28	54.99	53.80	54.47	54.66	54.29	53.57	52.57	51.76	10x16	48.57	48.53	48.42	47.41	47.32	47.41	47.23	45.72	43.95
10x17	55.73	55.63	54.83	54.61	53.76	54.73	54.03	53.04	52.15	10x17	49.24	49.24	48.77	47.63	47.40	47.63	47.02	46.20	44.33
10x18	56.11	56.10	55.49	55.56	53.57	55.57	54.36	53.15	52.44	10x18	49.64	49.59	49.34	48.00	48.28	48.00	47.42	46.85	44.86
10x19	56.61	56.52	55.52	55.79	55.01	55.83	54.85	53.01	52.65	10x19	49.99	50.02	49.59	48.29	49.33	48.39	48.00	47.21	45.26
10x20	56.82	56.70	56.14	56.49	54.85	56.49	55.27	53.84	51.03	10x20	50.50	50.49	49.99	49.03	49.84	48.68	48.12	47.96	43.15
11x11	52.39	52.39	52.25	51.37	51.37	51.37	51.37	50.44	45.79	11x11	43.83	43.83	43.91	43.63	43.63	43.63	43.63	43.63	38.41
11x12	53.29	53.29	52.47	52.94	51.01	52.94	51.68	49.78	49.78	11x12	46.62	46.57	46.30	45.34	44.90	45.34	45.23	43.50	41.84
11x13	54.41	54.43	54.38	53.25	53.44	53.44	52.78	51.44	50.89	11x13	47.52	47.52	47.36	46.28	46.96	46.38	46.08	44.58	43.80
11x14	55.20	55.12	54.39	54.16	54.40	54.16	53.68	52.72	51.68	11x14	47.98	48.08	48.01	46.97	47.67	46.97	46.00	45.04	43.81
11x15	55.70	55.70	55.05	54.45	54.50	54.45	54.19	53.32	52.29	11x15	48.73	48.59	48.68	47.48	47.77	47.48	46.98	45.95	44.61
11x16	56.27	56.10	55.52	55.22	55.33	55.33	54.61	53.46	52.82	11x16	49.68	49.59	49.36	48.31	49.46	48.76	47.73	46.20	45.22
11x17	56.73	56.53	55.69	55.85	56.22	55.85	55.07	54.27	53.26	11x17	50.33	50.22	50.03	49.34	48.81	49.17	48.81	47.29	45.60
11x18	57.32	57.16	56.43	56.53	56.50	56.53	55.78	54.58	53.84	11x18	50.78	50.76	50.50	49.57	49.25	49.57	48.95	47.79	46.02
11x19	57.74	57.70	56.18	56.79	55.24	56.98	55.71	54.74	54.11	11x19	51.25	51.33	51.26	49.90	50.34	50.04	49.43	48.16	46.54
11x20	58.14	58.12	57.19	57.36	56.04	57.38	56.33	55.06	54.39	11x20	51.66	51.63	51.08	49.89	50.60	50.11	49.88	48.67	46.47
12x12	54.29	54.29	54.38	53.95	53.95	53.95	53.37	51.45	47.32	12x12	46.04	46.04	45.93	45.68	45.68	45.68	45.02	45.02	39.97
12x13	55.18	55.02	54.25	54.70	52.90	54.70	53.42	51.89	51.70	12x13	48.43	48.28	48.03	47.22	47.32	47.22	47.17	45.51	43.75
12x14	56.02	56.07	55.11	54.90	54.85	54.90	54.19	52.66	51.91	12x14	49.23	49.10	49.11	48.20	48.86	48.02	47.56	46.21	44.91
12x15	56.77	56.67	55.90	56.02	55.61	55.87	55.30	53.94	52.50	12x15	49.95	49.97	49.73	48.91	49.46	48.76	47.73	47.20	44.79
12x16	57.26	57.24	56.70	56.22	55.87	56.27	55.55	54.54	52.87	12x16	50.49	50.19	50.05	49.22	49.60	49.29	48.33	47.86	45.15
12x17	57.76	57.68	56.98	56.68	56.70	56.70	56.12	55.01	54.03	12x17	51.23	51.14	50.74	50.04	50.35	50.06	49.68	47.92	46.56
12x18	58.19	58.03	56.95	57.43	57.05	57.28	56.54	55.31	53.25	12x18	51.80	51.71	51.50	50.79	50.99	50.67	50.24	48.71	45.69
12x19	58.66	58.40	57.42	57.83	58.18	57.76	57.29	56.07	55.10	12x19	52.32	52.15	51.92	51.21	50.84	51.17	50.54	49.33	47.59
12x20	59.13	59.01	57.71	58.47	56.67	58.31	57.28	56.33	54.69	12x20	52.76	52.76	52.09	51.60	51.68	51.60	51.13	49.75	47.15
13x13	55.92	55.92	55.80	55.71	55.71	55.71	54.61	53.43	48.71	13x13	48.06	47.88	48.10	47.94	47.94	47.94	47.50	46.91	41.23
13x14	56.70	56.63	55.96	56.06	54.61	56.06	54.79	53.60	53.15	13x14	50.15	50.00	49.62	49.02	49.03	49.06	49.02	47.28	46.10
13x15	57.55	57.47	56.34	56.46	56.24	56.46	55.20	53.93	53.38	13x15	50.84	50.76	50.33	49.73	50.27	49.76	48.82	47.57	46.15
13x16	58.21	57.98	57.55	57.21	57.18	57.21	56.61	54.92	54.40	13x16	51.49	51.49	51.27	50.31	50.74	50.41	49.48	48.73	46.88
13x17	58.65	58.58	58.05	57.71	57.86	57.77	57.14	55.45	54.96	13x17	51.96	51.65	51.79	50.54	51.26	50.54	49.98	49.46	47.34
13x18	59.13	59.09	58.12	58.05	58.09	58.05	57.61	56.31	55.42	13x18	52.63	52.21	52.32	51.49	51.73	51.45	50.70	49.60	47.99
13x19	59.54	59.31	58.91	58.62	58.68	58.62	57.98	56.58	55.78	13x19	53.09	53.05	52.72	51.90	52.31	51.83	51.48	50.04	48.40
13x20	59.91	59.79	58.30	59.09	59.44	59.12	58.19	57.28	56.12	13x20	53.58	53.54	53.36	52.62	52.75	52.67	52.15	50.57	48.78
14x14	57.42	57.47	57.26	57.10	57.10	57.10	55.94	55.44	49.98	14x14	49.57	49.19	49.28	49.22	49.22	49.22	49.22	47.99	42.28
14x15	58.16	58.12	57.62	57.18	56.24	57.18	56.23	54.93	54.46	14x15	51.70	51.53	51.35	50.49	50.24	50.49	50.30	48.82	47.48
14x16	58.85	58.80	57.75	57.78	57.68	57.78	56.75	55.53	54.68	14x16	52.26	52.15	51.71	51.22	51.44	51.22	50.27	48.78	47.16
14x17	59.48	59.24	58.32	58.23	58.58	58.23	57.72	56.10	55.61	14x17	52.83	52.72	52.78	51.71	52.06	51.71	50.99	50.16	48.19
14x18	59.92	59.84	59.03	58.88	59.13	58.97	58.42	56.48	56.08	14x18	53.42	53.30	53.26	52.16	52.71	52.16	51.69	50.67	48.65
14x19	60.37	60.25	59.45	59.35	59.46	59.43	58.94	57.65	56.66	14x19	53.81	53.59	53.55	52.64	53.01	52.56	52.11	51.30	49.11
14x20	60.70	60.63	59.76	59.87	59.87	59.87	59.36	58.00	56.92	14x20	54.40	54.26	53.90	53.29	53.53	53.18	52.34	51.53	49.48
15x15	58.73	58.77	58.67	58.11	58.11	58.11	56.92	56.85	51.22	15x15	51.14	51.08	50.59	50.64	50.64	50.64	50.55	49.21	43.19
15x16	59.44	59.34	59.07	58.84	57.52	58.84	57.48	56.26	55.61	15x16	53.01	52.98	52.56	51.94	51.61	51.94	51.59	50.33	48.64
15x17	60.05	59.86	59.05	59.18	58.87	59.05	58.03	56.76	56.04	15x17	53.59	53.57	53.17	52.67	52.91	52.67	51.67	50.38	49.08
15x18	60.56	60.37	59.39	59.62	59.67	59.62	58.64	57.38	56.24	15x18	54.17	54.10	53.96	53.03	53.39	53.05	52.14	51.23	48.98
15x19	61.12	61.00	60.10	60.06	59.92	60.06	59.42	57.65	57.24	15x19	54.61	54.52	54.52	53.52	54.01	53.65	52.95	52.08	49.95
15x20	61.47	61.29	60.65	60.61	60.16	60.62	60.05	58.51	56.98	15x20	55.06	54.97	54.77	53.92	54.18	53.92	53.50	52.67	49.53
16x16	60.09	60.09	59.10	59.31	59.31	59.31	58.30	57.55	52.77	16x16	52.60	52.64	52.22	52.14	52.14	52.14	51.98	50.84	45.66
16x17	60.63	60.60	60.04	59.89	58.70	59.89	58.80	57.34	56.68	16x17	54.30	54.19	53.51	53.23	52.55	53.31	52.90	51.64	49.64
16x18	61.21	60.97	60.39	60.22	60.13	60.22	59.24	57.92	57.00	16x18	54.80	54.54	54.43	53.93	54.03	53.93	53.00	51.68	50.30
16x19	61.67	61.61	60.53	60.59	60.69	60.52	59.59	58.51	57.66	16x19	55.31	55.13	55.06	54.03	54.47	54.04	53.26	52.11	50.51
16x20	62.12	62.09	61.01	61.18	61.07	61.18	60.42	58.79	57.72	16x20	55.82	55.60	55.59	54.84	54.95	54.87	54.17	53.00	50.54
17x17	61.10	61.10	60.46	60.40	60.40	60.40	59.54	58.59	54.08	17x17	53.89	53.95	53.62	53.09	53.09	53.09	53.06	52.11	47.02
17x18	61.72	61.72	61.30	60.82	59.93	60.90	59.91	58.35	57.70	17x18	55.44	55.31	54.99	54.44	54.08	54.44	54.04	52.65	50.58
17x19	62.21	62.12	61.42	61.44	61.02	61.38	60.35	58.99	58.12	17x19	55.98	55.78	55.73	55.17	55.50	55.09	54.28	52.89	51.43
17x20	62.64	62.49	61.55	61.60	61.64	61.60	60.66	59.52	58.61	17x20	56.38	56.28	56.00	55.13	55.62	55.13	54.37	53.25	51.53
18x18	62.19	62.19	61.53	61.42	61.42</														

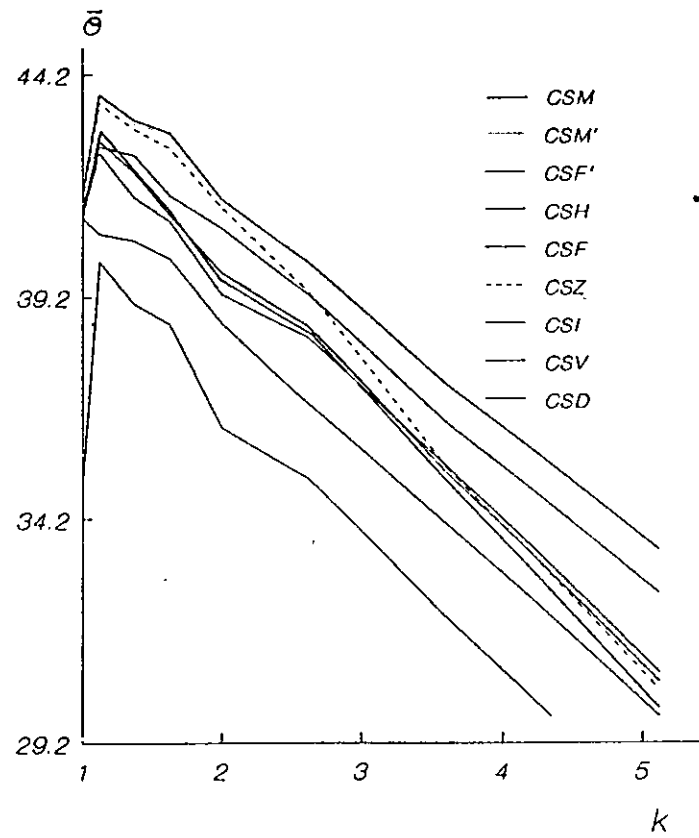
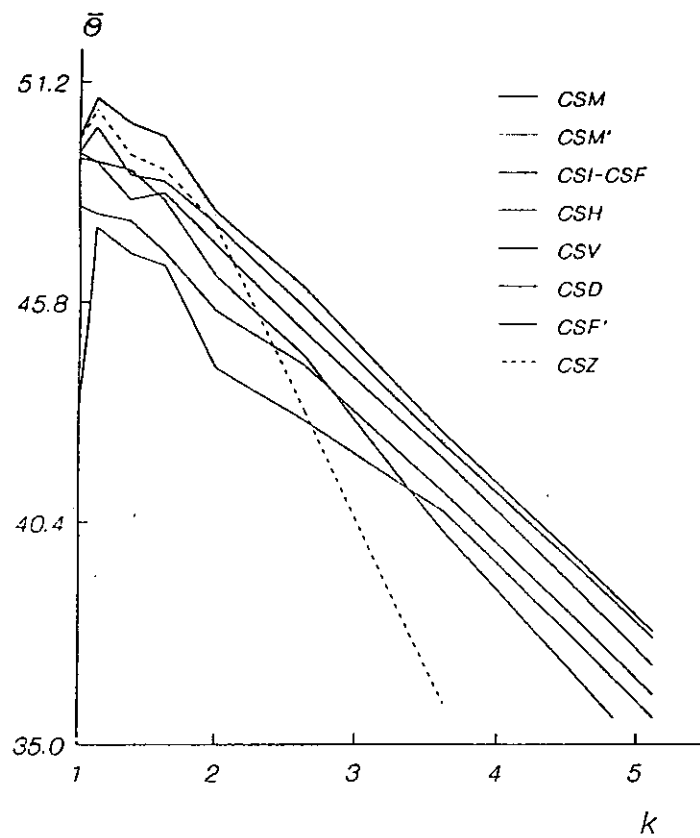


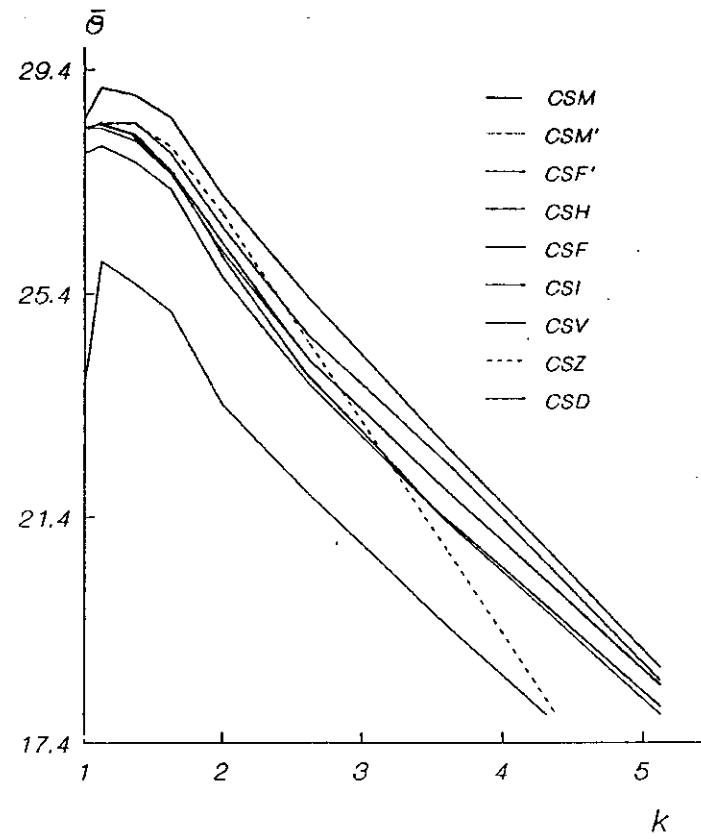
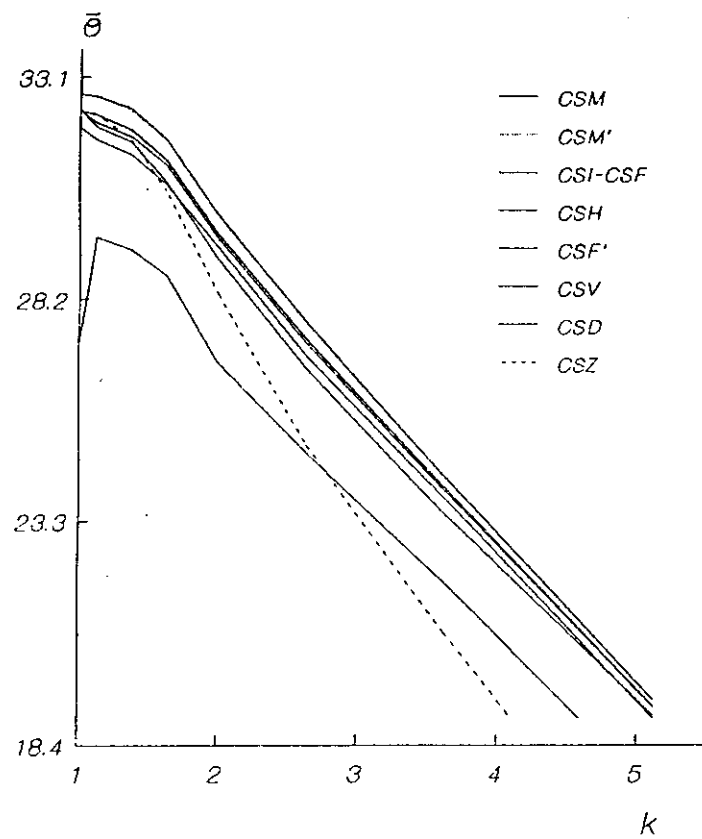


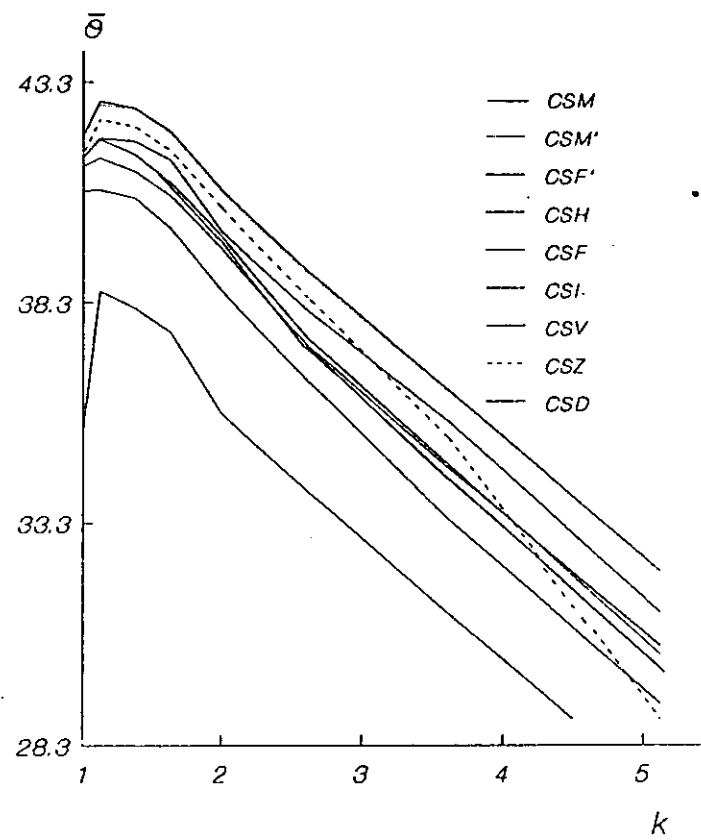
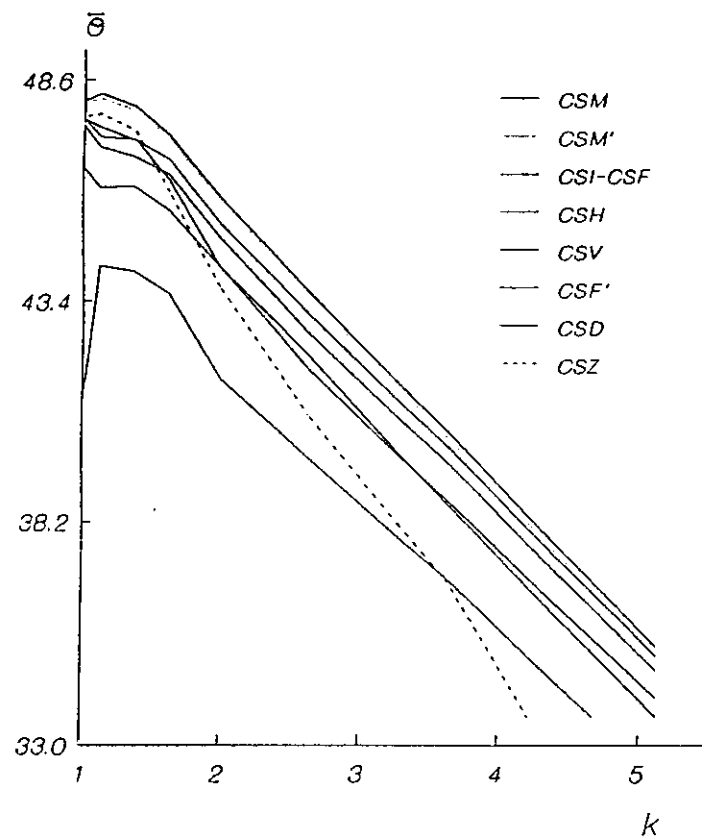


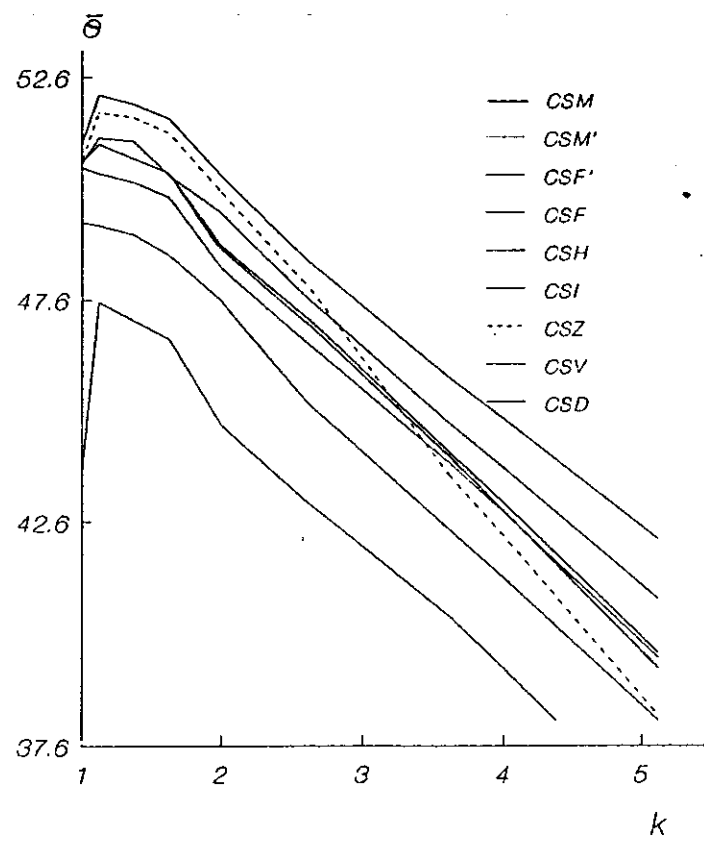
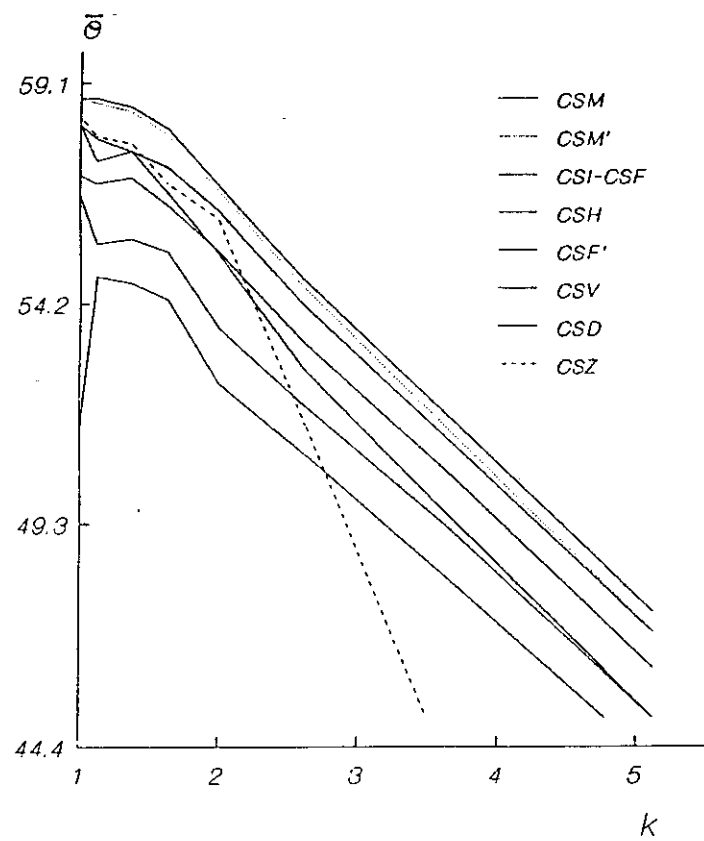


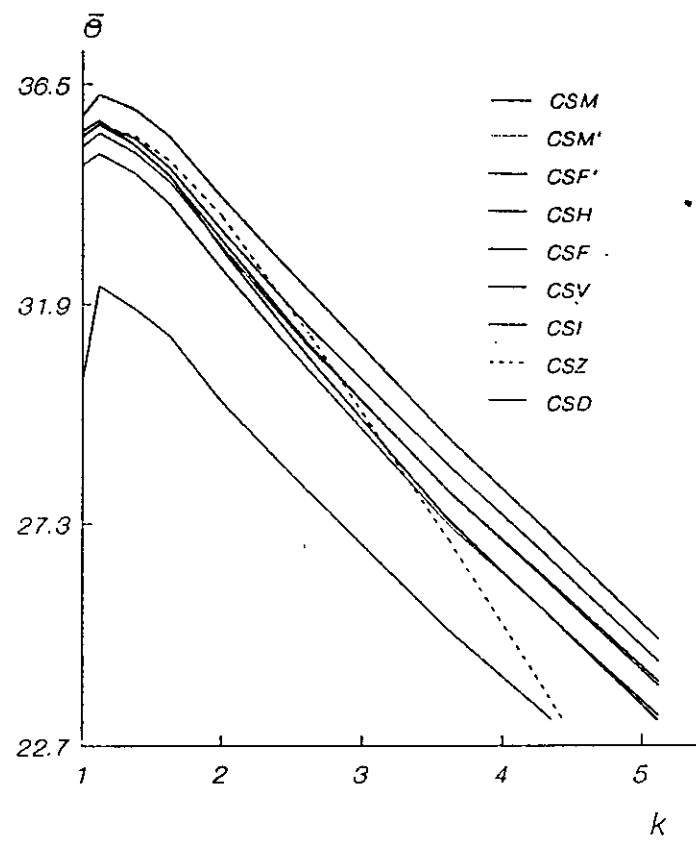
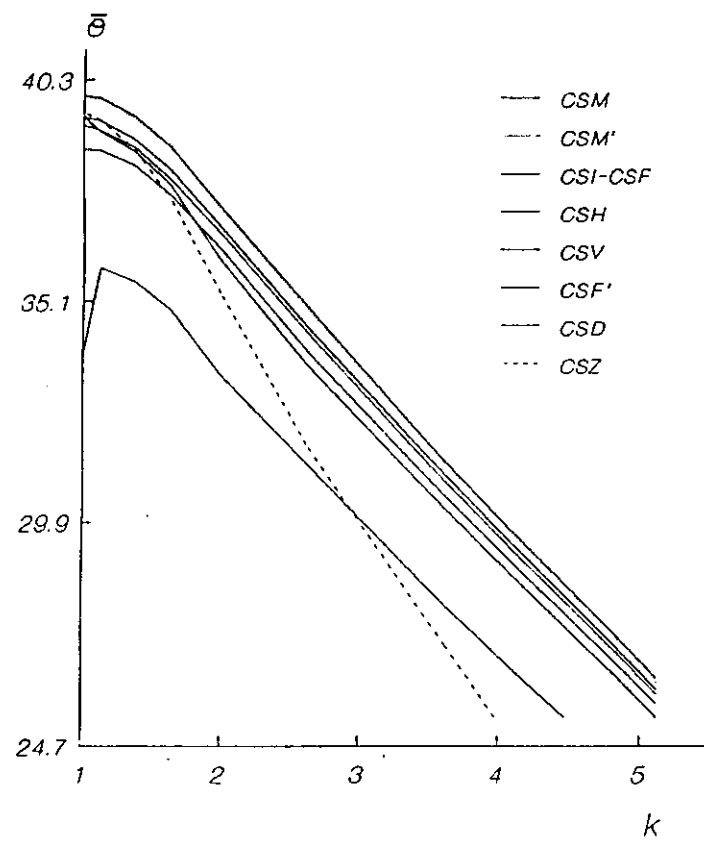


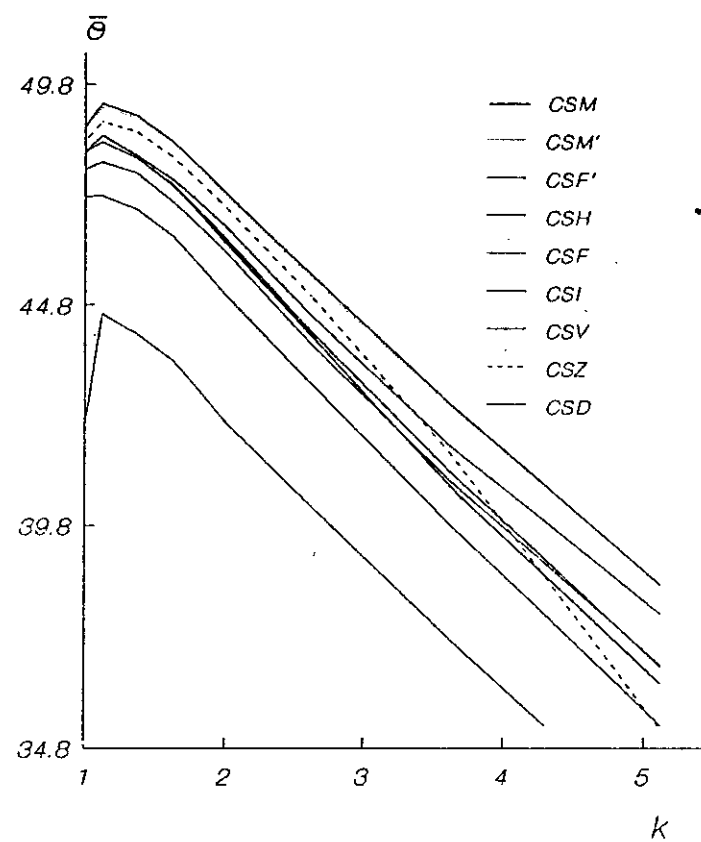
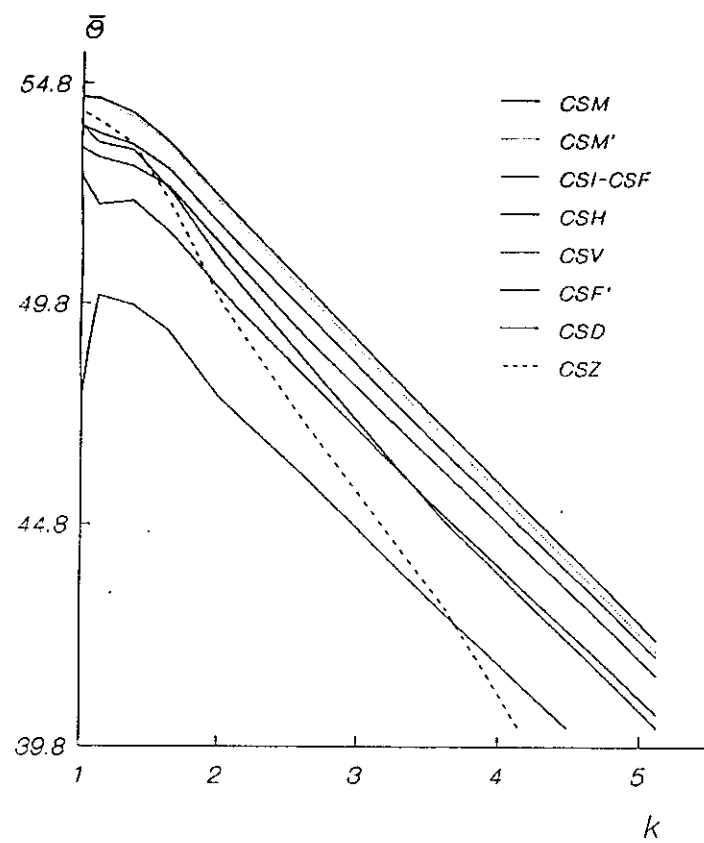


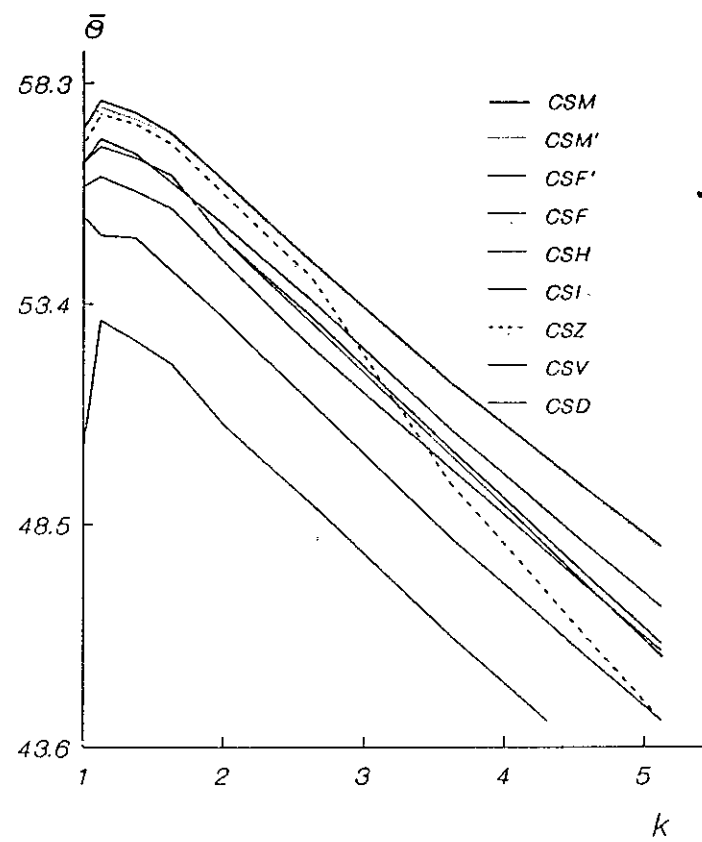
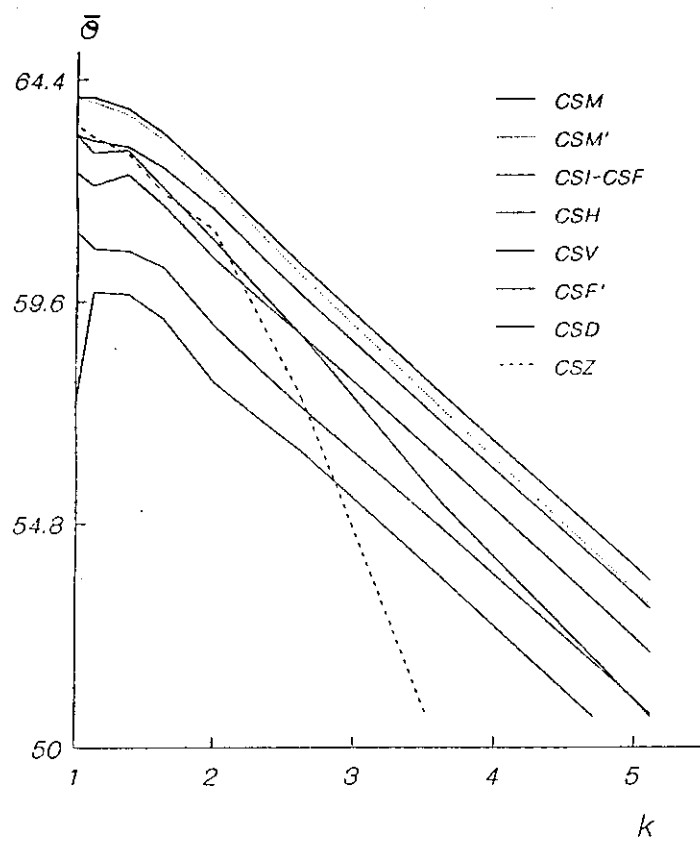


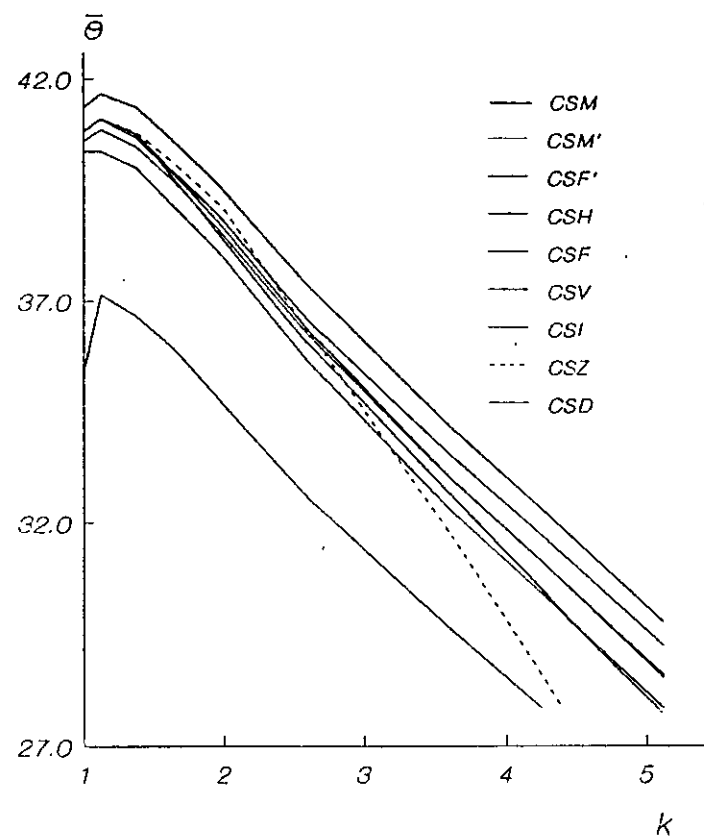
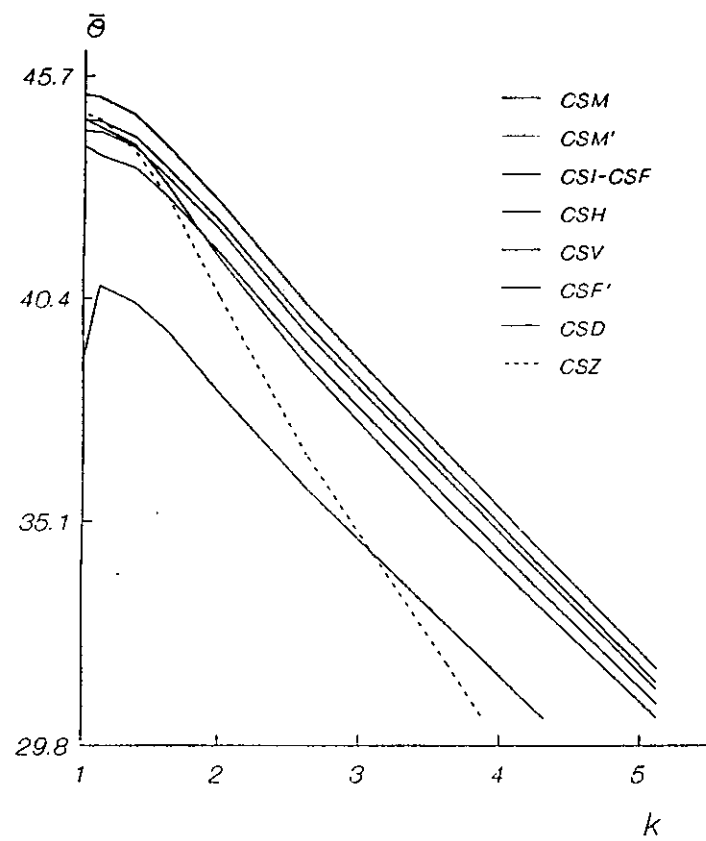


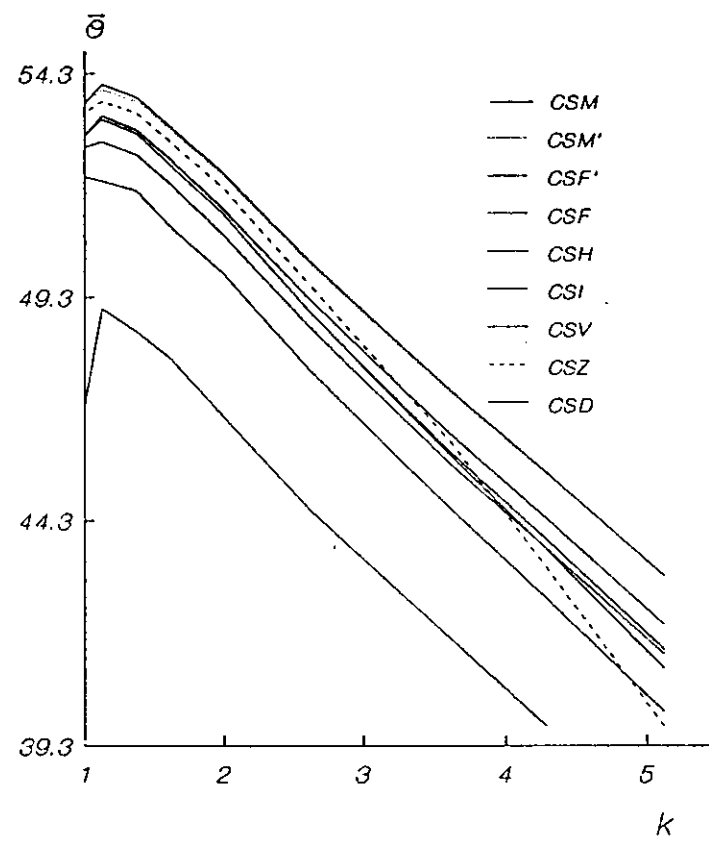
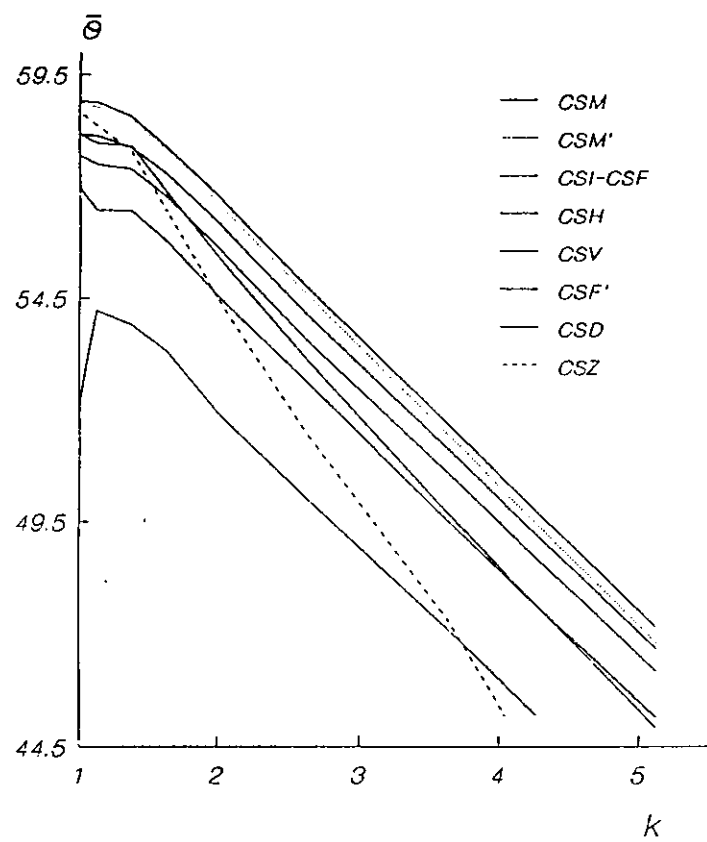


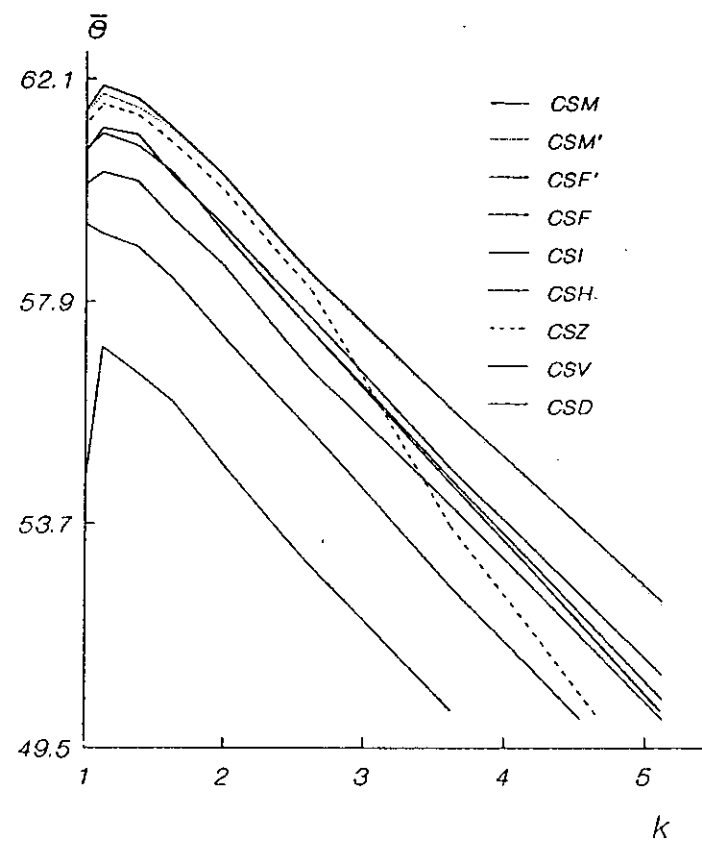
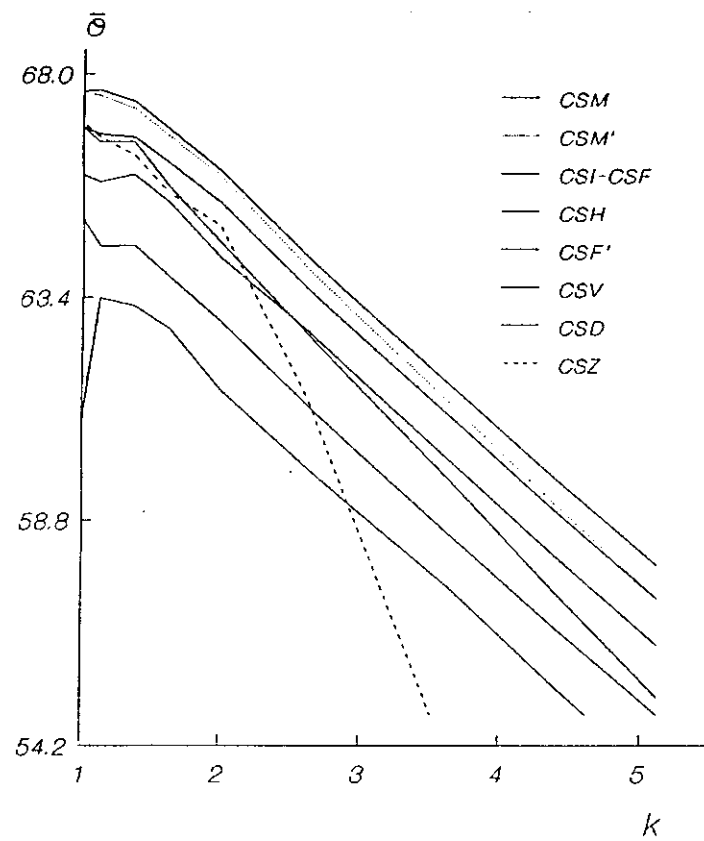












Una Cola													
16- 24		CK			PH			S			T		
		H+	H-	Ho	H+	H-	Ho	H+	H-	Ho	H+	H-	Ho
1.00-1.00	N												
.001-.01	43	0.698	0.000	0.698	0.698	0.000	0.698	0.698	0.000	0.698	0.698	0.000	0.698
.01-.05	56	0.679	0.000	0.679	0.679	0.000	0.679	0.679	0.000	0.679	0.679	0.000	0.679
.05-.10	24	0.667	0.000	0.667	0.667	0.000	0.667	0.667	0.000	0.667	0.667	0.000	0.667
.001-.10	123	0.683	0.000	0.683	0.683	0.000	0.683	0.683	0.000	0.683	0.683	0.000	0.683
1.00-1.25	N												
.001-.01	75	0.013	0.000	0.013	0.733	0.000	0.733	0.640	0.000	0.640	0.027	0.000	0.027
.01-.05	79	0.000	0.127	0.127	0.557	0.000	0.557	0.329	0.000	0.329	0.000	0.127	0.127
.05-.10	57	0.000	0.614	0.614	0.596	0.000	0.596	0.474	0.000	0.474	0.000	0.596	0.596
.001-.10	211	0.005	0.213	0.218	0.630	0.000	0.630	0.479	0.000	0.479	0.009	0.209	0.218
1.25-1.50	N												
.001-.01	71	0.070	0.000	0.070	0.549	0.000	0.549	0.380	0.000	0.380	0.099	0.000	0.099
.01-.05	31	0.000	0.099	0.099	0.346	0.000	0.346	0.210	0.000	0.210	0.000	0.086	0.086
.05-.10	51	0.000	0.392	0.392	0.765	0.000	0.765	0.353	0.000	0.353	0.000	0.373	0.373
.001-.10	263	0.025	0.138	0.163	0.522	0.000	0.522	0.305	0.000	0.305	0.034	0.128	0.163
1.50-1.75	N												
.001-.01	57	0.053	0.018	0.070	0.456	0.000	0.456	0.298	0.000	0.298	0.088	0.000	0.088
.01-.05	74	0.000	0.135	0.135	0.378	0.000	0.378	0.230	0.000	0.230	0.000	0.135	0.135
.05-.10	44	0.000	0.432	0.432	0.591	0.000	0.591	0.114	0.023	0.136	0.000	0.386	0.386
.001-.10	175	0.017	0.171	0.189	0.457	0.000	0.457	0.223	0.006	0.229	0.029	0.154	0.183
1.75-2.25	N												
.001-.01	73	0.110	0.137	0.247	0.384	0.000	0.384	0.288	0.000	0.288	0.164	0.055	0.219
.01-.05	83	0.048	0.205	0.253	0.325	0.012	0.337	0.145	0.048	0.193	0.048	0.181	0.229
.05-.10	48	0.042	0.354	0.396	0.583	0.000	0.583	0.104	0.104	0.208	0.042	0.354	0.396
.001-.10	204	0.069	0.216	0.284	0.407	0.005	0.412	0.186	0.044	0.230	0.088	0.176	0.265
2.25-3.00	N												
.001-.01	35	0.024	0.306	0.329	0.376	0.000	0.376	0.212	0.129	0.341	0.035	0.294	0.329
.01-.05	110	0.000	0.255	0.255	0.345	0.000	0.345	0.082	0.127	0.209	0.000	0.227	0.227
.05-.10	64	0.000	0.406	0.406	0.703	0.000	0.703	0.047	0.016	0.062	0.000	0.406	0.406
.001-.10	259	0.008	0.309	0.317	0.444	0.000	0.444	0.116	0.100	0.216	0.012	0.293	0.305
3.00-4.25	N												
.001-.01	53	0.000	0.472	0.472	0.358	0.151	0.509	0.000	0.377	0.377	0.000	0.434	0.434
.01-.05	73	0.000	0.466	0.466	0.384	0.014	0.397	0.000	0.247	0.247	0.000	0.466	0.466
.05-.10	48	0.000	0.542	0.542	0.667	0.000	0.667	0.000	0.188	0.188	0.000	0.542	0.542
.001-.10	174	0.000	0.489	0.489	0.454	0.052	0.506	0.000	0.270	0.270	0.000	0.477	0.477
4.25-6.00	N												
.001-.01	40	0.000	0.725	0.725	0.050	0.300	0.350	0.000	0.625	0.625	0.000	0.625	0.625
.01-.05	52	0.000	0.442	0.442	0.308	0.038	0.346	0.000	0.346	0.346	0.000	0.404	0.404
.05-.10	45	0.000	0.733	0.733	0.489	0.200	0.689	0.000	0.489	0.489	0.000	0.667	0.667
.001-.10	137	0.000	0.620	0.620	0.292	0.168	0.460	0.000	0.474	0.474	0.000	0.555	0.555

27- 33		Una Cola											
-----		CK			PH			S			T		
-----		-----			-----			-----			-----		
1.00-1.00	N	H+	H-	Ho	H+	H-	Ho	H+	H-	Ho	H+	H-	Ho
.001-.01	57	0.509	0.000	0.509	0.509	0.000	0.509	0.509	0.000	0.509	0.509	0.000	0.509
.01-.05	59	0.356	0.000	0.356	0.356	0.000	0.356	0.356	0.000	0.356	0.356	0.000	0.356
.05-.10	32	0.562	0.000	0.562	0.562	0.000	0.562	0.562	0.000	0.562	0.562	0.000	0.562
.001-.10	149	0.459	0.000	0.459	0.459	0.000	0.459	0.459	0.000	0.459	0.459	0.000	0.459
1.00-1.25	N	H+	H-	Ho	H+	H-	Ho	H+	H-	Ho	H+	H-	Ho
.001-.01	203	0.634	0.000	0.634	0.616	0.000	0.616	0.522	0.000	0.522	0.044	0.000	0.044
.01-.05	217	0.000	0.065	0.065	0.415	0.000	0.415	0.281	0.000	0.281	0.000	0.046	0.046
.05-.10	124	0.000	0.363	0.363	0.513	0.000	0.513	0.540	0.000	0.540	0.000	0.355	0.355
.001-.10	344	0.013	0.108	0.121	0.535	0.000	0.535	0.430	0.000	0.430	0.017	0.099	0.116
1.25-1.50	N	H+	H-	Ho	H+	H-	Ho	H+	H-	Ho	H+	H-	Ho
.001-.01	169	0.071	0.000	0.071	0.562	0.000	0.562	0.349	0.000	0.349	0.077	0.000	0.077
.01-.05	177	0.000	0.068	0.068	0.356	0.000	0.356	0.209	0.000	0.209	0.000	0.068	0.068
.05-.10	103	0.000	0.291	0.291	0.589	0.000	0.589	0.311	0.000	0.311	0.000	0.272	0.272
.001-.10	449	0.027	0.094	0.120	0.510	0.000	0.510	0.285	0.000	0.285	0.029	0.089	0.118
1.50-1.75	N	H+	H-	Ho	H+	H-	Ho	H+	H-	Ho	H+	H-	Ho
.001-.01	144	0.097	0.007	0.104	0.458	0.000	0.458	0.271	0.000	0.271	0.097	0.007	0.104
.01-.05	155	0.000	0.103	0.103	0.368	0.000	0.368	0.226	0.000	0.226	0.000	0.090	0.090
.05-.10	92	0.000	0.402	0.402	0.576	0.000	0.576	0.196	0.000	0.196	0.000	0.391	0.391
.001-.10	391	0.036	0.138	0.174	0.450	0.000	0.450	0.235	0.000	0.235	0.036	0.130	0.166
1.75-2.25	N	H+	H-	Ho	H+	H-	Ho	H+	H-	Ho	H+	H-	Ho
.001-.01	184	0.152	0.065	0.217	0.359	0.000	0.359	0.212	0.000	0.212	0.163	0.054	0.217
.01-.05	202	0.045	0.129	0.173	0.396	0.000	0.396	0.168	0.020	0.188	0.045	0.124	0.168
.05-.10	115	0.061	0.251	0.322	0.635	0.000	0.635	0.174	0.078	0.252	0.061	0.252	0.313
.001-.10	501	0.038	0.136	0.224	0.437	0.000	0.437	0.186	0.026	0.212	0.092	0.128	0.220
2.25-3.00	N	H+	H-	Ho	H+	H-	Ho	H+	H-	Ho	H+	H-	Ho
.001-.01	203	0.163	0.227	0.389	0.325	0.000	0.325	0.251	0.079	0.330	0.192	0.222	0.414
.01-.05	218	0.032	0.193	0.225	0.312	0.005	0.317	0.179	0.064	0.243	0.032	0.179	0.211
.05-.10	133	0.000	0.256	0.256	0.699	0.000	0.699	0.053	0.000	0.053	0.000	0.248	0.248
.001-.10	554	0.072	0.220	0.292	0.410	0.002	0.412	0.175	0.054	0.229	0.083	0.211	0.294
3.00-4.25	N	H+	H-	Ho	H+	H-	Ho	H+	H-	Ho	H+	H-	Ho
.001-.01	146	0.034	0.390	0.425	0.329	0.068	0.397	0.253	0.288	0.541	0.062	0.377	0.438
.01-.05	173	0.000	0.301	0.301	0.358	0.012	0.370	0.064	0.150	0.214	0.000	0.301	0.301
.05-.10	192	0.000	0.363	0.363	0.618	0.000	0.618	0.000	0.137	0.137	0.000	0.343	0.343
.001-.10	421	0.012	0.347	0.359	0.411	0.029	0.439	0.114	0.195	0.309	0.021	0.337	0.359
4.25-6.00	N	H+	H-	Ho	H+	H-	Ho	H+	H-	Ho	H+	H-	Ho
.001-.01	116	0.000	0.534	0.534	0.371	0.241	0.612	0.000	0.448	0.448	0.000	0.526	0.526
.01-.05	142	0.000	0.380	0.380	0.380	0.028	0.408	0.000	0.317	0.317	0.000	0.373	0.373
.05-.10	97	0.000	0.474	0.474	0.619	0.113	0.732	0.000	0.320	0.320	0.000	0.443	0.443
.001-.10	355	0.000	0.456	0.456	0.442	0.121	0.563	0.000	0.361	0.361	0.000	0.442	0.442

Una Cola													
37- 43	-----												
		CX			PH			S			T		
1.00-1.00	N	H+	H-	Ho	H+	H-	Ho	H+	H-	Ho	H+	H-	Ho
.001-.01	35	0.579	0.000	0.579	0.579	0.000	0.579	0.579	0.000	0.579	0.579	0.000	0.579
.01-.05	32	0.326	0.000	0.326	0.326	0.000	0.326	0.326	0.000	0.326	0.326	0.000	0.326
.05-.10	34	0.556	0.000	0.556	0.556	0.000	0.556	0.556	0.000	0.556	0.556	0.000	0.556
.001-.10	241	0.477	0.000	0.477	0.477	0.000	0.477	0.477	0.000	0.477	0.477	0.000	0.477
1.00-1.25	N	H+	H-	Ho	H+	H-	Ho	H+	H-	Ho	H+	H-	Ho
.001-.01	430	0.033	0.000	0.033	0.523	0.000	0.523	0.451	0.000	0.451	0.042	0.000	0.042
.01-.05	437	0.000	0.048	0.048	0.355	0.000	0.355	0.295	0.000	0.295	0.000	0.048	0.048
.05-.10	245	0.060	0.366	0.366	0.600	0.000	0.600	0.486	0.000	0.486	0.000	0.302	0.302
.001-.10	1112	0.013	0.096	0.099	0.474	0.000	0.474	0.397	0.000	0.397	0.016	0.085	0.102
1.25-1.50	N	H+	H-	Ho	H+	H-	Ho	H+	H-	Ho	H+	H-	Ho
.001-.01	397	0.058	0.000	0.058	0.466	0.000	0.466	0.312	0.000	0.312	0.060	0.000	0.060
.01-.05	400	0.003	0.043	0.045	0.335	0.000	0.335	0.242	0.000	0.242	0.003	0.035	0.037
.05-.10	230	0.000	0.243	0.243	0.609	0.000	0.609	0.304	0.000	0.304	0.000	0.230	0.230
.001-.10	1027	0.023	0.071	0.094	0.447	0.000	0.447	0.283	0.000	0.283	0.024	0.065	0.090
1.50-1.75	N	H+	H-	Ho	H+	H-	Ho	H+	H-	Ho	H+	H-	Ho
.001-.01	296	0.098	0.003	0.101	0.415	0.000	0.415	0.250	0.000	0.250	0.098	0.003	0.101
.01-.05	301	0.000	0.070	0.070	0.296	0.000	0.296	0.136	0.000	0.136	0.000	0.070	0.070
.05-.10	130	0.000	0.211	0.211	0.589	0.000	0.589	0.261	0.000	0.261	0.000	0.211	0.211
.001-.10	777	0.037	0.077	0.115	0.409	0.000	0.409	0.208	0.000	0.208	0.037	0.077	0.115
1.75-2.25	N	H+	H-	Ho	H+	H-	Ho	H+	H-	Ho	H+	H-	Ho
.001-.01	449	0.140	0.062	0.203	0.412	0.000	0.412	0.223	0.000	0.223	0.145	0.058	0.203
.01-.05	470	0.015	0.085	0.100	0.398	0.000	0.398	0.113	0.009	0.121	0.015	0.085	0.100
.05-.10	262	0.023	0.153	0.176	0.538	0.011	0.550	0.183	0.034	0.218	0.023	0.149	0.172
.001-.10	1181	0.064	0.091	0.156	0.434	0.003	0.437	0.170	0.011	0.181	0.066	0.089	0.155
2.25-3.00	N	H+	H-	Ho	H+	H-	Ho	H+	H-	Ho	H+	H-	Ho
.001-.01	419	0.155	0.193	0.348	0.384	0.005	0.389	0.186	0.055	0.241	0.160	0.186	0.346
.01-.05	430	0.018	0.144	0.162	0.347	0.002	0.349	0.128	0.037	0.164	0.018	0.139	0.158
.05-.10	254	0.000	0.228	0.228	0.594	0.000	0.594	0.067	0.008	0.075	0.000	0.224	0.224
.001-.10	1111	0.066	0.182	0.248	0.418	0.003	0.420	0.136	0.037	0.173	0.068	0.176	0.244
3.00-4.25	N	H+	H-	Ho	H+	H-	Ho	H+	H-	Ho	H+	H-	Ho
.001-.01	366	0.194	0.325	0.519	0.355	0.055	0.410	0.227	0.205	0.432	0.202	0.317	0.519
.01-.05	399	0.009	0.233	0.241	0.378	0.013	0.391	0.153	0.108	0.261	0.008	0.231	0.238
.05-.10	230	0.000	0.265	0.265	0.665	0.004	0.670	0.035	0.083	0.117	0.000	0.261	0.261
.001-.10	995	0.074	0.274	0.349	0.436	0.026	0.462	0.153	0.138	0.290	0.077	0.269	0.347
4.25-6.00	N	H+	H-	Ho	H+	H-	Ho	H+	H-	Ho	H+	H-	Ho
.001-.01	261	0.038	0.433	0.471	0.326	0.184	0.510	0.172	0.379	0.552	0.061	0.429	0.490
.01-.05	295	0.000	0.308	0.308	0.383	0.024	0.407	0.020	0.197	0.217	0.000	0.308	0.308
.05-.10	192	0.000	0.359	0.359	0.615	0.073	0.688	0.000	0.229	0.229	0.000	0.354	0.354
.001-.10	749	0.013	0.365	0.378	0.422	0.092	0.515	0.068	0.269	0.337	0.021	0.362	0.384

48- 52		Una Cola											
		CK			PH			S			T		
1.00-1.00	N	H+	H-	Ho	H+	H-	Ho	H+	H-	Ho	H+	H-	Ho
.001-.01	140	0.471	0.000	0.471	0.471	0.000	0.471	0.471	0.000	0.471	0.471	0.000	0.471
.01-.05	130	0.323	0.000	0.323	0.323	0.000	0.323	0.323	0.000	0.323	0.323	0.000	0.323
.05-.10	73	0.534	0.000	0.534	0.534	0.000	0.534	0.534	0.000	0.534	0.534	0.000	0.534
.001-.10	343	0.429	0.000	0.429	0.429	0.000	0.429	0.429	0.000	0.429	0.429	0.000	0.429
1.00-1.25	N	H+	H-	Ho	H+	H-	Ho	H+	H-	Ho	H+	H-	Ho
.001-.01	536	0.030	0.000	0.030	0.448	0.000	0.448	0.390	0.000	0.390	0.034	0.000	0.034
.01-.05	535	0.000	0.024	0.024	0.320	0.000	0.320	0.264	0.000	0.264	0.000	0.024	0.024
.05-.10	291	0.000	0.213	0.213	0.553	0.000	0.553	0.454	0.000	0.454	0.000	0.210	0.210
.001-.10	1362	0.012	0.055	0.067	0.420	0.000	0.420	0.354	0.000	0.354	0.013	0.054	0.068
1.25-1.50	N	H+	H-	Ho	H+	H-	Ho	H+	H-	Ho	H+	H-	Ho
.001-.01	535	0.056	0.000	0.056	0.407	0.000	0.407	0.277	0.000	0.277	0.056	0.000	0.056
.01-.05	529	0.004	0.019	0.023	0.278	0.000	0.278	0.200	0.000	0.200	0.004	0.019	0.023
.05-.10	297	0.003	0.195	0.199	0.522	0.000	0.522	0.296	0.000	0.296	0.003	0.195	0.199
.001-.10	1361	0.024	0.050	0.074	0.382	0.000	0.382	0.251	0.000	0.251	0.024	0.050	0.074
1.50-1.75	N	H+	H-	Ho	H+	H-	Ho	H+	H-	Ho	H+	H-	Ho
.001-.01	388	0.090	0.010	0.090	0.374	0.000	0.374	0.268	0.000	0.268	0.090	0.008	0.098
.01-.05	380	0.000	0.053	0.053	0.289	0.000	0.289	0.113	0.000	0.113	0.000	0.050	0.050
.05-.10	220	0.000	0.186	0.186	0.555	0.000	0.555	0.250	0.000	0.250	0.000	0.186	0.186
.001-.10	988	0.031	0.066	0.097	0.382	0.000	0.382	0.204	0.000	0.204	0.031	0.064	0.095
1.75-2.25	N	H+	H-	Ho	H+	H-	Ho	H+	H-	Ho	H+	H-	Ho
.001-.01	574	0.120	0.045	0.166	0.392	0.000	0.392	0.230	0.000	0.230	0.120	0.044	0.164
.01-.05	587	0.026	0.053	0.078	0.348	0.000	0.348	0.121	0.002	0.123	0.027	0.053	0.080
.05-.10	323	0.028	0.108	0.136	0.563	0.003	0.567	0.164	0.028	0.192	0.028	0.105	0.133
.001-.10	1484	0.063	0.062	0.125	0.412	0.001	0.412	0.173	0.007	0.179	0.063	0.061	0.124
2.25-3.00	N	H+	H-	Ho	H+	H-	Ho	H+	H-	Ho	H+	H-	Ho
.001-.01	574	0.139	0.155	0.294	0.387	0.007	0.394	0.214	0.054	0.268	0.141	0.150	0.291
.01-.05	584	0.033	0.111	0.144	0.351	0.002	0.353	0.104	0.038	0.142	0.033	0.108	0.140
.05-.10	324	0.006	0.164	0.170	0.559	0.000	0.559	0.086	0.000	0.086	0.006	0.160	0.167
.001-.10	1482	0.068	0.140	0.208	0.410	0.003	0.414	0.143	0.036	0.179	0.069	0.136	0.204
3.00-4.25	N	H+	H-	Ho	H+	H-	Ho	H+	H-	Ho	H+	H-	Ho
.001-.01	472	0.167	0.267	0.434	0.373	0.051	0.424	0.193	0.178	0.371	0.167	0.267	0.434
.01-.05	496	0.032	0.198	0.230	0.353	0.014	0.367	0.135	0.095	0.230	0.036	0.196	0.232
.05-.10	286	0.000	0.213	0.213	0.587	0.003	0.591	0.028	0.084	0.112	0.000	0.210	0.210
.001-.10	1254	0.076	0.227	0.303	0.414	0.026	0.439	0.132	0.124	0.256	0.077	0.226	0.303
4.25-6.00	N	H+	H-	Ho	H+	H-	Ho	H+	H-	Ho	H+	H-	Ho
.001-.01	333	0.189	0.366	0.556	0.357	0.144	0.502	0.240	0.318	0.559	0.195	0.360	0.556
.01-.05	362	0.008	0.251	0.260	0.338	0.017	0.414	0.083	0.166	0.249	0.008	0.249	0.257
.05-.10	221	0.000	0.294	0.294	0.606	0.054	0.661	0.000	0.172	0.172	0.000	0.294	0.294
.001-.10	916	0.072	0.303	0.376	0.433	0.072	0.505	0.120	0.223	0.343	0.074	0.300	0.374

Una Cola													
16- 24	-----	U			C			H1			M		
-----		---			---			---			---		
1.00-1.00	N	H+	H-	Ho	H+	H-	Ho	H+	H-	Ho	H+	H-	Ho
.001-.01	43	0.000	0.047	0.047	0.047	0.000	0.047	0.047	0.000	0.047	0.047	0.000	0.047
.01-.05	56	0.000	0.321	0.321	0.000	0.179	0.179	0.018	0.179	0.196	0.018	0.179	0.196
.05-.10	24	0.000	0.583	0.583	0.042	0.250	0.292	0.083	0.250	0.333	0.083	0.250	0.333
.001-.10	123	0.000	0.276	0.276	0.024	0.130	0.154	0.041	0.130	0.171	0.041	0.130	0.171
1.00-1.25	N	H+	H-	Ho	H+	H-	Ho	H+	H-	Ho	H+	H-	Ho
.001-.01	75	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
.01-.05	79	0.000	0.190	0.190	0.000	0.139	0.139	0.000	0.139	0.139	0.000	0.139	0.139
.05-.10	57	0.000	0.694	0.694	0.018	0.596	0.614	0.018	0.596	0.614	0.018	0.596	0.614
.001-.10	211	0.000	0.256	0.256	0.005	0.213	0.218	0.005	0.213	0.218	0.005	0.213	0.218
1.25-1.50	N	H+	H-	Ho	H+	H-	Ho	H+	H-	Ho	H+	H-	Ho
.001-.01	71	0.000	0.000	0.000	0.070	0.000	0.070	0.070	0.000	0.070	0.070	0.000	0.070
.01-.05	61	0.000	0.195	0.195	0.000	0.111	0.111	0.000	0.111	0.111	0.000	0.099	0.099
.05-.10	51	0.000	0.696	0.696	0.000	0.471	0.471	0.000	0.471	0.471	0.000	0.471	0.471
.001-.10	263	0.000	0.246	0.246	0.025	0.163	0.187	0.025	0.163	0.187	0.025	0.158	0.182
1.50-1.75	N	H+	H-	Ho	H+	H-	Ho	H+	H-	Ho	H+	H-	Ho
.001-.01	57	0.018	0.105	0.123	0.070	0.018	0.088	0.088	0.018	0.105	0.088	0.018	0.105
.01-.05	74	0.000	0.176	0.176	0.000	0.135	0.135	0.000	0.135	0.135	0.000	0.135	0.135
.05-.10	44	0.000	0.705	0.705	0.000	0.477	0.477	0.000	0.477	0.477	0.000	0.477	0.477
.001-.10	175	0.006	0.286	0.291	0.023	0.183	0.206	0.029	0.183	0.211	0.029	0.183	0.211
1.75-2.25	N	H+	H-	Ho	H+	H-	Ho	H+	H-	Ho	H+	H-	Ho
.001-.01	73	0.000	0.247	0.247	0.041	0.164	0.205	0.055	0.164	0.219	0.055	0.151	0.205
.01-.05	93	0.000	0.325	0.325	0.000	0.229	0.229	0.000	0.229	0.229	0.000	0.229	0.229
.05-.10	48	0.000	0.729	0.729	0.000	0.500	0.500	0.000	0.500	0.500	0.000	0.479	0.479
.001-.10	204	0.000	0.392	0.392	0.015	0.270	0.284	0.020	0.270	0.289	0.020	0.260	0.279
2.25-3.00	N	H+	H-	Ho	H+	H-	Ho	H+	H-	Ho	H+	H-	Ho
.001-.01	85	0.000	0.435	0.435	0.012	0.341	0.353	0.012	0.329	0.341	0.047	0.306	0.353
.01-.05	110	0.000	0.400	0.400	0.000	0.291	0.291	0.000	0.291	0.291	0.000	0.291	0.291
.05-.10	64	0.000	0.703	0.703	0.000	0.500	0.500	0.000	0.484	0.484	0.000	0.484	0.484
.001-.10	259	0.000	0.486	0.486	0.004	0.359	0.363	0.004	0.351	0.355	0.015	0.344	0.359
3.00-4.25	N	H+	H-	Ho	H+	H-	Ho	H+	H-	Ho	H+	H-	Ho
.001-.01	53	0.000	0.528	0.528	0.000	0.434	0.434	0.000	0.434	0.434	0.000	0.415	0.415
.01-.05	73	0.000	0.521	0.521	0.000	0.493	0.493	0.000	0.493	0.493	0.000	0.493	0.493
.05-.10	49	0.000	0.833	0.833	0.000	0.504	0.604	0.000	0.504	0.604	0.000	0.562	0.562
.001-.10	174	0.000	0.609	0.609	0.000	0.506	0.506	0.000	0.506	0.506	0.000	0.489	0.489
4.25-6.00	N	H+	H-	Ho	H+	H-	Ho	H+	H-	Ho	H+	H-	Ho
.001-.01	40	0.000	0.800	0.800	0.000	0.675	0.675	0.000	0.675	0.675	0.000	0.625	0.625
.01-.05	52	0.000	0.692	0.692	0.000	0.481	0.481	0.000	0.481	0.481	0.000	0.481	0.481
.05-.10	45	0.000	0.979	0.979	0.000	0.711	0.711	0.000	0.711	0.711	0.000	0.711	0.711
.001-.10	137	0.000	0.816	0.816	0.000	0.613	0.613	0.000	0.613	0.613	0.000	0.599	0.599

27- 33		Una Cola											
-----		U			C			H1			M		
-----		---			---			---			---		
1.00-1.00	N	H+	H-	Ho	H+	H-	Ho	H+	H-	Ho	H+	H-	Ho
.001-.01	57	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.035	0.000	0.035	0.035	0.000	0.035
.01-.05	59	0.000	0.102	0.102	0.000	0.068	0.068	0.000	0.068	0.068	0.000	0.068	0.068
.05-.10	32	0.000	0.500	0.500	0.000	0.438	0.438	0.000	0.438	0.438	0.000	0.438	0.438
.001-.10	148	0.000	0.149	0.149	0.000	0.122	0.122	0.014	0.122	0.135	0.014	0.122	0.135
1.00-1.25	N	H+	H-	Ho	H+	H-	Ho	H+	H-	Ho	H+	H-	Ho
.001-.01	233	0.000	0.000	0.000	0.044	0.000	0.044	0.044	0.000	0.044	0.044	0.000	0.044
.01-.05	217	0.000	0.097	0.097	0.000	0.074	0.074	0.000	0.074	0.074	0.000	0.074	0.074
.05-.10	124	0.000	0.435	0.435	0.000	0.403	0.403	0.000	0.403	0.403	0.000	0.403	0.403
.001-.10	544	0.000	0.133	0.133	0.017	0.121	0.138	0.017	0.121	0.138	0.017	0.121	0.138
1.25-1.50	N	H+	H-	Ho	H+	H-	Ho	H+	H-	Ho	H+	H-	Ho
.001-.01	169	0.036	0.000	0.036	0.053	0.000	0.053	0.053	0.000	0.053	0.053	0.000	0.053
.01-.05	177	0.000	0.113	0.113	0.000	0.085	0.085	0.000	0.085	0.085	0.000	0.085	0.085
.05-.10	103	0.000	0.427	0.427	0.000	0.369	0.369	0.000	0.369	0.369	0.000	0.359	0.359
.001-.10	449	0.013	0.143	0.156	0.020	0.113	0.138	0.020	0.118	0.138	0.020	0.116	0.136
1.50-1.75	N	H+	H-	Ho	H+	H-	Ho	H+	H-	Ho	H+	H-	Ho
.001-.01	144	0.069	0.056	0.125	0.111	0.021	0.132	0.111	0.021	0.132	0.111	0.021	0.132
.01-.05	155	0.000	0.148	0.148	0.000	0.135	0.135	0.000	0.135	0.135	0.000	0.135	0.135
.05-.10	92	0.000	0.500	0.500	0.000	0.446	0.446	0.000	0.446	0.446	0.000	0.446	0.446
.001-.10	391	0.026	0.197	0.223	0.041	0.166	0.207	0.041	0.166	0.207	0.041	0.166	0.207
1.75-2.25	N	H+	H-	Ho	H+	H-	Ho	H+	H-	Ho	H+	H-	Ho
.001-.01	184	0.109	0.125	0.234	0.147	0.103	0.250	0.147	0.103	0.250	0.147	0.103	0.250
.01-.05	202	0.000	0.168	0.168	0.000	0.163	0.163	0.000	0.163	0.163	0.000	0.158	0.158
.05-.10	115	0.000	0.478	0.478	0.000	0.304	0.304	0.000	0.304	0.304	0.000	0.304	0.304
.001-.10	501	0.040	0.224	0.263	0.054	0.174	0.228	0.054	0.174	0.228	0.054	0.172	0.226
2.25-3.00	N	H+	H-	Ho	H+	H-	Ho	H+	H-	Ho	H+	H-	Ho
.001-.01	203	0.074	0.296	0.369	0.153	0.261	0.414	0.153	0.261	0.414	0.153	0.261	0.414
.01-.05	219	0.000	0.252	0.252	0.005	0.234	0.239	0.005	0.234	0.239	0.005	0.234	0.239
.05-.10	133	0.000	0.414	0.414	0.000	0.368	0.368	0.000	0.368	0.368	0.000	0.368	0.368
.001-.10	554	0.027	0.307	0.334	0.058	0.276	0.334	0.058	0.276	0.334	0.058	0.276	0.334
3.00-4.25	N	H+	H-	Ho	H+	H-	Ho	H+	H-	Ho	H+	H-	Ho
.001-.01	146	0.014	0.418	0.432	0.055	0.384	0.438	0.055	0.384	0.438	0.068	0.384	0.452
.01-.05	173	0.000	0.376	0.376	0.000	0.329	0.329	0.000	0.329	0.329	0.000	0.329	0.329
.05-.10	102	0.000	0.500	0.500	0.000	0.392	0.392	0.000	0.392	0.392	0.000	0.392	0.392
.001-.10	421	0.005	0.420	0.425	0.019	0.363	0.382	0.019	0.363	0.382	0.024	0.363	0.387
4.25-6.00	N	H+	H-	Ho	H+	H-	Ho	H+	H-	Ho	H+	H-	Ho
.001-.01	116	0.000	0.569	0.569	0.000	0.534	0.534	0.000	0.534	0.534	0.009	0.517	0.526
.01-.05	142	0.000	0.403	0.408	0.000	0.401	0.401	0.000	0.401	0.401	0.000	0.401	0.401
.05-.10	97	0.000	0.639	0.639	0.000	0.515	0.515	0.000	0.515	0.515	0.000	0.515	0.515
.001-.10	355	0.000	0.524	0.524	0.000	0.476	0.476	0.000	0.476	0.476	0.003	0.470	0.473

37- 43		Una Cola											
-----		U			C			H1			M		
-----		---			---			---			---		
1.00-1.00	N	H+	H-	Ho	H+	H-	Ho	H+	H-	Ho	H+	H-	Ho
.001-.01	36	0.021	0.000	0.021	0.021	0.000	0.021	0.032	0.000	0.032	0.032	0.000	0.032
.01-.05	92	0.000	0.043	0.043	0.000	0.022	0.022	0.000	0.022	0.022	0.000	0.022	0.022
.05-.10	54	0.000	0.333	0.333	0.000	0.259	0.259	0.000	0.259	0.259	0.000	0.259	0.259
.001-.10	241	0.008	0.091	0.10	0.008	0.066	0.075	0.012	0.066	0.079	0.012	0.066	0.079
1.00-1.25	N	H+	H-	Ho	H+	H-	Ho	H+	H-	Ho	H+	H-	Ho
.001-.01	430	0.021	0.000	0.021	0.033	0.000	0.033	0.033	0.000	0.033	0.033	0.000	0.033
.01-.05	437	0.000	0.064	0.064	0.000	0.055	0.055	0.000	0.055	0.055	0.000	0.055	0.055
.05-.10	245	0.000	0.355	0.355	0.000	0.335	0.335	0.000	0.335	0.335	0.000	0.335	0.335
.001-.10	1112	0.008	0.103	0.112	0.013	0.095	0.108	0.013	0.095	0.108	0.013	0.095	0.108
1.25-1.50	N	H+	H-	Ho	H+	H-	Ho	H+	H-	Ho	H+	H-	Ho
.001-.01	397	0.050	0.000	0.050	0.058	0.000	0.058	0.058	0.000	0.058	0.058	0.000	0.058
.01-.05	400	0.000	0.069	0.069	0.000	0.050	0.050	0.000	0.050	0.050	0.000	0.050	0.050
.05-.10	230	0.000	0.365	0.365	0.000	0.283	0.283	0.000	0.283	0.283	0.000	0.283	0.283
.001-.10	1027	0.019	0.108	0.129	0.022	0.083	0.105	0.022	0.083	0.105	0.022	0.083	0.105
1.50-1.75	N	H+	H-	Ho	H+	H-	Ho	H+	H-	Ho	H+	H-	Ho
.001-.01	296	0.084	0.007	0.091	0.095	0.003	0.098	0.095	0.003	0.098	0.095	0.003	0.098
.01-.05	301	0.000	0.083	0.083	0.000	0.073	0.073	0.000	0.073	0.073	0.000	0.073	0.073
.05-.10	190	0.000	0.256	0.256	0.000	0.217	0.217	0.000	0.217	0.217	0.000	0.217	0.217
.001-.10	777	0.032	0.094	0.126	0.036	0.080	0.116	0.036	0.080	0.116	0.036	0.080	0.116
1.75-2.25	N	H+	H-	Ho	H+	H-	Ho	H+	H-	Ho	H+	H-	Ho
.001-.01	449	0.109	0.196	0.205	0.116	0.071	0.187	0.116	0.071	0.187	0.116	0.071	0.187
.01-.05	470	0.000	0.119	0.119	0.000	0.102	0.102	0.000	0.102	0.102	0.000	0.100	0.100
.05-.10	262	0.000	0.252	0.252	0.000	0.198	0.198	0.000	0.198	0.198	0.000	0.195	0.195
.001-.10	1131	0.041	0.140	0.181	0.044	0.112	0.156	0.044	0.112	0.156	0.044	0.110	0.154
2.25-3.00	N	H+	H-	Ho	H+	H-	Ho	H+	H-	Ho	H+	H-	Ho
.001-.01	419	0.143	0.239	0.382	0.146	0.210	0.356	0.146	0.210	0.356	0.146	0.208	0.353
.01-.05	438	0.000	0.208	0.208	0.005	0.173	0.183	0.005	0.178	0.183	0.007	0.178	0.185
.05-.10	254	0.000	0.307	0.307	0.000	0.256	0.256	0.000	0.256	0.256	0.000	0.256	0.256
.001-.10	1111	0.054	0.242	0.296	0.057	0.208	0.265	0.057	0.208	0.265	0.058	0.207	0.265
3.00-4.25	N	H+	H-	Ho	H+	H-	Ho	H+	H-	Ho	H+	H-	Ho
.001-.01	365	0.158	0.350	0.508	0.205	0.331	0.536	0.205	0.331	0.536	0.205	0.331	0.536
.01-.05	399	0.000	0.271	0.271	0.005	0.251	0.256	0.005	0.251	0.256	0.005	0.248	0.253
.05-.10	230	0.000	0.339	0.339	0.000	0.300	0.300	0.000	0.296	0.296	0.000	0.296	0.296
.001-.10	995	0.053	0.316	0.374	0.077	0.281	0.369	0.077	0.290	0.368	0.077	0.289	0.367
4.25-6.00	N	H+	H-	Ho	H+	H-	Ho	H+	H-	Ho	H+	H-	Ho
.001-.01	261	0.008	0.467	0.475	0.034	0.433	0.467	0.034	0.433	0.467	0.034	0.429	0.464
.01-.05	295	0.000	0.333	0.333	0.000	0.336	0.336	0.000	0.336	0.336	0.000	0.336	0.336
.05-.10	192	0.000	0.458	0.458	0.000	0.391	0.391	0.000	0.391	0.391	0.000	0.391	0.391
.001-.10	743	0.003	0.432	0.434	0.012	0.384	0.396	0.012	0.384	0.396	0.012	0.382	0.394

Una Cola													
49- 52		U			C			H1			M		
		H+	H-	Ho	H+	H-	Ho	H+	H-	Ho	H+	H-	Ho
1.00-1.00	N												
.001-.01	140	0.014	0.000	0.014	0.043	0.000	0.043	0.043	0.000	0.043	0.043	0.000	0.043
.01-.05	130	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
.05-.10	73	0.000	0.329	0.329	0.014	0.192	0.205	0.014	0.192	0.205	0.014	0.192	0.205
.001-.10	343	0.006	0.070	0.076	0.020	0.041	0.061	0.020	0.041	0.061	0.020	0.041	0.061
1.00-1.25	N												
.001-.01	536	0.022	0.000	0.022	0.026	0.000	0.026	0.026	0.000	0.026	0.026	0.000	0.026
.01-.05	533	0.000	0.030	0.030	0.000	0.030	0.030	0.000	0.030	0.030	0.000	0.030	0.030
.05-.10	231	0.000	0.271	0.271	0.007	0.237	0.244	0.007	0.237	0.244	0.007	0.237	0.244
.001-.10	1362	0.009	0.073	0.081	0.012	0.062	0.074	0.012	0.062	0.074	0.012	0.062	0.074
1.25-1.50	N												
.001-.01	533	0.049	0.000	0.049	0.049	0.000	0.049	0.049	0.000	0.049	0.049	0.000	0.049
.01-.05	503	0.000	0.042	0.042	0.000	0.036	0.036	0.000	0.036	0.036	0.000	0.036	0.036
.05-.10	297	0.000	0.266	0.266	0.000	0.222	0.222	0.000	0.222	0.222	0.000	0.222	0.222
.001-.10	1361	0.019	0.074	0.093	0.019	0.062	0.082	0.019	0.062	0.082	0.019	0.062	0.082
1.50-1.75	N												
.001-.01	383	0.067	0.015	0.082	0.077	0.013	0.090	0.077	0.013	0.090	0.077	0.013	0.090
.01-.05	390	0.000	0.058	0.058	0.000	0.058	0.058	0.000	0.058	0.058	0.000	0.058	0.058
.05-.10	210	0.000	0.200	0.200	0.000	0.186	0.186	0.000	0.186	0.186	0.000	0.186	0.186
.001-.10	988	0.026	0.073	0.099	0.030	0.069	0.099	0.030	0.069	0.099	0.030	0.069	0.099
1.75-2.25	N												
.001-.01	574	0.097	0.085	0.172	0.092	0.061	0.153	0.092	0.061	0.153	0.092	0.061	0.153
.01-.05	597	0.003	0.077	0.080	0.005	0.068	0.073	0.005	0.068	0.073	0.005	0.068	0.073
.05-.10	323	0.000	0.164	0.164	0.000	0.127	0.127	0.000	0.127	0.127	0.000	0.127	0.127
.001-.10	1484	0.035	0.099	0.134	0.038	0.078	0.116	0.038	0.078	0.116	0.038	0.078	0.116
2.25-3.00	N												
.001-.01	574	0.125	0.200	0.325	0.132	0.183	0.315	0.132	0.183	0.315	0.132	0.183	0.315
.01-.05	534	0.007	0.146	0.152	0.012	0.137	0.149	0.012	0.137	0.149	0.012	0.137	0.149
.05-.10	324	0.000	0.241	0.241	0.000	0.216	0.216	0.000	0.216	0.216	0.000	0.216	0.216
.001-.10	1482	0.051	0.138	0.239	0.056	0.172	0.228	0.056	0.172	0.228	0.056	0.172	0.228
3.00-4.25	N												
.001-.01	472	0.163	0.288	0.451	0.167	0.273	0.441	0.167	0.273	0.441	0.167	0.273	0.441
.01-.05	436	0.003	0.222	0.230	0.020	0.210	0.230	0.020	0.208	0.238	0.020	0.206	0.226
.05-.10	236	0.000	0.290	0.290	0.000	0.252	0.252	0.000	0.252	0.252	0.000	0.252	0.252
.001-.10	1254	0.066	0.260	0.326	0.071	0.243	0.314	0.071	0.242	0.313	0.071	0.242	0.313
4.25-6.00	N												
.001-.01	333	0.147	0.396	0.544	0.177	0.378	0.556	0.177	0.378	0.556	0.177	0.378	0.556
.01-.05	362	0.000	0.290	0.290	0.003	0.271	0.273	0.003	0.271	0.273	0.003	0.271	0.273
.05-.10	221	0.000	0.339	0.339	0.000	0.321	0.321	0.000	0.321	0.321	0.000	0.321	0.321
.001-.10	916	0.053	0.341	0.394	0.066	0.322	0.389	0.066	0.322	0.388	0.066	0.322	0.389

Una Cola							
16- 24	-----						
		H2			HC		
		-----			-----		
1.00-1.00	N	H+	H-	Ho	H+	H-	Ho
.001-.01	43	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
.01-.05	56	0.000	0.071	0.071	0.018	0.071	0.089
.05-.10	24	0.000	0.250	0.250	0.042	0.250	0.292
.001-.10	123	0.000	0.081	0.081	0.016	0.081	0.098
1.00-1.25	N	H+	H-	Ho	H+	H-	Ho
.001-.01	75	0.013	0.000	0.013	0.013	0.000	0.013
.01-.05	79	0.000	0.076	0.076	0.000	0.076	0.076
.05-.10	57	0.000	0.561	0.561	0.000	0.561	0.561
.001-.10	211	0.005	0.180	0.185	0.005	0.180	0.185
1.25-1.50	N	H+	H-	Ho	H+	H-	Ho
.001-.01	71	0.042	0.000	0.042	0.042	0.000	0.042
.01-.05	81	0.000	0.099	0.099	0.000	0.099	0.099
.05-.10	51	0.000	0.412	0.412	0.000	0.314	0.314
.001-.10	203	0.015	0.143	0.153	0.015	0.118	0.133
1.50-1.75	N	H+	H-	Ho	H+	H-	Ho
.001-.01	57	0.035	0.013	0.053	0.019	0.053	0.070
.01-.05	74	0.000	0.162	0.162	0.000	0.162	0.162
.05-.10	44	0.000	0.432	0.432	0.000	0.318	0.318
.001-.10	175	0.011	0.193	0.194	0.006	0.166	0.171
1.75-2.25	N	H+	H-	Ho	H+	H-	Ho
.001-.01	73	0.027	0.164	0.192	0.014	0.192	0.205
.01-.05	93	0.000	0.241	0.241	0.000	0.241	0.241
.05-.10	48	0.000	0.417	0.417	0.000	0.292	0.292
.001-.10	204	0.01	0.255	0.265	0.005	0.235	0.240
2.25-3.00	N	H+	H-	Ho	H+	H-	Ho
.001-.01	95	0.012	0.376	0.388	0.000	0.388	0.388
.01-.05	110	0.000	0.300	0.300	0.000	0.291	0.291
.05-.10	64	0.000	0.459	0.459	0.000	0.406	0.406
.001-.10	259	0.004	0.367	0.371	0.000	0.351	0.351
3.00-4.25	N	H+	H-	Ho	H+	H-	Ho
.001-.01	53	0.000	0.453	0.453	0.000	0.472	0.472
.01-.05	73	0.000	0.493	0.493	0.000	0.493	0.493
.05-.10	46	0.000	0.500	0.500	0.000	0.375	0.375
.001-.10	174	0.000	0.483	0.483	0.000	0.454	0.454
4.25-6.00	N	H+	H-	Ho	H+	H-	Ho
.001-.01	40	0.000	0.725	0.725	0.000	0.750	0.750
.01-.05	52	0.000	0.423	0.423	0.000	0.423	0.423
.05-.10	45	0.000	0.711	0.711	0.000	0.511	0.511
.001-.10	137	0.000	0.606	0.606	0.000	0.547	0.547

Una Cola							
27- 33	-----	H2			HC		
-----		H+	H-	Ho	H+	H-	Ho
1.00-1.00	N	-----	-----	-----	-----	-----	-----
.001-.01	57	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
.01-.05	59	0.000	0.063	0.063	0.000	0.034	0.034
.05-.10	32	0.000	0.438	0.438	0.000	0.312	0.312
.001-.10	143	0.000	0.122	0.122	0.000	0.081	0.081
1.00-1.25	N	-----	-----	-----	-----	-----	-----
.001-.01	283	0.039	0.000	0.039	0.039	0.000	0.039
.01-.05	217	0.000	0.060	0.060	0.000	0.055	0.055
.05-.10	124	0.000	0.395	0.395	0.000	0.331	0.331
.001-.10	544	0.015	0.114	0.129	0.015	0.097	0.112
1.25-1.50	N	-----	-----	-----	-----	-----	-----
.001-.01	169	0.053	0.000	0.053	0.065	0.000	0.065
.01-.05	177	0.000	0.079	0.079	0.000	0.062	0.062
.05-.10	103	0.000	0.330	0.330	0.01	0.272	0.292
.001-.10	449	0.020	0.107	0.127	0.027	0.087	0.114
1.50-1.75	N	-----	-----	-----	-----	-----	-----
.001-.01	144	0.097	0.007	0.104	0.097	0.007	0.104
.01-.05	155	0.000	0.084	0.084	0.000	0.077	0.077
.05-.10	92	0.000	0.402	0.402	0.000	0.315	0.315
.001-.10	391	0.036	0.130	0.166	0.036	0.107	0.143
1.75-2.25	N	-----	-----	-----	-----	-----	-----
.001-.01	184	0.136	0.098	0.234	0.141	0.098	0.239
.01-.05	202	0.000	0.153	0.153	0.000	0.134	0.134
.05-.10	115	0.000	0.270	0.270	0.000	0.209	0.209
.001-.10	501	0.050	0.160	0.210	0.052	0.138	0.190
2.25-3.00	N	-----	-----	-----	-----	-----	-----
.001-.01	203	0.148	0.256	0.404	0.153	0.256	0.409
.01-.05	218	0.000	0.225	0.225	0.000	0.216	0.216
.05-.10	133	0.000	0.286	0.286	0.000	0.271	0.271
.001-.10	554	0.054	0.251	0.305	0.056	0.244	0.300
3.00-4.25	N	-----	-----	-----	-----	-----	-----
.001-.01	146	0.055	0.390	0.445	0.055	0.390	0.445
.01-.05	173	0.000	0.301	0.301	0.000	0.289	0.289
.05-.10	102	0.000	0.324	0.324	0.000	0.255	0.255
.001-.10	421	0.019	0.337	0.356	0.019	0.316	0.335
4.25-6.00	N	-----	-----	-----	-----	-----	-----
.001-.01	116	0.000	0.534	0.534	0.000	0.534	0.534
.01-.05	142	0.000	0.380	0.380	0.000	0.373	0.373
.05-.10	97	0.000	0.433	0.433	0.000	0.381	0.381
.001-.10	355	0.000	0.445	0.445	0.000	0.428	0.428

37- 43		Una Cola					
		H2			HC		
	N	H+	H-	Ho	H+	H-	Ho
1.00-1.00							
.001-.01	35	0.063	0.000	0.063	0.063	0.000	0.063
.01-.05	92	0.000	0.000	0.000	0.011	0.000	0.011
.05-.10	54	0.000	0.259	0.259	0.037	0.111	0.148
.001-.10	241	0.025	0.059	0.093	0.037	0.025	0.062
1.00-1.25							
.001-.01	430	0.035	0.000	0.035	0.040	0.000	0.040
.01-.05	437	0.000	0.050	0.050	0.000	0.041	0.041
.05-.10	245	0.000	0.306	0.306	0.000	0.216	0.216
.001-.10	1112	0.013	0.097	0.101	0.015	0.064	0.079
1.25-1.50							
.001-.01	397	0.060	0.000	0.060	0.063	0.000	0.063
.01-.05	400	0.000	0.045	0.045	0.000	0.040	0.040
.05-.10	230	0.000	0.261	0.261	0.013	0.200	0.213
.001-.10	1007	0.023	0.076	0.099	0.027	0.060	0.088
1.50-1.75							
.001-.01	296	0.095	0.000	0.095	0.098	0.000	0.098
.01-.05	301	0.000	0.060	0.060	0.000	0.060	0.060
.05-.10	180	0.000	0.222	0.222	0.000	0.200	0.200
.001-.10	777	0.036	0.075	0.111	0.037	0.069	0.107
1.75-2.25							
.001-.01	449	0.122	0.069	0.192	0.127	0.069	0.196
.01-.05	470	0.002	0.098	0.100	0.004	0.091	0.096
.05-.10	262	0.000	0.153	0.153	0.000	0.111	0.111
.001-.10	1131	0.047	0.099	0.146	0.050	0.097	0.137
2.25-3.00							
.001-.01	419	0.162	0.308	0.370	0.165	0.203	0.368
.01-.05	439	0.002	0.146	0.148	0.005	0.142	0.146
.05-.10	254	0.000	0.248	0.248	0.000	0.209	0.209
.001-.10	1111	0.062	0.193	0.255	0.064	0.180	0.244
3.00-4.25							
.001-.01	366	0.202	0.325	0.527	0.205	0.325	0.530
.01-.05	399	0.003	0.226	0.229	0.008	0.206	0.213
.05-.10	230	0.000	0.283	0.283	0.000	0.191	0.191
.001-.10	995	0.075	0.275	0.351	0.078	0.246	0.325
4.25-5.00							
.001-.01	261	0.031	0.437	0.467	0.054	0.429	0.483
.01-.05	235	0.000	0.315	0.315	0.000	0.295	0.295
.05-.10	192	0.000	0.344	0.344	0.000	0.291	0.291
.001-.10	749	0.011	0.365	0.376	0.019	0.338	0.357

Una Cola							
48- 52		H2			HC		
		H+	H-	Ho	H+	H-	Ho
1.00-1.00	N						
.001-.01	140	0.043	0.000	0.043	0.043	0.000	0.043
.01-.05	130	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
.05-.10	73	0.000	0.192	0.192	0.014	0.027	0.041
.001-.10	343	0.017	0.041	0.059	0.020	0.006	0.026
1.00-1.25	N						
.001-.01	536	0.030	0.000	0.030	0.032	0.000	0.032
.01-.05	535	0.000	0.026	0.026	0.000	0.022	0.022
.05-.10	291	0.000	0.227	0.227	0.007	0.165	0.172
.001-.10	1361	0.012	0.059	0.070	0.014	0.044	0.058
1.25-1.50	N						
.001-.01	535	0.049	0.000	0.049	0.049	0.000	0.049
.01-.05	529	0.000	0.032	0.032	0.000	0.025	0.025
.05-.10	297	0.000	0.226	0.226	0.003	0.162	0.165
.001-.10	1361	0.019	0.062	0.081	0.020	0.045	0.065
1.50-1.75	N						
.001-.01	399	0.075	0.013	0.088	0.077	0.010	0.088
.01-.05	390	0.000	0.055	0.055	0.000	0.055	0.055
.05-.10	220	0.000	0.195	0.195	0.000	0.173	0.173
.001-.10	989	0.029	0.070	0.099	0.030	0.064	0.094
1.75-2.25	N						
.001-.01	574	0.092	0.061	0.153	0.094	0.056	0.150
.01-.05	597	0.005	0.065	0.070	0.010	0.061	0.072
.05-.10	323	0.000	0.111	0.111	0.000	0.090	0.090
.001-.10	1484	0.038	0.073	0.111	0.040	0.065	0.106
2.25-3.00	N						
.001-.01	574	0.125	0.176	0.301	0.127	0.172	0.300
.01-.05	584	0.017	0.130	0.149	0.024	0.113	0.142
.05-.10	324	0.000	0.201	0.201	0.000	0.149	0.148
.001-.10	1482	0.055	0.164	0.219	0.059	0.146	0.204
3.00-4.25	N						
.001-.01	472	0.167	0.269	0.436	0.167	0.267	0.434
.01-.05	496	0.022	0.204	0.226	0.036	0.181	0.219
.05-.10	236	0.000	0.231	0.231	0.000	0.168	0.168
.001-.10	1254	0.072	0.234	0.306	0.077	0.211	0.288
4.25-6.00	N						
.001-.01	333	0.174	0.372	0.547	0.195	0.366	0.562
.01-.05	362	0.003	0.265	0.268	0.006	0.257	0.262
.05-.10	221	0.000	0.294	0.294	0.000	0.249	0.249
.001-.10	916	0.064	0.311	0.376	0.073	0.295	0.368

Des Coias		CK			PH			S			T		
16- 24		H+	H-	Ho	H+	H-	Ho	H+	H-	Ho	H+	H-	Ho
1.00-1.00	N												
.001-.01	36	0.694	0.000	0.694	0.694	0.000	0.694	0.694	0.000	0.694	0.694	0.000	0.694
.01-.05	42	0.714	0.000	0.714	0.714	0.000	0.714	0.714	0.000	0.714	0.714	0.000	0.714
.05-.10	23	0.714	0.000	0.714	0.714	0.000	0.714	0.714	0.000	0.714	0.714	0.000	0.714
.001-.10	106	0.703	0.000	0.703	0.703	0.000	0.703	0.703	0.000	0.703	0.703	0.000	0.703
1.00-1.25	N												
.001-.01	63	0.775	0.000	0.775	0.773	0.000	0.773	0.730	0.000	0.730	0.238	0.000	0.238
.01-.05	71	0.000	0.099	0.099	0.793	0.000	0.789	0.676	0.000	0.676	0.014	0.099	0.113
.05-.10	44	0.000	0.273	0.295	0.750	0.000	0.750	0.750	0.000	0.750	0.023	0.250	0.273
.001-.10	173	0.067	0.107	0.174	0.775	0.000	0.775	0.713	0.000	0.713	0.096	0.101	0.197
1.25-1.50	N												
.001-.01	63	0.254	0.000	0.254	0.325	0.000	0.325	0.633	0.000	0.633	0.270	0.000	0.270
.01-.05	64	0.047	0.047	0.094	0.625	0.000	0.625	0.562	0.000	0.562	0.062	0.031	0.094
.05-.10	46	0.152	0.304	0.457	0.761	0.000	0.761	0.597	0.000	0.597	0.152	0.283	0.435
.001-.10	173	0.150	0.099	0.249	0.734	0.000	0.734	0.613	0.000	0.613	0.162	0.087	0.249
1.50-1.75	N												
.001-.01	51	0.137	0.000	0.137	0.332	0.000	0.332	0.686	0.000	0.686	0.196	0.000	0.196
.01-.05	59	0.017	0.102	0.119	0.644	0.000	0.644	0.542	0.000	0.542	0.017	0.102	0.119
.05-.10	36	0.093	0.167	0.250	0.389	0.000	0.389	0.667	0.023	0.694	0.083	0.167	0.250
.001-.10	146	0.075	0.082	0.153	0.730	0.000	0.730	0.623	0.007	0.630	0.096	0.082	0.178
1.75-2.25	N												
.001-.01	61	0.279	0.000	0.279	0.951	0.000	0.951	0.639	0.000	0.639	0.361	0.000	0.361
.01-.05	70	0.157	0.014	0.171	0.736	0.000	0.736	0.443	0.000	0.443	0.171	0.014	0.186
.05-.10	39	0.154	0.282	0.436	0.744	0.000	0.744	0.436	0.026	0.462	0.154	0.205	0.359
.001-.10	170	0.200	0.071	0.271	0.835	0.000	0.835	0.512	0.006	0.518	0.235	0.053	0.288
2.25-3.00	N												
.001-.01	73	0.092	0.027	0.110	0.963	0.000	0.963	0.411	0.000	0.411	0.123	0.027	0.151
.01-.05	90	0.056	0.073	0.133	0.900	0.000	0.900	0.344	0.000	0.344	0.056	0.067	0.122
.05-.10	53	0.264	0.208	0.472	0.368	0.000	0.368	0.434	0.300	0.434	0.283	0.170	0.453
.001-.10	216	0.116	0.093	0.209	0.880	0.000	0.880	0.389	0.000	0.389	0.134	0.079	0.213
3.00-4.25	N												
.001-.01	47	0.064	0.213	0.277	0.691	0.000	0.691	0.362	0.170	0.532	0.170	0.213	0.383
.01-.05	57	0.033	0.193	0.231	0.772	0.000	0.772	0.246	0.053	0.299	0.088	0.175	0.263
.05-.10	37	0.162	0.324	0.486	0.919	0.000	0.919	0.432	0.081	0.514	0.216	0.270	0.486
.001-.10	141	0.099	0.234	0.333	0.780	0.000	0.780	0.333	0.099	0.433	0.149	0.213	0.362
4.25-6.00	N												
.001-.01	39	0.051	0.410	0.460	0.538	0.051	0.590	0.128	0.359	0.487	0.077	0.359	0.436
.01-.05	41	0.049	0.122	0.171	0.878	0.000	0.878	0.073	0.049	0.122	0.049	0.122	0.171
.05-.10	35	0.257	0.400	0.657	0.971	0.000	0.971	0.457	0.286	0.743	0.314	0.371	0.686
.001-.10	115	0.113	0.304	0.417	0.791	0.017	0.809	0.209	0.226	0.435	0.139	0.278	0.417

Dos Colas

27- 33	-----												
		CK			PH			S			T		
		-----			-----			-----			-----		
1.00-1.00	N	H+	H-	Ho	H+	H-	Ho	H+	H-	Ho	H+	H-	Ho
.001-.01	46	0.609	0.000	0.609	0.609	0.000	0.609	0.609	0.000	0.609	0.609	0.000	0.609
.01-.05	51	0.412	0.000	0.412	0.412	0.000	0.412	0.412	0.000	0.412	0.412	0.000	0.412
.05-.10	29	0.793	0.000	0.793	0.793	0.000	0.793	0.793	0.000	0.793	0.793	0.000	0.793
.001-.10	126	0.571	0.000	0.571	0.571	0.000	0.571	0.571	0.000	0.571	0.571	0.000	0.571
1.00-1.25	N	H+	H-	Ho	H+	H-	Ho	H+	H-	Ho	H+	H-	Ho
.001-.01	191	0.160	0.000	0.160	0.773	0.000	0.773	0.729	0.000	0.729	0.204	0.000	0.204
.01-.05	193	0.143	0.032	0.074	0.665	0.000	0.665	0.629	0.000	0.629	0.048	0.027	0.074
.05-.10	103	0.313	0.194	0.204	0.316	0.000	0.316	0.767	0.000	0.767	0.319	0.175	0.194
.001-.10	471	0.083	0.053	0.136	0.739	0.000	0.739	0.697	0.000	0.697	0.102	0.049	0.150
1.25-1.50	N	H+	H-	Ho	H+	H-	Ho	H+	H-	Ho	H+	H-	Ho
.001-.01	147	0.319	0.000	0.319	0.769	0.000	0.769	0.673	0.000	0.673	0.238	0.000	0.238
.01-.05	149	0.040	0.034	0.074	0.658	0.000	0.658	0.490	0.000	0.490	0.040	0.034	0.074
.05-.10	39	0.945	0.135	0.130	0.954	0.000	0.954	0.663	0.011	0.674	0.045	0.135	0.180
.001-.10	365	0.109	0.044	0.163	0.745	0.000	0.745	0.600	0.003	0.603	0.117	0.044	0.161
1.50-1.75	N	H+	H-	Ho	H+	H-	Ho	H+	H-	Ho	H+	H-	Ho
.001-.01	124	0.169	0.000	0.169	0.790	0.000	0.790	0.540	0.000	0.540	0.185	0.000	0.185
.01-.05	135	0.015	0.030	0.044	0.696	0.000	0.696	0.496	0.000	0.496	0.015	0.030	0.044
.05-.10	74	0.654	0.149	0.203	0.951	0.000	0.951	0.649	0.000	0.649	0.068	0.135	0.203
.001-.10	333	0.091	0.045	0.126	0.766	0.000	0.766	0.547	0.000	0.547	0.090	0.042	0.132
1.75-2.25	N	H+	H-	Ho	H+	H-	Ho	H+	H-	Ho	H+	H-	Ho
.001-.01	161	0.261	0.000	0.261	0.783	0.000	0.783	0.534	0.000	0.534	0.267	0.000	0.267
.01-.05	173	0.145	0.017	0.162	0.757	0.000	0.757	0.410	0.000	0.410	0.150	0.017	0.168
.05-.10	91	0.121	0.132	0.253	0.913	0.000	0.913	0.473	0.000	0.473	0.121	0.132	0.253
.001-.10	425	0.104	0.035	0.219	0.779	0.000	0.779	0.471	0.000	0.471	0.198	0.035	0.224
2.25-3.00	N	H+	H-	Ho	H+	H-	Ho	H+	H-	Ho	H+	H-	Ho
.001-.01	175	0.177	0.017	0.194	0.766	0.000	0.766	0.411	0.000	0.411	0.200	0.017	0.217
.01-.05	183	0.060	0.055	0.115	0.781	0.000	0.781	0.328	0.000	0.328	0.071	0.055	0.126
.05-.10	105	0.210	0.114	0.324	0.895	0.000	0.895	0.390	0.000	0.390	0.210	0.105	0.314
.001-.10	463	0.138	0.054	0.192	0.801	0.000	0.801	0.374	0.000	0.374	0.151	0.052	0.203
3.00-4.25	N	H+	H-	Ho	H+	H-	Ho	H+	H-	Ho	H+	H-	Ho
.001-.01	135	0.080	0.144	0.224	0.712	0.000	0.712	0.290	0.072	0.352	0.088	0.136	0.224
.01-.05	140	0.050	0.079	0.129	0.807	0.000	0.807	0.257	0.029	0.286	0.071	0.079	0.150
.05-.10	30	0.098	0.171	0.268	0.963	0.000	0.963	0.293	0.024	0.317	0.122	0.159	0.280
.001-.10	347	0.072	0.124	0.196	0.810	0.000	0.810	0.274	0.043	0.317	0.089	0.118	0.207
4.25-6.00	N	H+	H-	Ho	H+	H-	Ho	H+	H-	Ho	H+	H-	Ho
.001-.01	103	0.155	0.350	0.505	0.573	0.049	0.621	0.311	0.272	0.583	0.223	0.340	0.563
.01-.05	116	0.086	0.112	0.198	0.871	0.000	0.871	0.224	0.043	0.267	0.086	0.112	0.198
.05-.10	73	0.274	0.260	0.534	0.959	0.000	0.959	0.384	0.178	0.562	0.274	0.233	0.507
.001-.10	292	0.158	0.233	0.390	0.798	0.017	0.805	0.295	0.158	0.452	0.182	0.223	0.404

37- 43		Dos Colas												
		CK			PH			S			T			
		N	H+	H-	Ho	H+	H-	Ho	H+	H-	Ho	H+	H-	Ho
1.00-1.00														
.001-.01	91	0.704	0.000	0.704	0.704	0.000	0.704	0.704	0.000	0.704	0.704	0.000	0.704	
.01-.05	83	0.566	0.000	0.566	0.566	0.000	0.566	0.566	0.000	0.566	0.566	0.000	0.566	
.05-.10	42	0.667	0.000	0.667	0.667	0.000	0.667	0.667	0.000	0.667	0.667	0.000	0.667	
.001-.10	206	0.641	0.000	0.641	0.641	0.000	0.641	0.641	0.000	0.641	0.641	0.000	0.641	
1.00-1.25														
.001-.01	389	0.144	0.000	0.144	0.787	0.000	0.787	0.733	0.000	0.733	0.147	0.000	0.147	
.01-.05	362	0.024	0.018	0.042	0.662	0.000	0.662	0.586	0.000	0.586	0.037	0.018	0.055	
.05-.10	212	0.005	0.132	0.137	0.783	0.000	0.783	0.755	0.000	0.755	0.009	0.127	0.137	
.001-.10	333	0.067	0.036	0.103	0.738	0.000	0.738	0.681	0.000	0.681	0.074	0.035	0.109	
1.25-1.50														
.001-.01	356	0.157	0.000	0.157	0.671	0.000	0.671	0.573	0.000	0.573	0.156	0.000	0.156	
.01-.05	349	0.043	0.014	0.057	0.596	0.000	0.596	0.476	0.000	0.476	0.043	0.014	0.057	
.05-.10	190	0.058	0.163	0.221	0.769	0.000	0.769	0.579	0.000	0.579	0.058	0.147	0.205	
.001-.10	895	0.092	0.040	0.132	0.663	0.000	0.663	0.536	0.000	0.536	0.095	0.037	0.132	
1.50-1.75														
.001-.01	264	0.149	0.000	0.148	0.697	0.000	0.697	0.519	0.000	0.519	0.159	0.000	0.159	
.01-.05	260	0.015	0.012	0.027	0.631	0.000	0.631	0.435	0.000	0.435	0.015	0.012	0.027	
.05-.10	148	0.054	0.135	0.189	0.791	0.000	0.791	0.520	0.000	0.520	0.054	0.128	0.182	
.001-.10	672	0.076	0.034	0.110	0.692	0.000	0.692	0.487	0.000	0.487	0.080	0.033	0.113	
1.75-2.25														
.001-.01	396	0.157	0.000	0.157	0.732	0.000	0.732	0.457	0.000	0.457	0.162	0.000	0.162	
.01-.05	457	0.091	0.017	0.098	0.686	0.000	0.686	0.349	0.000	0.349	0.091	0.017	0.108	
.05-.10	231	0.071	0.118	0.190	0.934	0.000	0.934	0.460	0.000	0.460	0.076	0.109	0.185	
.001-.10	1014	0.109	0.032	0.140	0.735	0.000	0.735	0.414	0.000	0.414	0.115	0.030	0.145	
2.25-3.00														
.001-.01	372	0.142	0.016	0.159	0.769	0.000	0.769	0.280	0.000	0.280	0.153	0.013	0.167	
.01-.05	372	0.035	0.024	0.059	0.731	0.000	0.731	0.315	0.000	0.315	0.040	0.024	0.065	
.05-.10	202	0.139	0.114	0.252	0.837	0.000	0.837	0.411	0.000	0.411	0.139	0.114	0.252	
.001-.10	946	0.099	0.040	0.140	0.768	0.000	0.768	0.321	0.000	0.321	0.106	0.039	0.145	
3.00-4.25														
.001-.01	316	0.130	0.111	0.241	0.725	0.003	0.728	0.297	0.044	0.342	0.152	0.095	0.247	
.01-.05	332	0.039	0.060	0.099	0.786	0.000	0.786	0.250	0.021	0.271	0.051	0.054	0.105	
.05-.10	185	0.108	0.103	0.211	0.897	0.000	0.897	0.324	0.011	0.335	0.114	0.103	0.216	
.001-.10	833	0.089	0.089	0.178	0.788	0.001	0.789	0.285	0.028	0.312	0.103	0.080	0.184	
4.25-6.00														
.001-.01	225	0.111	0.253	0.364	0.613	0.053	0.667	0.258	0.204	0.462	0.116	0.244	0.360	
.01-.05	240	0.042	0.092	0.133	0.875	0.000	0.875	0.212	0.033	0.246	0.054	0.092	0.146	
.05-.10	161	0.212	0.119	0.331	0.974	0.000	0.974	0.278	0.093	0.371	0.212	0.119	0.331	
.001-.10	616	0.109	0.157	0.266	0.804	0.019	0.823	0.245	0.110	0.356	0.115	0.154	0.269	

Das Colas

48- 52													

		CK			PH			S			T		
-----		-----			-----			-----			-----		
1.00-1.00	N	H+	H-	Ho	H+	H-	Ho	H+	H-	Ho	H+	H-	Ho
1.001-.01	122	0.623	0.000	0.623	0.623	0.000	0.623	0.623	0.000	0.623	0.623	0.000	0.623
.01-.05	115	0.391	0.000	0.391	0.391	0.000	0.391	0.391	0.000	0.391	0.391	0.000	0.391
.05-.10	66	0.727	0.000	0.727	0.727	0.000	0.727	0.727	0.000	0.727	0.727	0.000	0.727
1.001-.10	303	0.553	0.000	0.553	0.553	0.000	0.553	0.553	0.000	0.553	0.553	0.000	0.553
1.00-1.05 <th>N</th> <th>H+</th> <th>H-</th> <th>Ho</th> <th>H+</th> <th>H-</th> <th>Ho</th> <th>H+</th> <th>H-</th> <th>Ho</th> <th>H+</th> <th>H-</th> <th>Ho</th>	N	H+	H-	Ho	H+	H-	Ho	H+	H-	Ho	H+	H-	Ho
1.001-.01	487	0.103	0.000	0.103	0.694	0.000	0.694	0.637	0.000	0.637	0.103	0.000	0.103
.01-.05	466	0.024	0.013	0.036	0.560	0.000	0.560	0.515	0.000	0.515	0.026	0.013	0.039
.05-.10	251	0.009	0.103	0.116	0.777	0.000	0.777	0.721	0.000	0.721	0.012	0.108	0.120
1.001-.10	1204	0.052	0.027	0.090	0.659	0.000	0.659	0.607	0.000	0.607	0.054	0.027	0.091
1.25-1.50 <th>N</th> <th>H+</th> <th>H-</th> <th>Ho</th> <th>H+</th> <th>H-</th> <th>Ho</th> <th>H+</th> <th>H-</th> <th>Ho</th> <th>H+</th> <th>H-</th> <th>Ho</th>	N	H+	H-	Ho	H+	H-	Ho	H+	H-	Ho	H+	H-	Ho
1.001-.01	480	0.150	0.000	0.150	0.621	0.000	0.621	0.512	0.000	0.512	0.156	0.000	0.156
.01-.05	461	0.039	0.004	0.043	0.553	0.000	0.553	0.406	0.000	0.406	0.039	0.004	0.043
.05-.10	252	0.056	0.075	0.131	0.758	0.000	0.758	0.579	0.000	0.579	0.056	0.071	0.127
1.001-.10	1193	0.087	0.013	0.103	0.624	0.000	0.624	0.495	0.000	0.495	0.090	0.017	0.106
1.50-1.75 <th>N</th> <th>H+</th> <th>H-</th> <th>Ho</th> <th>H+</th> <th>H-</th> <th>Ho</th> <th>H+</th> <th>H-</th> <th>Ho</th> <th>H+</th> <th>H-</th> <th>Ho</th>	N	H+	H-	Ho	H+	H-	Ho	H+	H-	Ho	H+	H-	Ho
1.001-.01	350	0.109	0.000	0.109	0.626	0.000	0.626	0.434	0.000	0.434	0.117	0.000	0.117
.01-.05	332	0.012	0.003	0.015	0.584	0.000	0.584	0.358	0.000	0.358	0.012	0.003	0.015
.05-.10	184	0.037	0.132	0.120	0.772	0.000	0.772	0.533	0.000	0.533	0.037	0.032	0.120
1.001-.10	966	0.054	0.021	0.075	0.641	0.000	0.641	0.426	0.000	0.426	0.058	0.021	0.079
1.75-2.25 <th>N</th> <th>H+</th> <th>H-</th> <th>Ho</th> <th>H+</th> <th>H-</th> <th>Ho</th> <th>H+</th> <th>H-</th> <th>Ho</th> <th>H+</th> <th>H-</th> <th>Ho</th>	N	H+	H-	Ho	H+	H-	Ho	H+	H-	Ho	H+	H-	Ho
1.001-.01	519	0.164	0.000	0.164	0.597	0.000	0.597	0.408	0.000	0.408	0.164	0.000	0.164
.01-.05	503	0.066	0.006	0.072	0.632	0.000	0.632	0.276	0.000	0.276	0.069	0.006	0.074
.05-.10	270	0.063	0.048	0.111	0.826	0.000	0.826	0.467	0.000	0.467	0.067	0.048	0.115
1.001-.10	1093	0.104	0.012	0.117	0.659	0.000	0.659	0.369	0.000	0.369	0.106	0.012	0.118
2.25-3.00 <th>N</th> <th>H+</th> <th>H-</th> <th>Ho</th> <th>H+</th> <th>H-</th> <th>Ho</th> <th>H+</th> <th>H-</th> <th>Ho</th> <th>H+</th> <th>H-</th> <th>Ho</th>	N	H+	H-	Ho	H+	H-	Ho	H+	H-	Ho	H+	H-	Ho
1.001-.01	507	0.168	0.006	0.174	0.694	0.000	0.694	0.284	0.000	0.284	0.170	0.006	0.176
.01-.05	498	0.060	0.020	0.080	0.681	0.000	0.681	0.251	0.000	0.251	0.066	0.019	0.084
.05-.10	267	0.112	0.030	0.142	0.854	0.000	0.854	0.333	0.000	0.333	0.112	0.030	0.142
1.001-.10	1272	0.114	0.017	0.131	0.722	0.000	0.722	0.281	0.000	0.281	0.117	0.016	0.133
3.00-4.25 <th>N</th> <th>H+</th> <th>H-</th> <th>Ho</th> <th>H+</th> <th>H-</th> <th>Ho</th> <th>H+</th> <th>H-</th> <th>Ho</th> <th>H+</th> <th>H-</th> <th>Ho</th>	N	H+	H-	Ho	H+	H-	Ho	H+	H-	Ho	H+	H-	Ho
1.001-.01	414	0.162	0.097	0.258	0.686	0.002	0.688	0.239	0.036	0.275	0.167	0.087	0.254
.01-.05	420	0.043	0.036	0.079	0.729	0.000	0.729	0.205	0.017	0.221	0.049	0.036	0.083
.05-.10	231	0.110	0.063	0.165	0.913	0.000	0.913	0.255	0.009	0.264	0.110	0.061	0.160
1.001-.10	1065	0.161	0.066	0.267	0.753	0.001	0.753	0.229	0.023	0.252	0.165	0.061	0.166
4.25-6.00 <th>N</th> <th>H+</th> <th>H-</th> <th>Ho</th> <th>H+</th> <th>H-</th> <th>Ho</th> <th>H+</th> <th>H-</th> <th>Ho</th> <th>H+</th> <th>H-</th> <th>Ho</th>	N	H+	H-	Ho	H+	H-	Ho	H+	H-	Ho	H+	H-	Ho
1.001-.01	288	0.188	0.205	0.392	0.642	0.042	0.684	0.302	0.149	0.451	0.191	0.198	0.389
.01-.05	301	0.060	0.063	0.123	0.847	0.000	0.847	0.163	0.027	0.193	0.060	0.063	0.123
.05-.10	179	0.184	0.101	0.295	0.961	0.000	0.961	0.246	0.067	0.313	0.184	0.095	0.279
1.001-.10	768	0.137	0.125	0.262	0.797	0.016	0.812	0.234	0.082	0.316	0.138	0.121	0.259

Dos Colas

16- 24	U			C			H1			M			
-----	---			---			---			---			
1.00-1.00	N	H+	H-	Ho	H+	H-	Ho	H+	H-	Ho	H+	H-	Ho
0.01-0.01	36	0.000	0.000	0.000	0.167	0.000	0.167	0.167	0.000	0.167	0.167	0.000	0.167
0.01-0.05	42	0.000	0.233	0.233	0.000	0.095	0.095	0.000	0.095	0.095	0.000	0.095	0.095
0.05-0.10	28	0.000	0.714	0.714	0.036	0.429	0.464	0.036	0.429	0.464	0.071	0.429	0.500
0.001-0.10	106	0.000	0.293	0.293	0.066	0.151	0.217	0.066	0.151	0.217	0.075	0.151	0.226
1.00-1.05	N	H+	H-	Ho	H+	H-	Ho	H+	H-	Ho	H+	H-	Ho
0.01-0.01	63	0.111	0.016	0.127	0.206	0.000	0.206	0.206	0.000	0.206	0.206	0.000	0.206
0.01-0.05	71	0.000	0.113	0.113	0.014	0.070	0.085	0.014	0.070	0.085	0.014	0.070	0.085
0.05-0.10	44	0.000	0.409	0.409	0.068	0.313	0.386	0.068	0.313	0.386	0.068	0.313	0.386
0.001-0.10	178	0.339	0.152	0.191	0.096	0.107	0.202	0.096	0.107	0.202	0.096	0.107	0.202
1.05-1.50	N	H+	H-	Ho	H+	H-	Ho	H+	H-	Ho	H+	H-	Ho
0.01-0.01	63	0.111	0.016	0.127	0.206	0.000	0.206	0.206	0.000	0.206	0.222	0.000	0.222
0.01-0.05	64	0.000	0.078	0.078	0.031	0.062	0.094	0.031	0.062	0.094	0.031	0.062	0.094
0.05-0.10	46	0.000	0.479	0.479	0.065	0.326	0.391	0.065	0.304	0.370	0.065	0.304	0.370
0.001-0.10	173	0.340	0.162	0.202	0.104	0.110	0.214	0.104	0.104	0.206	0.110	0.104	0.214
1.50-2.75	N	H+	H-	Ho	H+	H-	Ho	H+	H-	Ho	H+	H-	Ho
0.01-0.01	61	0.039	0.000	0.039	0.098	0.000	0.098	0.098	0.000	0.098	0.137	0.000	0.137
0.01-0.05	59	0.000	0.153	0.153	0.000	0.102	0.102	0.000	0.102	0.102	0.000	0.102	0.102
0.05-0.10	36	0.000	0.306	0.306	0.028	0.167	0.194	0.028	0.167	0.194	0.028	0.167	0.194
0.001-0.10	146	0.014	0.137	0.151	0.041	0.082	0.123	0.041	0.082	0.123	0.055	0.082	0.137
2.75-3.25	N	H+	H-	Ho	H+	H-	Ho	H+	H-	Ho	H+	H-	Ho
0.01-0.01	61	0.000	0.000	0.000	0.038	0.000	0.038	0.098	0.000	0.098	0.131	0.000	0.131
0.01-0.05	70	0.014	0.100	0.114	0.043	0.043	0.086	0.043	0.043	0.086	0.043	0.043	0.086
0.05-0.10	39	0.026	0.513	0.539	0.026	0.333	0.359	0.026	0.333	0.359	0.026	0.333	0.359
0.001-0.10	170	0.012	0.159	0.171	0.059	0.094	0.153	0.059	0.094	0.153	0.071	0.094	0.165
3.25-3.00	N	H+	H-	Ho	H+	H-	Ho	H+	H-	Ho	H+	H-	Ho
0.01-0.01	73	0.000	0.110	0.110	0.096	0.055	0.151	0.110	0.055	0.164	0.137	0.055	0.192
0.01-0.05	90	0.000	0.167	0.167	0.044	0.144	0.189	0.044	0.144	0.189	0.044	0.144	0.189
0.05-0.10	53	0.094	0.340	0.434	0.151	0.189	0.340	0.151	0.189	0.340	0.151	0.189	0.340
0.001-0.10	216	0.023	0.190	0.213	0.088	0.125	0.213	0.093	0.125	0.213	0.102	0.125	0.227
3.00-4.25	N	H+	H-	Ho	H+	H-	Ho	H+	H-	Ho	H+	H-	Ho
0.01-0.01	47	0.000	0.277	0.277	0.129	0.255	0.383	0.129	0.255	0.383	0.149	0.234	0.383
0.01-0.05	57	0.019	0.246	0.263	0.019	0.193	0.211	0.019	0.193	0.211	0.018	0.175	0.193
0.05-0.10	37	0.135	0.459	0.595	0.162	0.324	0.486	0.162	0.324	0.486	0.162	0.324	0.486
0.001-0.10	141	0.043	0.312	0.355	0.092	0.243	0.340	0.092	0.243	0.340	0.099	0.234	0.333
4.25-6.00	N	H+	H-	Ho	H+	H-	Ho	H+	H-	Ho	H+	H-	Ho
0.01-0.01	33	0.000	0.462	0.462	0.103	0.359	0.462	0.103	0.359	0.462	0.128	0.359	0.487
0.01-0.05	41	0.000	0.195	0.195	0.024	0.098	0.122	0.024	0.098	0.122	0.024	0.098	0.122
0.05-0.10	35	0.143	0.543	0.636	0.286	0.429	0.714	0.286	0.429	0.714	0.314	0.429	0.743
0.001-0.10	115	0.043	0.391	0.435	0.130	0.287	0.417	0.130	0.287	0.417	0.148	0.287	0.435

Des Colas

27- 33													

		U			C			H			M		
		---			---			---			---		
1.00-1.30	N	H+	H-	Ho	H+	H-	Ho	H+	H-	Ho	H+	H-	Ho
.001-.01	46	0.000	0.000	0.000	0.087	0.000	0.087	0.130	0.000	0.130	0.130	0.000	0.130
.01-.05	51	0.000	0.196	0.196	0.000	0.196	0.196	0.000	0.196	0.196	0.020	0.196	0.216
.05-.10	19	0.000	0.345	0.345	0.034	0.207	0.241	0.034	0.207	0.241	0.034	0.207	0.241
.001-.10	126	0.000	0.193	0.193	0.040	0.127	0.167	0.056	0.127	0.193	0.063	0.127	0.190
1.00-1.35 <th>N</th> <th>H-</th> <th>H-</th> <th>Ho</th> <th>H-</th> <th>H-</th> <th>Ho</th> <th>H+</th> <th>H-</th> <th>Ho</th> <th>H+</th> <th>H-</th> <th>Ho</th>	N	H-	H-	Ho	H-	H-	Ho	H+	H-	Ho	H+	H-	Ho
.001-.01	181	0.127	0.000	0.127	0.199	0.000	0.199	0.199	0.000	0.199	0.199	0.000	0.199
.01-.05	193	0.011	0.037	0.048	0.016	0.027	0.043	0.016	0.027	0.043	0.021	0.027	0.048
.05-.10	103	0.01	0.072	0.092	0.01	0.204	0.214	0.01	0.204	0.214	0.01	0.204	0.214
.001-.10	472	0.055	0.074	0.129	0.085	0.055	0.140	0.085	0.055	0.140	0.087	0.055	0.142
1.35-1.50 <th>N</th> <th>H-</th> <th>H-</th> <th>Ho</th> <th>H-</th> <th>H-</th> <th>Ho</th> <th>H+</th> <th>H-</th> <th>Ho</th> <th>H+</th> <th>H-</th> <th>Ho</th>	N	H-	H-	Ho	H-	H-	Ho	H+	H-	Ho	H+	H-	Ho
.001-.01	147	0.122	0.000	0.122	0.150	0.000	0.150	0.150	0.000	0.150	0.150	0.000	0.150
.01-.05	149	0.000	0.040	0.040	0.020	0.040	0.060	0.020	0.040	0.060	0.020	0.040	0.060
.05-.10	39	0.000	0.258	0.258	0.022	0.180	0.202	0.022	0.180	0.202	0.022	0.180	0.202
.001-.10	385	0.039	0.075	0.114	0.070	0.057	0.127	0.070	0.057	0.127	0.070	0.057	0.127
1.50-1.75 <th>N</th> <th>H+</th> <th>H-</th> <th>Ho</th> <th>H+</th> <th>H-</th> <th>Ho</th> <th>H+</th> <th>H-</th> <th>Ho</th> <th>H+</th> <th>H-</th> <th>Ho</th>	N	H+	H-	Ho	H+	H-	Ho	H+	H-	Ho	H+	H-	Ho
.001-.01	124	0.007	0.000	0.007	0.153	0.000	0.153	0.153	0.000	0.153	0.153	0.000	0.153
.01-.05	135	0.000	0.059	0.059	0.000	0.030	0.030	0.000	0.030	0.030	0.000	0.030	0.030
.05-.10	74	0.000	0.139	0.139	0.063	0.162	0.230	0.081	0.162	0.243	0.081	0.162	0.243
.001-.10	333	0.036	0.066	0.102	0.072	0.048	0.120	0.075	0.048	0.123	0.075	0.048	0.123
1.75-2.15 <th>N</th> <th>H+</th> <th>H-</th> <th>Ho</th> <th>H+</th> <th>H-</th> <th>Ho</th> <th>H+</th> <th>H-</th> <th>Ho</th> <th>H+</th> <th>H-</th> <th>Ho</th>	N	H+	H-	Ho	H+	H-	Ho	H+	H-	Ho	H+	H-	Ho
.001-.01	161	0.124	0.000	0.124	0.143	0.000	0.143	0.143	0.000	0.143	0.143	0.000	0.143
.01-.05	173	0.017	0.040	0.059	0.035	0.029	0.064	0.035	0.029	0.064	0.035	0.029	0.064
.05-.10	31	0.000	0.309	0.309	0.011	0.209	0.220	0.011	0.209	0.220	0.011	0.209	0.220
.001-.10	425	0.054	0.032	0.136	0.071	0.056	0.127	0.071	0.056	0.127	0.071	0.056	0.127
2.15-3.00 <th>N</th> <th>H+</th> <th>H-</th> <th>Ho</th> <th>H+</th> <th>H-</th> <th>Ho</th> <th>H+</th> <th>H-</th> <th>Ho</th> <th>H+</th> <th>H-</th> <th>Ho</th>	N	H+	H-	Ho	H+	H-	Ho	H+	H-	Ho	H+	H-	Ho
.001-.01	175	0.063	0.040	0.103	0.137	0.029	0.166	0.137	0.029	0.166	0.143	0.029	0.171
.01-.05	183	0.005	0.087	0.093	0.033	0.071	0.104	0.033	0.071	0.104	0.038	0.071	0.109
.05-.10	105	0.114	0.267	0.381	0.152	0.171	0.324	0.152	0.171	0.324	0.162	0.171	0.333
.001-.10	463	0.052	0.110	0.162	0.099	0.078	0.177	0.099	0.078	0.177	0.106	0.078	0.184
3.00-4.15 <th>N</th> <th>H+</th> <th>H-</th> <th>Ho</th> <th>H-</th> <th>H-</th> <th>Ho</th> <th>H+</th> <th>H-</th> <th>Ho</th> <th>H+</th> <th>H-</th> <th>Ho</th>	N	H+	H-	Ho	H-	H-	Ho	H+	H-	Ho	H+	H-	Ho
.001-.01	125	0.016	0.169	0.184	0.096	0.160	0.256	0.096	0.160	0.256	0.096	0.160	0.256
.01-.05	140	0.014	0.114	0.129	0.029	0.086	0.114	0.036	0.086	0.121	0.043	0.086	0.129
.05-.10	30	0.039	0.232	0.329	0.098	0.146	0.244	0.098	0.146	0.244	0.098	0.146	0.244
.001-.10	347	0.035	0.161	0.196	0.069	0.127	0.196	0.072	0.127	0.199	0.075	0.127	0.202
4.15-6.00 <th>N</th> <th>H+</th> <th>H-</th> <th>Ho</th> <th>H+</th> <th>H-</th> <th>Ho</th> <th>H+</th> <th>H-</th> <th>Ho</th> <th>H+</th> <th>H-</th> <th>Ho</th>	N	H+	H-	Ho	H+	H-	Ho	H+	H-	Ho	H+	H-	Ho
.001-.01	103	0.059	0.359	0.427	0.214	0.359	0.573	0.214	0.359	0.573	0.214	0.359	0.573
.01-.05	116	0.017	0.193	0.216	0.069	0.155	0.224	0.069	0.155	0.224	0.086	0.147	0.233
.05-.10	73	0.123	0.315	0.439	0.205	0.274	0.479	0.205	0.274	0.479	0.205	0.274	0.479
.001-.10	392	0.059	0.239	0.346	0.154	0.257	0.411	0.154	0.257	0.411	0.161	0.253	0.414

Dos Colas

37- 43		U			C			H			M		
-----		-----			-----			-----			-----		
1.00-1.50	N	H+	H-	Ho	H+	H-	Ho	H+	H-	Ho	H+	H-	Ho
.001-.01	81	0.025	0.000	0.025	0.025	0.000	0.025	0.037	0.000	0.037	0.037	0.000	0.037
.01-.05	83	0.000	0.120	0.120	0.000	0.096	0.096	0.000	0.072	0.072	0.000	0.072	0.072
.05-.10	40	0.000	0.286	0.286	0.000	0.238	0.238	0.000	0.238	0.238	0.000	0.238	0.238
.001-.10	296	0.001	0.107	0.117	0.001	0.087	0.097	0.015	0.079	0.092	0.015	0.079	0.092
1.00-1.25	N	H+	H-	Ho	H+	H-	Ho	H+	H-	Ho	H+	H-	Ho
.001-.01	393	0.103	0.000	0.103	0.133	0.000	0.133	0.133	0.000	0.133	0.133	0.000	0.133
.01-.05	392	0.005	0.029	0.034	0.021	0.021	0.042	0.021	0.021	0.042	0.024	0.021	0.045
.05-.10	212	0.000	0.133	0.133	0.000	0.146	0.146	0.000	0.146	0.146	0.000	0.146	0.146
.001-.10	393	0.033	0.053	0.106	0.063	0.040	0.103	0.063	0.040	0.103	0.064	0.040	0.104
1.25-1.50	N	H+	H-	Ho	H+	H-	Ho	H+	H-	Ho	H+	H-	Ho
.001-.01	256	0.133	0.000	0.133	0.152	0.000	0.152	0.152	0.000	0.152	0.157	0.000	0.157
.01-.05	343	0.023	0.032	0.054	0.026	0.017	0.043	0.026	0.017	0.043	0.026	0.017	0.043
.05-.10	190	0.026	0.226	0.253	0.032	0.179	0.211	0.032	0.179	0.211	0.032	0.179	0.211
.001-.10	396	0.069	0.060	0.130	0.077	0.045	0.122	0.077	0.045	0.122	0.079	0.045	0.124
1.50-1.75	N	H+	H-	Ho	H+	H-	Ho	H+	H-	Ho	H+	H-	Ho
.001-.01	264	0.091	0.000	0.091	0.117	0.000	0.117	0.117	0.000	0.117	0.125	0.000	0.125
.01-.05	260	0.004	0.018	0.019	0.008	0.012	0.019	0.008	0.012	0.019	0.008	0.012	0.019
.05-.10	148	0.000	0.203	0.203	0.020	0.155	0.176	0.020	0.155	0.176	0.020	0.155	0.176
.001-.10	672	0.037	0.051	0.088	0.054	0.039	0.092	0.054	0.039	0.092	0.057	0.039	0.095
1.75-2.25	N	H+	H-	Ho	H+	H-	Ho	H+	H-	Ho	H+	H-	Ho
.001-.01	396	0.106	0.000	0.106	0.119	0.000	0.119	0.119	0.000	0.119	0.119	0.000	0.119
.01-.05	407	0.023	0.027	0.057	0.037	0.022	0.059	0.037	0.022	0.059	0.037	0.022	0.059
.05-.10	211	0.005	0.199	0.204	0.005	0.152	0.156	0.005	0.152	0.156	0.005	0.152	0.156
.001-.10	1014	0.054	0.052	0.107	0.062	0.040	0.103	0.062	0.040	0.103	0.062	0.040	0.103
2.25-3.00	N	H+	H-	Ho	H+	H-	Ho	H+	H-	Ho	H+	H-	Ho
.001-.01	370	0.110	0.030	0.140	0.142	0.013	0.156	0.142	0.013	0.156	0.145	0.011	0.156
.01-.05	372	0.008	0.030	0.038	0.019	0.027	0.046	0.019	0.027	0.046	0.024	0.027	0.051
.05-.10	202	0.099	0.178	0.277	0.104	0.124	0.228	0.104	0.124	0.228	0.104	0.124	0.228
.001-.10	946	0.068	0.061	0.129	0.066	0.042	0.128	0.066	0.042	0.129	0.069	0.041	0.130
3.00-4.25	N	H+	H-	Ho	H+	H-	Ho	H+	H-	Ho	H+	H-	Ho
.001-.01	316	0.085	0.130	0.215	0.152	0.120	0.272	0.152	0.120	0.272	0.158	0.117	0.275
.01-.05	332	0.012	0.075	0.087	0.027	0.063	0.090	0.027	0.063	0.090	0.033	0.063	0.096
.05-.10	135	0.086	0.162	0.249	0.092	0.130	0.222	0.092	0.130	0.222	0.092	0.130	0.222
.001-.10	833	0.056	0.115	0.172	0.039	0.10	0.188	0.089	0.10	0.188	0.094	0.098	0.192
4.25-6.00	N	H+	H-	Ho	H+	H-	Ho	H+	H-	Ho	H+	H-	Ho
.001-.01	225	0.080	0.271	0.351	0.116	0.253	0.369	0.116	0.253	0.369	0.116	0.253	0.369
.01-.05	240	0.009	0.104	0.113	0.033	0.100	0.133	0.033	0.100	0.133	0.037	0.100	0.138
.05-.10	161	0.172	0.172	0.344	0.199	0.113	0.311	0.199	0.113	0.311	0.199	0.113	0.311
.001-.10	616	0.075	0.182	0.256	0.104	0.159	0.263	0.104	0.159	0.263	0.106	0.159	0.265

48- 52		Dos Colas											
-----		U			C			H			M		
-----		---			---			---			---		
1.00-1.00	N	H+	H-	Ho	H+	H-	Ho	H+	H-	Ho	H+	H-	Ho
1.001-.01	121	0.066	0.000	0.066	0.099	0.000	0.099	0.099	0.000	0.099	0.099	0.000	0.099
1.01-.05	119	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
1.05-.10	66	0.000	0.242	0.242	0.015	0.152	0.167	0.015	0.152	0.167	0.015	0.152	0.167
1.001-.10	303	0.006	0.063	0.079	0.043	0.033	0.076	0.043	0.033	0.076	0.043	0.033	0.076
1.10-1.15	N	H-	H-	Ho	H-	H-	Ho	H+	H-	Ho	H+	H-	Ho
1.001-.01	497	0.094	0.000	0.094	0.101	0.000	0.101	0.101	0.000	0.101	0.101	0.000	0.101
1.01-.05	466	0.011	0.017	0.029	0.015	0.015	0.030	0.015	0.015	0.030	0.015	0.015	0.030
1.05-.10	251	0.000	0.143	0.143	0.004	0.116	0.120	0.004	0.116	0.120	0.004	0.116	0.120
1.001-.10	1004	0.042	0.037	0.079	0.047	0.030	0.077	0.047	0.030	0.077	0.047	0.030	0.077
1.25-1.50	N	H+	H-	Ho	H+	H-	Ho	H+	H-	Ho	H+	H-	Ho
1.001-.01	480	0.113	0.000	0.113	0.125	0.000	0.125	0.125	0.000	0.125	0.125	0.000	0.125
1.01-.05	461	0.024	0.009	0.033	0.026	0.007	0.033	0.026	0.007	0.033	0.026	0.007	0.033
1.05-.10	252	0.012	0.127	0.139	0.016	0.111	0.127	0.016	0.111	0.127	0.016	0.111	0.127
1.001-.10	1195	0.057	0.030	0.087	0.064	0.026	0.090	0.064	0.026	0.090	0.064	0.026	0.090
1.50-1.75	N	H-	H-	Ho	H-	H-	Ho	H+	H-	Ho	H+	H-	Ho
1.001-.01	350	0.071	0.000	0.071	0.083	0.000	0.083	0.083	0.000	0.083	0.086	0.000	0.086
1.01-.05	330	0.003	0.009	0.009	0.000	0.003	0.003	0.000	0.003	0.003	0.000	0.003	0.003
1.05-.10	184	0.005	0.151	0.153	0.022	0.125	0.147	0.022	0.125	0.147	0.022	0.125	0.147
1.001-.10	366	0.030	0.036	0.066	0.038	0.028	0.066	0.038	0.028	0.066	0.039	0.028	0.067
1.75-2.25	N	H+	H-	Ho	H-	H-	Ho	H+	H-	Ho	H+	H-	Ho
1.001-.01	513	0.112	0.000	0.112	0.118	0.000	0.118	0.118	0.000	0.118	0.118	0.000	0.118
1.01-.05	503	0.016	0.001	0.026	0.016	0.008	0.024	0.016	0.009	0.024	0.016	0.008	0.024
1.05-.10	270	0.004	0.125	0.130	0.007	0.091	0.099	0.007	0.091	0.099	0.007	0.091	0.099
1.001-.10	1292	0.052	0.030	0.082	0.055	0.020	0.075	0.055	0.020	0.075	0.055	0.020	0.075
2.25-3.00	N	H+	H-	Ho	H+	H-	Ho	H+	H-	Ho	H+	H-	Ho
1.001-.01	507	0.139	0.024	0.162	0.152	0.012	0.164	0.152	0.012	0.164	0.152	0.012	0.164
1.01-.05	493	0.014	0.024	0.039	0.026	0.024	0.050	0.026	0.024	0.050	0.026	0.024	0.050
1.05-.10	267	0.067	0.079	0.146	0.071	0.049	0.120	0.071	0.049	0.120	0.071	0.049	0.120
1.001-.10	1272	0.075	0.035	0.110	0.086	0.024	0.110	0.086	0.024	0.110	0.086	0.024	0.110
3.00-4.25	N	H+	H-	Ho	H+	H-	Ho	H+	H-	Ho	H+	H-	Ho
1.001-.01	414	0.143	0.106	0.249	0.164	0.104	0.268	0.164	0.104	0.268	0.167	0.104	0.271
1.01-.05	420	0.017	0.036	0.055	0.029	0.036	0.064	0.029	0.036	0.064	0.029	0.036	0.064
1.05-.10	231	0.069	0.10	0.169	0.069	0.078	0.147	0.069	0.078	0.147	0.069	0.074	0.143
1.001-.10	1065	0.077	0.073	0.155	0.090	0.071	0.162	0.090	0.071	0.162	0.091	0.070	0.162
4.25-5.00	N	H-	H-	Ho	H+	H-	Ho	H+	H-	Ho	H+	H-	Ho
1.001-.01	393	0.111	0.019	0.130	0.177	0.208	0.385	0.177	0.208	0.385	0.177	0.208	0.385
1.01-.05	301	0.023	0.083	0.106	0.030	0.073	0.103	0.030	0.073	0.103	0.030	0.073	0.103
1.05-.10	179	0.128	0.145	0.274	0.134	0.106	0.240	0.134	0.106	0.240	0.134	0.106	0.240
1.001-.10	763	0.091	0.149	0.229	0.109	0.132	0.241	0.109	0.132	0.241	0.109	0.132	0.241

15- 24		Dos Clases					
-----		H2			HC		
-----		-----			-----		
1.00-1.00	N	H+	H-	Ho	H+	H-	Ho
-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----
.001-.01	36	0.056	0.000	0.056	0.056	0.000	0.056
.01-.05	42	0.000	0.095	0.095	0.000	0.095	0.095
.05-.10	29	0.036	0.429	0.464	0.036	0.286	0.321
.001-.10	106	0.026	0.151	0.179	0.026	0.113	0.142
1.00-1.05	N	H+	H-	Ho	H+	H-	Ho
-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----
.001-.01	93	0.175	0.000	0.175	0.159	0.000	0.159
.01-.05	71	0.000	0.056	0.056	0.000	0.056	0.056
.05-.10	44	0.068	0.250	0.318	0.068	0.250	0.318
.001-.10	178	0.079	0.034	0.163	0.073	0.034	0.157
1.05-1.50	N	H+	H-	Ho	H+	H-	Ho
-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----
.001-.01	63	0.206	0.000	0.206	0.206	0.000	0.206
.01-.05	64	0.000	0.047	0.047	0.000	0.047	0.047
.05-.10	46	0.043	0.370	0.413	0.109	0.326	0.435
.001-.10	173	0.087	0.116	0.202	0.104	0.104	0.208
1.50-1.75	N	H+	H-	Ho	H+	H-	Ho
-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----
.001-.01	61	0.137	0.000	0.137	0.119	0.000	0.119
.01-.05	69	0.000	0.102	0.102	0.000	0.102	0.102
.05-.10	36	0.128	0.167	0.194	0.083	0.139	0.222
.001-.10	146	0.055	0.092	0.137	0.062	0.075	0.137
1.75-2.25	N	H+	H-	Ho	H+	H-	Ho
-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----
.001-.01	61	0.066	0.000	0.066	0.066	0.000	0.066
.01-.05	70	0.043	0.029	0.071	0.043	0.029	0.071
.05-.10	39	0.026	0.410	0.436	0.026	0.395	0.410
.001-.10	170	0.047	0.106	0.153	0.047	0.100	0.147
2.25-3.00	N	H+	H-	Ho	H+	H-	Ho
-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----
.001-.01	73	0.027	0.041	0.068	0.014	0.068	0.082
.01-.05	90	0.011	0.111	0.122	0.022	0.133	0.156
.05-.10	53	0.264	0.199	0.453	0.264	0.170	0.434
.001-.10	216	0.079	0.106	0.185	0.079	0.120	0.199
3.00-4.25	N	H+	H-	Ho	H+	H-	Ho
-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----
.001-.01	47	0.043	0.213	0.255	0.043	0.213	0.255
.01-.05	67	0.053	0.175	0.228	0.088	0.175	0.263
.05-.10	37	0.216	0.270	0.486	0.243	0.216	0.459
.001-.10	141	0.092	0.213	0.305	0.113	0.199	0.312
4.25-6.00	N	H+	H-	Ho	H+	H-	Ho
-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----
.001-.01	39	0.000	0.410	0.410	0.000	0.410	0.410
.01-.05	41	0.024	0.122	0.146	0.024	0.122	0.146
.05-.10	35	0.314	0.400	0.714	0.400	0.343	0.743
.001-.10	115	0.104	0.304	0.409	0.130	0.287	0.417

		Des Coias					
27- 33		H2			Hc		
		-----			-----		
1.00-1.00	N	H+	H-	Ho	H+	H-	Ho
1.001-.01	46	0.087	0.000	0.087	0.087	0.000	0.087
1.01-.05	51	0.000	0.039	0.039	0.000	0.000	0.000
1.05-.10	29	0.600	0.276	0.276	0.034	0.007	0.041
1.001-.10	126	0.032	0.079	0.111	0.040	0.048	0.087
1.00-1.05	N	H+	H-	Ho	H+	H-	Ho
1.001-.01	181	0.132	0.000	0.132	0.171	0.000	0.171
1.01-.05	183	0.027	0.021	0.048	0.032	0.016	0.049
1.05-.10	103	0.019	0.165	0.184	0.029	0.146	0.175
1.001-.10	473	0.035	0.044	0.129	0.065	0.038	0.122
1.10-1.50	N	H+	H-	Ho	H+	H-	Ho
1.001-.01	147	0.163	0.000	0.163	0.166	0.000	0.166
1.01-.05	149	0.007	0.040	0.047	0.007	0.040	0.047
1.05-.10	99	0.011	0.124	0.135	0.043	0.112	0.157
1.001-.10	368	0.066	0.044	0.112	0.073	0.042	0.114
1.50-1.75	N	H+	H-	Ho	H+	H-	Ho
1.001-.01	124	0.153	0.000	0.153	0.145	0.000	0.145
1.01-.05	135	0.000	0.022	0.022	0.000	0.022	0.022
1.05-.10	74	0.054	0.149	0.203	0.095	0.122	0.216
1.001-.10	333	0.069	0.042	0.111	0.075	0.036	0.111
1.75-2.05	N	H+	H-	Ho	H+	H-	Ho
1.001-.01	161	0.143	0.000	0.143	0.143	0.000	0.143
1.01-.05	173	0.035	0.017	0.052	0.046	0.017	0.064
1.05-.10	91	0.000	0.197	0.197	0.022	0.132	0.154
1.001-.10	425	0.068	0.047	0.115	0.079	0.035	0.113
2.25-3.00	N	H+	H-	Ho	H+	H-	Ho
1.001-.01	175	0.126	0.023	0.154	0.120	0.029	0.149
1.01-.05	193	0.033	0.060	0.093	0.033	0.060	0.093
1.05-.10	105	0.162	0.086	0.248	0.171	0.086	0.257
1.001-.10	463	0.097	0.054	0.151	0.097	0.054	0.151
3.00-4.25	N	H+	H-	Ho	H+	H-	Ho
1.001-.01	125	0.090	0.152	0.232	0.054	0.152	0.216
1.01-.05	140	0.029	0.079	0.107	0.050	0.079	0.129
1.05-.10	92	0.110	0.159	0.268	0.146	0.061	0.207
1.001-.10	347	0.066	0.124	0.190	0.078	0.101	0.179
4.25-6.00	N	H+	H-	Ho	H+	H-	Ho
1.001-.01	103	0.155	0.350	0.505	0.155	0.350	0.505
1.01-.05	116	0.078	0.112	0.190	0.095	0.095	0.190
1.05-.10	73	0.247	0.347	0.493	0.289	0.233	0.521
1.001-.10	232	0.147	0.229	0.377	0.164	0.219	0.384

37- 43		Dos Colas					
-----		H2			H3		
-----		-----			-----		
1.00-1.00	N	H+	H-	Ho	H+	H-	Ho
1.001-.01	31	0.074	0.000	0.074	0.074	0.000	0.074
1.01-.05	33	0.000	0.024	0.024	0.000	0.000	0.000
1.05-.10	42	0.048	0.143	0.190	0.048	0.143	0.190
1.001-.10	206	0.039	0.039	0.079	0.039	0.029	0.068
1.00-1.05	N	H+	H-	Ho	H+	H-	Ho
1.001-.01	399	0.144	0.000	0.144	0.147	0.000	0.147
1.01-.05	392	0.024	0.016	0.039	0.031	0.013	0.045
1.05-.10	212	0.009	0.123	0.132	0.024	0.090	0.113
1.001-.10	952	0.068	0.033	0.101	0.075	0.024	0.10
1.25-1.50	N	H+	H-	Ho	H+	H-	Ho
1.001-.01	356	0.143	0.000	0.143	0.143	0.000	0.143
1.01-.05	349	0.029	0.017	0.046	0.034	0.014	0.049
1.05-.10	190	0.042	0.159	0.200	0.047	0.132	0.179
1.001-.10	995	0.077	0.040	0.117	0.080	0.034	0.114
1.50-1.75	N	H+	H-	Ho	H+	H-	Ho
1.001-.01	264	0.129	0.000	0.129	0.133	0.000	0.133
1.01-.05	260	0.009	0.012	0.019	0.012	0.008	0.019
1.05-.10	148	0.014	0.149	0.162	0.047	0.095	0.142
1.001-.10	672	0.057	0.037	0.094	0.067	0.024	0.091
1.75-2.00	N	H+	H-	Ho	H+	H-	Ho
1.001-.01	396	0.114	0.000	0.114	0.116	0.000	0.116
1.01-.05	407	0.039	0.012	0.052	0.044	0.01	0.054
1.05-.10	211	0.005	0.123	0.128	0.024	0.071	0.095
1.001-.10	1014	0.061	0.031	0.092	0.069	0.019	0.087
2.25-3.00	N	H+	H-	Ho	H+	H-	Ho
1.001-.01	372	0.137	0.016	0.153	0.145	0.016	0.161
1.01-.05	370	0.016	0.027	0.043	0.030	0.027	0.056
1.05-.10	202	0.119	0.109	0.228	0.129	0.089	0.219
1.001-.10	946	0.086	0.040	0.126	0.096	0.036	0.132
3.00-4.25	N	H+	H-	Ho	H+	H-	Ho
1.001-.01	316	0.149	0.114	0.263	0.165	0.114	0.278
1.01-.05	332	0.036	0.060	0.096	0.048	0.051	0.099
1.05-.10	195	0.097	0.097	0.195	0.151	0.054	0.205
1.001-.10	933	0.092	0.089	0.181	0.115	0.076	0.191
4.25-5.00	N	H+	H-	Ho	H+	H-	Ho
1.001-.01	225	0.107	0.258	0.364	0.111	0.258	0.369
1.01-.05	240	0.054	0.096	0.150	0.075	0.092	0.167
1.05-.10	151	0.205	0.113	0.318	0.219	0.093	0.311
1.001-.10	616	0.110	0.159	0.269	0.123	0.153	0.276

		Dos Colas					
48- 52		H2			HC		

1.00-1.00	N	H+	H-	Ho	H+	H-	Ho
-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----
.001-.01	122	0.098	0.000	0.098	0.098	0.000	0.098
.01-.05	115	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
.05-.10	66	0.000	0.121	0.121	0.015	0.061	0.076
.001-.10	303	0.040	0.026	0.066	0.043	0.013	0.056
1.00-1.25	N	H+	H-	Ho	H+	H-	Ho
-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----
.001-.01	487	0.101	0.000	0.101	0.103	0.000	0.103
.01-.05	466	0.017	0.013	0.030	0.021	0.013	0.034
.05-.10	251	0.008	0.104	0.112	0.016	0.094	0.110
.001-.10	1204	0.049	0.027	0.076	0.053	0.022	0.076
1.25-1.50	N	H+	H-	Ho	H+	H-	Ho
-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----
.001-.01	480	0.131	0.000	0.131	0.140	0.000	0.140
.01-.05	461	0.023	0.004	0.033	0.033	0.002	0.035
.05-.10	252	0.008	0.103	0.131	0.040	0.093	0.123
.001-.10	1193	0.070	0.023	0.093	0.077	0.019	0.096
1.50-1.75	N	H+	H-	Ho	H+	H-	Ho
-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----
.001-.01	350	0.091	0.000	0.091	0.091	0.000	0.091
.01-.05	332	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
.05-.10	194	0.015	0.099	0.114	0.043	0.075	0.120
.001-.10	966	0.040	0.021	0.061	0.046	0.016	0.062
1.75-2.25	N	H+	H-	Ho	H+	H-	Ho
-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----
.001-.01	519	0.127	0.000	0.127	0.131	0.000	0.131
.01-.05	503	0.016	0.01	0.026	0.024	0.008	0.032
.05-.10	270	0.015	0.063	0.079	0.019	0.022	0.041
.001-.10	1292	0.060	0.017	0.077	0.066	0.008	0.074
2.25-3.00	N	H+	H-	Ho	H+	H-	Ho
-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----
.001-.01	507	0.148	0.014	0.162	0.152	0.014	0.166
.01-.05	498	0.029	0.022	0.050	0.038	0.019	0.056
.05-.10	267	0.075	0.049	0.124	0.096	0.037	0.124
.001-.10	1272	0.086	0.024	0.110	0.094	0.020	0.114
3.00-4.25	N	H+	H-	Ho	H+	H-	Ho
-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----
.001-.01	414	0.162	0.099	0.261	0.169	0.099	0.269
.01-.05	420	0.029	0.036	0.064	0.043	0.036	0.079
.05-.10	231	0.078	0.061	0.139	0.092	0.043	0.126
.001-.10	1065	0.091	0.066	0.157	0.100	0.062	0.162
4.25-6.00	N	H+	H-	Ho	H+	H-	Ho
-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----
.001-.01	299	0.194	0.105	0.309	0.198	0.105	0.392
.01-.05	301	0.037	0.073	0.110	0.053	0.073	0.126
.05-.10	179	0.145	0.089	0.235	0.168	0.078	0.246
.001-.10	769	0.117	0.126	0.243	0.130	0.124	0.254

APENDICE II

/* PROGRAMA PI */

/* CONSTRUYE LA RC, A UNA Y DOS COLAS, PARA CUALQUIER ERROR OBJETIVO Y PARA CUALQUIERA DE LOS METODOS EXACTOS DEL CAPITULO II */

```
#define MAXTAM 100
#define PREC 1E-7
#include <stdio.h>
#include <math.h>
```

```
int      DD,DI,DIAUX,DDAUX,n1,n2,nt,dgnmin,dgnmax,linddiag[1+MAXTAM],ixdgnsi,
         dgnsi[1+2*MAXTAM],dgnaux[1+2*MAXTAM],SN[1+MAXTAM];
```

```
double   P,pmaux,SumDiag[2][1+2*MAXTAM],b1[1+MAXTAM],b2[1+MAXTAM],
         bt[1+MAXTAM],chi[1+MAXTAM];
```

```
void Binomial (double (*B)[] , int N, int Doble)
```

```
{  int ind1,ind2;

    if (Doble)
    {  (*B)[0] = (*B)[N] = 1;
        for (ind1=1,ind2=N;2*ind1<=N;ind1++,ind2--)
            (*B)[ind1] = (*B)[ind2-1] = (*B)[ind1-1] * ind2 / ind1;
        }
    else
    {  (*B)[0] = 1;
        for (ind1=1,ind2=N;2*ind1<=N;ind1++,ind2--)
            (*B)[ind1] = (*B)[ind1-1] * ind2 / ind1;
        }
    }
```

```
double elevado(double base,int exponente)
```

```
{  double p;
    int j;

    for (j=1,p=base;j<exponente;p*=base,j++);
    return (p);
}
```

```
double Fisher(int x1,int x2)      /* csf */
```

```
{  double f=0;
    int dgn,i,j;

    dgn=x1+x2;
    for ( i=x1,j=x2 ; (i<=n1) && (j>=0) ; i++,j-- ) f+=b1[i]*b2[j];
    f/=bt[(2*dgn<nt)?dgn:nt-dgn];
    return (f);
}
```

```
double Optimo(int x1,int x2)      /* csf' */
```

```
{  double opt=0,corte;
    int dgn,ix1,ix2,i,j;

    dgn=x1+x2;
    corte=(double)(x1*(n1-n2)+2*x2*n1)/nt;
    ix1=floor(corte);
    ix2=dgn-ix1;
    if ((ix1>=0) && (ix2<=n2))
    {
        if ((ix1==ceil(corte)) && (b1[ix1]*b2[dgn-ix1]>b1[ix1]*b2[ix2])) ix1--;
        ix2=dgn-ix1;
        for ( i=ix1,j=ix2 ; (i>=0) && (j<=n2) ; i--,j++ ) opt+=b1[i]*b2[j];
    }
```

```

    }
    for ( i=x1,j=x2 ; (i<=n1) && (j>=0) ; i++,j-- ) opt+=b1[i]*b2[j];
    opt/=bt[(2*dgn<nt)?dgn:nt-dgn];
    return ( ceil(1E7*opt) );
}

```

```

double Hipergeom(int x1,int x2)      /* csh */

{ double h;

  h=b1[x1]*b2[x2]/bt[((2*(x1+x2))<nt)?x1+x2:nt-x1-x2];
  return (ceil( 1E7*h ) );
}

```

```

double ddp(int x1,int x2)           /* csd */

{ return ( (double)x2*n1-x1*n2 );
}

```

```

double Vero(int x1,int x2)         /* csv */

{ double v,p;
  int dgn;

  dgn=x1+x2;
  p=(double)dgn/nt;
  v=b1[x1]*b2[x2]*elevado(p,dgn)*elevado(1-p,nt-dgn);
  return (ceil(1E7*v));
}

```

```

double SFS(int b, int a, double F) /* F-Snedecor */

{ int i;
  double x,y,s,t;

  y=x=(double)a/(a+b*F);
  if (x>.5) {i=a;a=b;b=i;y=1-x;}
  for (i=1,s=t=(double)b/(a+b-1)/(1-y);
  i<b;
  i++,
  s+=t*=(double)(b-i+1)/(a+b-i)/(1-y));
  s *= ((a+b-1)==n1)?b1[b]:b2[b] ;
  s *= elevado(y,a) * elevado(1-y,b);
  if (x>.5) s=1-s;
  return (s);
}

```

```

double Tau(int x1, int x2)         /* csi */

{ double t,q,F1,F1M,F1m,F2,FF,DT;
  int i,k11,k12,k21,k22;

  k11=n1-x1+1;
  k12=x1;
  k21=x2+1;
  k22=n2-x2;
  F1M = sqrt(FF=(double)k12*k22/k11/k21);
  t=SFS(k11,k12,F1M);
  q=SFS(k21,k22,F1M);
  if (fabs(DT=t-q)>PREC)
  { if (t>q)
    { i=k11;k11=k21;k21=i;
      i=k12;k12=k22;k22=i;
    }
    F1m =(double)(k11-1)/k11;
    if (F1M*k11*(k21-1)>k12*k22) F1M=(double)k12*k22/k11/(k21-1);
    F1 = (F1M + F1m)/2;
    F2 = FF/F1;
  }
}

```

```

        t=SFS(k11,k12,F1);
        q=SFS(k21,k22,F2);
        while (fabs(DT=t-q)>PREC)
        { if (DT<.0) F1M=F1;
          else F1m=F1;
          F1=(F1M+F1m)/2;
          F2=FF/F1;
          t=SFS(k11,k12,F1);
          q=SFS(k21,k22,F2);
        }
    }
    return (ceil(1E7*t));
}

double ChiCua(int x1,int x2)      /* csz */

{ double h;

  h=(double) x1*(n2-x2)-x2*(n1-x1);
  h*=h;
  return ( ceil ( (double) 1E7*(-h)/(x1+x2)/(nt-x1-x2) ) );
}

double CalcP(int i,double p)      /* se evalua  $\alpha(p)$  */

{ double SumaProb=0,f1;
  int    dgn,dmax,dmin;

  if (i==0)
  { dmin=dgnmin;
    dmax=dgnmax;
  }
  else
  { if (dgnmin<(nt-dgnmax))
    { dmin=dgnmin;
      dmax=nt-dgnmin;
    }
    else
    { dmin=nt-dgnmax;
      dmax=dgnmax;
    }
  }
  if (SumDiag[i][dmin]==0) dmin=dmin+1;
  if (SumDiag[i][dmax]==0) dmax=dmax-1;
  if (p>.5)
  { f1 = elevado(p,dmax) * elevado(1-p,nt-dmax);
    for (dgn=dmax;dgn>=dmin;dgn--,f1*=(1-p)/p)
      SumaProb += SumDiag[i][dgn]*f1;
  }
  else
  { f1 = elevado(p,dmin) * elevado(1-p,nt-dmin);
    for (dgn=dmin;dgn<=dmax;dgn++,f1*=p/(1-p))
      SumaProb += SumDiag[i][dgn]*f1;
  }
  return( ceil(1E7*SumaProb) );
}

double Der(int i,double k)        /* se evalua la derivada  $\alpha'(p)$  */

{ double SumaDer=0,f1=1;
  int    dgn,dmax,dmin;

  if (i==0)
  { dmin=dgnmin;
    dmax=dgnmax;
  }
  else
  { if (dgnmin<(nt-dgnmax))
    { dmin=dgnmin;
      dmax=nt-dgnmin;
    }
  }

```

```

else
{ dmin=nt-dgnmax;
  dmax=dgnmax;
}
}
if (SumDiag[i][dmin]==0) dmin=dmin+1;
if (SumDiag[i][dmax]==0) dmax=dmax-1;
for (dgn=dmin-1;dgn<=dmax;dgn++,f1*=k/(nt-k))
  SumaDer += ((dgn+1)*SumDiag[i][dgn+1]-(nt-dgn)*SumDiag[i][dgn])*f1;
return( SumaDer );
}

double PMax(int i,int j,int k,int l) /* se evalua el máximo  $\alpha^*$  */
{ int numit,maxit,diag,D,di,dd;
  double f1,f2=0,der1,der2=0,d,a,b,c,pr,p,pm=0,dmin,dmax;

  if (l==1)
  { DI=DIAUX;
    DD=DDAUX;
    pmaux=1/PREC;
  }
  if (i==0)
  { dmin=dgnmin;
    dmax=dgnmax;
    if (n1==n2) D=n1;
    else
    { if (SumDiag[0][dmax]==0) dmax=dmax-1;
      D=dmax;
    }
  }
  else
  { if (dgnmin<(nt-dgnmax)) dmin=dgnmin;
    else dmin=nt-dgnmax;
    D=(nt+1)/2;
    pr=(double)D/nt;
    if (pr>0.5)
    { pm=CalcP(1,0.5);
      di=nt/2;
      dd=(nt+1)/2;
    }
  }
  if (SumDiag[i][dmin]==0) dmin=dmin+1;
  if (dmin==D)
  { pr=(double)dmin/nt;
    pm=CalcP(i,pr);
    di=dmin;
    dd=dmin;
  }
  else
  { if ((i==1) || (n1==n2))
    { if (j>=DD) dmin=DI;
    }
    else
    { if (j>=DD) dmin=DI;
      else
      { if (k<=DI) D=DD;
      }
    }
  }
  for (diag=dmin; diag<=D; diag++)
  { der1=der2;
    der2=Der(i,diag);
    f1=f2;
    pr=(double)diag/nt;
    f2=CalcP(i,pr);
    if (f2>pm)
    { di=diag;
      dd=diag;
    }
    if (((f1<=f2) && (der2<0)) || ((f1>=f2) && (der1>0)))
    { a=diag-1;
      if ((i==1) && (diag==D) && (pr>0.5)) b=diag-0.5;
    }
  }
}

```



```

        else b=diag;
        c=(double)(a+b)/2.0;
        pr=0;
        maxit=5;
        for (numit=0;numit<=maxit;numit++)
        {   if (pr==0)
            {   d=Der(i,c);
                if (d==0) pr=(double)c/nt;
                else
                {   if (d>0) a=c;
                    else b=c;
                    c=(double)(a+b)/2.0;
                }
            }
            else numit=maxit+1;
        }
        if (pr==0) pr=(double)c/nt;
        p=CalcP(i,pr);
        if (p>=pm)
        {   pm=p;
            di=diag-1;
            dd=diag;
        }
    }
}
if (l==0)
{   DI=di;
    DD=dd;
}
else
{   if (pm<pmaux)
    {   pmaux=pm;
        DIAUX=di;
        DDAUX=dd;
    }
    else
    {   if (pm==pmaux)
        {   pmaux=0;
            DIAUX=0;
            DDAUX=nt;
        }
    }
}
return(pm);
}

```

```

double Barnard(int c,int d,int l)    /* csm */
{   double stot,M;
    int    dgn,i,j,k;

    j=nt;
    k=0;
    for (i=0;i<d;i++)
    {   dgn=dgnsi[i];
        if (dgn<j) j=dgn;
        if (dgn>k) k=dgn;
        stot=b1[lmddiag[dgn]]*b2[dgn-lmddiag[dgn]];
        if (c==0) SumDiag[0][dgn]+=stot;
        else
        {   SumDiag[1][dgn]+=stot;
            SumDiag[1][nt-dgn]+=stot;
            if ((nt-dgn)<j) j=nt-dgn;
            if ((nt-dgn)>k) k=nt-dgn;
        }
    }
    M=PMax(c,j,k,l);
    for (i=0;i<d;i++)
    {   dgn=dgnsi[i];
        stot=b1[lmddiag[dgn]]*b2[dgn-lmddiag[dgn]];
        if (c==0) SumDiag[0][dgn]-=stot;
        else
    }
}

```

```

        { SumDiag[1][dgn]-=stot;
          SumDiag[1][nt-dgn]-=stot;
        }
      }
    return ( M );
  }

double Bin(int c,int d)      /* csm' */

{ double stot,Mr=0,mr,pr;
  int   dgn,i;

  for (i=0;i<d;i++)
  {   dgn=dgnsi[i];
      stot=b1[limdiag[dgn]]*b2[dgn-limdiag[dgn]];
      if (c==0) SumDiag[0][dgn]+=stot;
      else
      { SumDiag[1][dgn]+=stot;
        SumDiag[1][nt-dgn]+=stot;
      }
  }

  for (i=0;i<d;i++)
  {   dgn=dgnsi[i];
      pr=(double)dgn/nt;
      mr=CalcP(c,pr);
      if (mr>Mr) Mr=mr;
  }

  for (i=0;i<d;i++)
  {   dgn=dgnsi[i];
      stot=b1[limdiag[dgn]]*b2[dgn-limdiag[dgn]];
      if (c==0) SumDiag[0][dgn]-=stot;
      else
      { SumDiag[1][dgn]-=stot;
        SumDiag[1][nt-dgn]-=stot;
      }
  }

  return (Mr);
}

```

```

double PExacto(int cola, int m, int *x1, int *x2)

{ double p=0,stot,chi_max;
  int   d,dgn,dg,idxgnaux,X1,X2,i,j,k,l;

  while (p<=0.1)
  { if (idxgnsi==0)
    { chi_max=(double)1/PREC;
      if (m<=1)
      { if (m==0)      /* csm' */
        { l=0;
          if (n1==n2)
          { for (dgn=dgnmin; dgn<=n1; dgn++)
            { if ( (1+limdiag[dgn-1] == limdiag[dgn]) &&
              ( limdiag[dgn+1] == limdiag[dgn]) && (n2*limdiag[dgn] >
              n1*(dgn-limdiag[dgn])) )
              {   dgnsi[0]=dgn;
                  idxgnsi=1;
                  if (dgn<n1)
                  {   dgnsi[1]=nt-dgn;
                      idxgnsi=2;
                  }
                  chi[dgn]=Bin(cola,idxgnsi);
                  if (chi[dgn]<chi_max)
                  {   chi_max=chi[dgn];
                      dgnaux[0]=dgn;
                      idxgnaux=1;
                      if (dgn<n1)
                      {   dgnaux[1]=nt-dgn;
                          idxgnaux=2;
                      }
                  }
                }
            }
          }
        }
      }
    }
  }
}

```

```

        { if (chi[dgn]==chimax) idxgnaux=0;
        }
    }
    if (idxgnaux==0) dgnaux[0]=nt;
    if (idxgnaux>=1)
    { l=l+1;
      dg=dgnaux[0];
      dgnsi[0]=dgnaux[0];
      idxgnsi=1;
      if (dg<n1)
      { dgnsi[1]=nt-dg;
        idxgnsi=2;
      }
      chimax=Barnard(cola,idxgnsi,l);
      chi[dg]=chimax;
      for (dgn=dgnmin; dgn<=n1; dgn++)
      { if ( (1+limdiag[dgn-1] == limdiag[dgn]) &&
        ( limdiag[dgn+1] == limdiag[dgn]) )
        { if (chi[dgn]<chimax) idxgnaux=0;
          else
          { if (chi[dgn]>chimax) chi[dgn]=(double)1/PREC;
          }
        }
      }
    }
    if (idxgnaux>=1) idxgnsi=idxgnaux;
    else
    { chimax=(double)1/PREC;
      for (dgn=dgnmin; dgn<=n1; dgn++)
      { if ( (1+limdiag[dgn-1] == limdiag[dgn]) &&
        ( limdiag[dgn+1] == limdiag[dgn]) )
        { dgnsi[0]=dgn;
          idxgnsi=1;
          if (dgn<n1)
          { dgnsi[1]=nt-dgn;
            idxgnsi=2;
          }
          if (chi[dgn]<chimax)
          { if (dgn==dgnaux[0]) chi[dgn]=chi[dgn];
            else
            { l=l+1;
              if (l==1) chi[dgn]=Barnard(cola,idxgnsi,1);
              else chi[dgn]=Barnard(cola,idxgnsi,2);
            }
          }
        }
      }
      else chi[dgn]=chimax;
    }
    for (dgn=dgnmin; dgn<=n1; dgn++)
    { if (chi[dgn]<chimax)
      { idxgnaux=idxgnsi;
        for (i=0; i<idxgnsi; i++) dgnaux[i]=dgnsi[i];
        idxgnsi=0;
        dgnsi[idxgnsi++]=dgn;
        if (dgn<n1)
        { dgnsi[idxgnsi++]=nt-dgn;
          for (dg=dgn+1; dg<=n1; dg++)
          { if (chi[dgn]==chi[dg])
            { dgnsi[idxgnsi++]=dg;
              if (dg<n1) dgnsi[idxgnsi++]=nt-dg;
            }
          }
        }
      }
    }
    if (idxgnsi<=2) chimax=chi[dgn];
    else
    { chi[dgn]=Barnard(cola,idxgnsi,2);
      for (i=0; i<idxgnsi; i++)
      { dg=dgnsi[i];
        chi[dg]=chi[dgn];
      }
      if (chi[dgn]<chimax) chimax=chi[dgn];
      else
      { idxgnsi=idxgnaux;

```

```

    }
    }
}
else
{
for (dgn=dgnmin; dgn<=dgnmax; dgn++)
{
if ( (1+limdiag[dgn-1] == limdiag[dgn]) &&
( limdiag[dgn+1] == limdiag[dgn]) && (n2*limdiag[dgn] > n1*(dgn-limdiag[dgn])) )
{
dgsni[0]=dgn;
chi[dgn]=Bin(cola,1);
if (chi[dgn]<chimax)
{
chimax=chi[dgn];
dgnaux[0]=dgn;
ixdgnaux=1;
}
else
{
if (chi[dgn]==chimax)
{
ixdgnaux=0;
}
}
}
}
if (ixdgnaux==0) dgnaux[0]=nt;
if (ixdgnaux==1)
{
l=l+1;
dgsni[0]=dgnaux[0];
chimax=Barnard(cola,1,l);
dg=dgnaux[0];
chi[dg]=chimax;
for (dgn=dgnmin; dgn<=dgnmax; dgn++)
{
if ( (1+limdiag[dgn-1] == limdiag[dgn]) &&
( limdiag[dgn+1] == limdiag[dgn]) )
{
if (chi[dgn]<chimax) ixdgnaux=0;
else
{
if (chi[dgn]>chimax) chi[dgn]=(double)1/PREC;
}
}
}
}
if (ixdgnaux==1) ixdgsni=1;
else
{
chimax=(double)1/PREC;
for (dgn=dgnmin; dgn<=dgnmax; dgn++)
{
if ( (1+limdiag[dgn-1] == limdiag[dgn]) &&
( limdiag[dgn+1] == limdiag[dgn]) )
{
dgsni[0]=dgn;
ixdgsni=1;
if (chi[dgn]<chimax)
{
if (dgn==dgnaux[0]) chi[dgn]=chi[dgn];
else
{
l=l+1;
if (l==1) chi[dgn]=Barnard(cola,1,1);
else chi[dgn]=Barnard(cola,1,2);
}
}
}
}
else chi[dgn]=chimax;
}
for (dgn=dgnmin; dgn<=dgnmax; dgn++)
{
if (chi[dgn]<chimax)
{
ixdgnaux=ixdgsni;
for (i=0;i<ixdgnsi;i++) dgnaux[i]=dgsni[i];
ixdgsni=0;
dgsni[ixdgnsi++]=dgn;
if (dgn<dgnmax)
{
for (dg=dgn+1; dg<=dgnmax; dg++)
{
if (chi[dgn]==chi[dg]) dgsni[ixdgnsi++]=dg;
}
}
if (ixdgnsi==1) chimax=chi[dgn];
else

```

```

        { chi[dgn]=Barnard(cola,ixdgnsi,2);
          for (i=0;i<ixdgnsi;i++)
            { dg=dgnsi[i];
              chi[dg]=chi[dg]
            }
          if (chi[dgn]<chimax) chimax=chi[dgn];
          else
            { ixdgnsi=ixdgnaux;
              for (i=0;i<ixdgnsi;i++) dgnsi[i]=dgnaux[i];
            }
        }
      }
    }
  }
}
else /* csm' */
{
  if (n1==n2)
  { for (dgn=dgnmin; dgn<=n1; dgn++)
    { if ( (1+limdiag[dgn-1] == limdiag[dgn]) &&
            ( limdiag[dgn+1] == limdiag[dgn]) && (n2*limdiag[dgn] > n1*(dgn-limdiag[dgn])) )
      { dgnsi[0]=dgn;
        ixdgnsi=1;
        if (dgn<n1)
        { dgnsi[1]=nt-dgn;
          ixdgnsi=2;
        }
        chi[dgn]=Bin(cola,ixdgnsi);
      }
      else chi[dgn]=chimax;
    }
    for (dgn=dgnmin; dgn<=n1; dgn++)
    { if (chi[dgn]<chimax)
      { ixdgnaux=ixdgnsi;
        for (i=0;i<ixdgnsi;i++) dgnaux[i]=dgnsi[i];
        ixdgnsi=0;
        dgnsi[ixdgnsi++]=dgn;
        if (dgn<n1)
        { dgnsi[ixdgnsi++]=nt-dgn;
          for (dg=dgn+1; dg<=n1; dg++)
            { if (chi[dgn]==chi[dg])
              { dgnsi[ixdgnsi++]=dg;
                if (dg<n1) dgnsi[ixdgnsi++]=nt-dg;
              }
            }
          if (ixdgnsi<=2) chimax=chi[dgn];
        }
        else
        { chi[dgn]=Bin(cola,ixdgnsi);
          for (i=0;i<ixdgnsi;i++)
            { dg=dgnsi[i];
              chi[dg]=chi[dg];
            }
          if (chi[dgn]<chimax) chimax=chi[dg];
          else
          { ixdgnsi=ixdgnaux;
            for (i=0;i<ixdgnsi;i++) dgnsi[i]=dgnaux[i];
          }
        }
      }
    }
  }
}
else
{
  for (dgn=dgnmin; dgn<=dgnmax; dgn++)
  { if ( (1+limdiag[dgn-1] == limdiag[dgn]) &&
          ( limdiag[dgn+1] == limdiag[dgn]) && (n2*limdiag[dgn] > n1*(dgn-limdiag[dgn])) )
    { dgnsi[0]=dgn;
      ixdgnsi=1;
      chi[dgn]=Bin(cola,1);
    }
    else chi[dgn]=chimax;
  }
}

```

```

for (dgn=dgnmin; dgn<=dgnmax; dgn++)
{
  if (chi[dgn]<chimax)
  {
    idxgnaux=idxdgsi;
    for (i=0;i<idxdgsi;i++)  dgnaux[i]=dgnsi[i];
    idxdgsi=0;
    dgnsi[idxdgsi++]=dgn;
    if (dgn<dgnmax)
    {
      for (dg=dgn+1; dg<=dgnmax; dg++)
      {
        if (chi[dgn]==chi[dg]) dgnsi[idxdgsi++]=dg;
      }
    }
    if (idxdgsi==1) chimax=chi[dgn];
    else
    {
      chi[dgn]=Bin(cola,idxdgsi);
      for (i=0;i<idxdgsi;i++)
      {
        dg=dgnsi[i];
        chi[dg]=chi[dgn];
      }
      if (chi[dgn]<chimax) chimax=chi[dgn];
      else
      {
        idxdgsi=idxdgsi;
        for (i=0;i<idxdgsi;i++)  dgnsi[i]=dgnaux[i];
      }
    }
  }
}
/* Acaba csm' */
}
else
/* resto de métodos */
{
  if (n1==n2) d=n1;
  else d=dgnmax;
  for (dgn=dgnmin; dgn<=d; dgn++)
  {
    if ( (1+limdiag[dgn-1] == limdiag[dgn]) &&
        ( limdiag[dgn+1] == limdiag[dgn] ) && (n2*limdiag[dgn] > n1*(dgn-limdiag[dgn])) )
    {
      X2 = dgn - (X1 = limdiag[dgn]);
      if (SN[dgn]==1)
      {
        if (m==2) chi[dgn]=ChiCuad(X1,X2);
        if (m==3) chi[dgn]=Fisher(X1,X2);
        if (m==4) chi[dgn]=Optimo(X1,X2);
        if (m==5) chi[dgn]=Tau(X1,X2);
        if (m==6) chi[dgn]=Hipergeom(X1,X2);
        if (m==7) chi[dgn]=Vero(X1,X2);
        if (m==8) chi[dgn]=ddp(X1,X2);
        SN[dgn]=0;
      }
      if (chimax==chi[dgn])
      {
        dgnsi[idxdgsi++]=dgn;
        if ((n1==n2) && (dgn<n1)) dgnsi[idxdgsi++]=nt-dgn;
      }
      else
      {
        if (chimax > chi[dgn])
        {
          idxdgsi=0;
          dgnsi[idxdgsi++]=dgn;
          if ((n1==n2) && (dgn<n1)) dgnsi[idxdgsi++]=nt-dgn;
          chimax = chi[dgn];
        }
      }
    }
  }
}
j=nt;
k=0;
/* todos los métodos */
for (i=0;i<idxdgsi;i++)
{
  dgn=dgnsi[i];
  SN[dgn]=1;
  if (dgn<j) j=dgn;
  if (dgn>k) k=dgn;
  stot = b1[limdiag[dgn]]*b2[dgn-limdiag[dgn]];
  if (dgn==dgnmax)
  {
    dgnmax++;
    SN[dgnmax]=1;
  }
}

```

```

        if (dgn==dgnmin)
        {   dgnmin--;
            SN[dgnmin]=1;
        }
        if (dgnmin<=1) dgnmin=1;
        if (dgnmax>=nt-1) dgnmax=nt-1;
        if (cola==0)
        SumDiag[0][dgn]+= stot;
        else
        {   SumDiag[1][dgn]+=stot;
            SumDiag[1][nt-dgn]+=stot;
            if ((nt-dgn)<j) j=nt-dgn;
            if ((nt-dgn)>k) k=nt-dgn;
        }
        limdiag[dgn]--;
    }
    if (m==0) P=chimax*PREC;
    else P=PMax(cola,j,k,0)*PREC;
}
ixdgnsi--;
*x1=X1+limdiag[dgnsi[ixdgnsi]];
*x2=X2=dgnsi[ixdgnsi]-*x1;
p=P;
if (p<=0.1) return (p);
}
return (-1.0);
}

```

```
void inicializacion(void)
```

```

{   int dgn;

    dgnmin=dgnmax=n1;
    nt=n1+n2;
    DD=nt;
    DI=0;
    DDAUX=nt;
    DIAUX=0;
    pmaux=1/PREC;
    Binomial(&b1,n1,1);
    Binomial(&b2,n2,1);
    Binomial(&bt,nt,0);
    for (dgn=0;dgn<=nt;dgn++)
    {   limdiag[dgn]= (dgn<=n1) ? dgn : n1;
        SumDiag[0][dgn] = SumDiag[1][dgn] = 0;
        chi[dgn]=0;
        SN[dgn]= (dgn==n1) ? 1 : 0;
    }
    ixdgnsi=0;
}

```

```
void main()
```

```

{   int   met,x1,x2,periodo,ni,nf,n11,n22,i,x11,T[2][3][1+MAXTAM];
    double pexac;

    FILE *tabla;
    tabla =fopen ("TABLA","wt");

    for (periodo=1;periodo<2;periodo++)
    {   switch (periodo)
        {   case 1:ni=2;nf=15;break;
        }
        n1=ni;
        n2=nf;
        for (i=0;i<=1;i++) /* i=0,1: una y dos colas */
        {   for (x11=0;x11<=n1;x11++)
            {   T[i][0][x11]=-1;
                T[i][1][x11]=-1;
                T[i][2][x11]=-1;
            }
        }
    }
}

```

```

        for (met=0;met<1;met++) /* distintos métodos exáctos */
        {
            inicializacion();
            while ((pexac=PExacto(i,met,&x1,&x2))!= -1 )
            {
                T[i][2][x1]=x2;
                if (pexac<=0.05) T[i][1][x1]=x2;
                if (pexac<=0.01) T[i][0][x1]=x2;
            }
        }
    }
    fprintf(tabla,"\n      n1=%2d n2=%2d      ",n1,n2);
    if (periodo==1)
    {
        fprintf(tabla,"\n      UNA COLA DOS COLAS ");
        fprintf(tabla,"\nx1 10% 5% 1% 10% 5% 1% ");
    }
    fprintf(tabla,"\n** *** ** ** *** ** ** ");
    for (x11=n1;x11>=0;x11--)
    {
        if ((T[0][2][x11]!= -1) || (T[1][2][x11]!= -1))
            fprintf(tabla,"\n%2d %2d %2d %2d %2d %2d %2d ",
                    x11,T[0][2][x11],T[0][1][x11],T[0][0][x11],T[1][2][x11],T[1][1][x11],T[1][0][x11]);
        else x11=-1;
    }
    fprintf(tabla,"\n..... ");
}
}

```


/* PROGRAMA PII */

/* CALCULA EL P-VALUE DE CUALQUIER TABLA EXPERIMENTAL, A UNA O DOS COLAS, Y PARA CUALQUIERA DE LOS METODOS EXACTOS DEL CAPITULO II */

/* TODAS SUS SUBROUTINAS COINCIDEN CON LAS DEL PROGRAMA PI, SALVO MAIN() Y PARTE DE PEXACTO(). POR ELLO, AQUI TAN SOLO SE DAN LOS CAMBIOS */

```
double PExacto(int cola, int m, int *x1, int *x2)
```

/* varían la primera sentencia y las ocho últimas */

```
{ double p=0,stot,chimax;
  int s=0,d,dgn,dg,idxgnaux,X1,X2,i,j,k,l;

  while (s<1)
  {
    .
    .
    .
  }
  idxgnsi--;
  *x1=X1+limdiag[dgnsi[idxgnsi]];
  *x2=X2-dgnsi[idxgnsi]-*x1;
  if ((X1==y1) && (X2==y2))
  { if (m==0) p=chimax*PREC;
    else p=PMax(cola,j,k,0)*PREC;
    s=1;
  }
}
return (p);
}
```

```
void main()
```

```
{ int met,x1,x2,xi,xf,z1,z2,periodo,ni,nf,i;
  double pexac;

  FILE *tablas;
  tablas =fopen ("TABLA","wt");

  fprintf(tablas,"\nTabla Punto PExacto ");
  for (periodo=1;periodo<=2;periodo++)
  { switch (periodo)
    {
      case 1:ni=10;nf=16;xi=3;xf=0;break;
    }
    n1=ni;
    n2=nf;
    z1=xi;
    z2=xf;
    for (i=0;i<=1;i++) /* una y dos colas */
    { for (met=0;met<1;met++) /* distintos métodos exactos */
      { inicializacion();
        pexac=PExacto(1,met,z1,z2,&x1,&x2);
        fprintf(tablas,"\n%2d-%2d (%2d,%2d) %7.5f %2d %1d %2d %1d %4d", n1, n2,
          x1, x2,pexac);
      }
    }
  }
}
```

/* PROGRAMA PIII */

/* REALIZA LA COMPARACION DE LAS DISTINTAS METODOS APROXIMADOS (C.P.C.) DEL CAPITULO III */

```
#define MAXTAM 100
#define PREC 1E-7
#define ACHI (X1*n2-X2*n1)
#define BCHI ((double)(X1+X2)*(nt-X1-X2)*n1*n2/nt)
#define DDCHI (X1+X2)*(nt-X1-X2)
#include <stdio.h>
#include <math.h>
#include <string.h>

int    n1,n2,nt,dgnmin,dgnmax,limdiag[1+MAXTAM],ixdgnsi, dgnsi[1+2*MAXTAM],
       dgnaux[1+2*MAXTAM],NChi,DDChi,mcd,DD,DI,DIAUX,DDAUX;

double  Haber,Haber2,P,SumDiag[2][1+2*MAXTAM],b1[1+MAXTAM],b2[1+MAXTAM],
       chi[1+MAXTAM],DChi,pmaux;

void Binomial (double (*B)[] , int N, int Doble)
{
    int ind1,ind2;

    if (Doble)
    {
        (*B)[0] = (*B)[N] = 1;
        for (ind1=1,ind2=N;2*ind1<=N;ind1++,ind2--)
            (*B)[ind1] = (*B)[ind2-1] = (*B)[ind1-1] * ind2 / ind1;
    }
    else
    {
        (*B)[0] = 1;
        for (ind1=1,ind2=N;2*ind1<=N;ind1++,ind2--)
            (*B)[ind1] = (*B)[ind1-1] * ind2 / ind1;
    }
}

double elevado(double base,int exponente)
{
    double p;
    int j;

    for (j=1,p=base;j<exponente;p*=base,j++);
    return (p);
}

double CalcP(int i,double p)
{
    double SumaProb=0,f1;
    int    dgn,dmax,dmin;

    if (i==0)
    {
        dmin=dgnmin;
        dmax=dgnmax;
    }
    else
    {
        if (dgnmin<(nt-dgnmax))
        {
            dmin=dgnmin;
            dmax=nt-dgnmin;
        }
        else
        {
            dmin=nt-dgnmax;
            dmax=dgnmax;
        }
    }
    if (SumDiag[i][dmin]==0) dmin=dmin+1;
}
```

```

    if (SumDiag[i][dmax]==0) dmax=dmax-1;
    if (p>.5)
    { f1 = elevado(p,dmax) * elevado(1-p,nt-dmax);
      for (dgn=dmax;dgn>=dmin;dgn--,f1*=(1-p)/p)
        SumaProb += SumDiag[i][dgn]*f1;
    }
    else
    { f1 = elevado(p,dmin) * elevado(1-p,nt-dmin);
      for (dgn=dmin;dgn<=dmax;dgn++,f1*=p/(1-p))
        SumaProb += SumDiag[i][dgn]*f1;
    }
    return( ceil(1E7*SumaProb) );
}

double Der(int i,double k)
{ double SumaDer=0,f1=1;
  int   dgn,dmax,dmin;

  if (i==0)
  { dmin=dgnmin;
    dmax=dgnmax;
  }
  else
  { if (dgnmin<(nt-dgnmax))
    { dmin=dgnmin;
      dmax=nt-dgnmin;
    }
    else
    { dmin=nt-dgnmax;
      dmax=dgnmax;
    }
  }
  if (SumDiag[i][dmin]==0) dmin=dmin+1;
  if (SumDiag[i][dmax]==0) dmax=dmax-1;
  for (dgn=dmin-1;dgn<=dmax;dgn++,f1*=k/(nt-k))
    SumaDer += ((dgn+1)*SumDiag[i][dgn+1]-(nt-dgn)*SumDiag[i][dgn])*f1;
  return( SumaDer );
}

double PMax(int i,int j,int k,int l)
{ int   numit,maxit,diag,D,di,dd;
  double f1,f2=0,der1,der2=0,d,a,b,c,pr,p,pm=0,dmin,dmax;

  if (l==1)
  { DI=DIAUX;
    DD=DDAUX;
    pmaux=1/PREC;
  }
  if (i==0)
  { dmin=dgnmin;
    dmax=dgnmax;
    if (n1==n2) D=n1;
    else
    { if (SumDiag[0][dmax]==0) dmax=dmax-1;
      D=dmax;
    }
  }
  else
  { if (dgnmin<(nt-dgnmax)) dmin=dgnmin;
    else dmin=nt-dgnmax;
    D=(nt+1)/2;
    pr=(double)D/nt;
    if (pr>0.5)
    { pm=CalcP(1,0.5);
      di=nt/2;
      dd=(nt+1)/2;
    }
  }
  if (SumDiag[i][dmin]==0) dmin=dmin+1;
  if (dmin==0)

```

```

{ pr=(double)dmin/nt;
  pm=CalcP(i,pr);
  di=dmin;
  dd=dmin;
}
else
{ if ((i==1) || (n1==n2))
  { if (j>=DD) dmin=DI;
  }
  else
  { if (j>=DD) dmin=DI;
    else
    { if (k<=DI) D=DD;
    }
  }
  for (diag=dmin; diag<=D; diag++)
  { der1=der2;
    der2=Der(i,diag);
    f1=f2;
    pr=(double)diag/nt;
    f2=CalcP(i,pr);
    if (f2>pm)
    { pm=f2;
      di=diag;
      dd=diag;
    }
    if (((f1<=f2) && (der2<0)) || ((f1>=f2) && (der1>0)))
    { a=diag-1;
      if ((i==1) && (diag==D) && (pr>0.5)) b=diag-0.5;
      else b=diag;
      c=(double)(a+b)/2.0;
      pr=0;
      maxit=5;
      for (numit=0; numit<=maxit; numit++)
      { if (pr==0)
        { d=Der(i,c);
          if (d==0) pr=(double)c/nt;
          else
          { if (d>0) a=c;
            else b=c;
            c=(double)(a+b)/2.0;
          }
        }
        else numit=maxit+1;
      }
      if (pr==0) pr=(double)c/nt;
      p=CalcP(i,pr);
      if (p>=pm)
      { pm=p;
        di=diag-1;
        dd=diag;
      }
    }
  }
}
}
if (l==0)
{ DI=di;
  DD=dd;
}
else
{ if (pm<pmaux)
  { pmaux=pm;
    DIAUX=di;
    DDAUX=dd;
  }
  else
  { if (pm==pmaux)
    { pmaux=0;
      DIAUX=0;
      DDAUX=nt;
    }
  }
}
return(pm);
}

```

```

double Barnard(int c,int d,int l)    /* csm */
{
    double stot,M;
    int    dgn,i,j,k;

    j=nt;
    k=0;
    for (i=0;i<d;i++)
    {
        dgn=dgnsi[i];
        if (dgn<j) j=dgn;
        if (dgn>k) k=dgn;
        stot=b1[limdiag[dgn]]*b2[dgn-limdiag[dgn]];
        if (c==0) SumDiag[0][dgn]+=stot;
        else
        {
            SumDiag[1][dgn]+=stot;
            SumDiag[1][nt-dgn]+=stot;
            if ((nt-dgn)<j) j=nt-dgn;
            if ((nt-dgn)>k) k=nt-dgn;
        }
    }
    M=PMax(c,j,k,l);
    for (i=0;i<d;i++)
    {
        dgn=dgnsi[i];
        stot=b1[limdiag[dgn]]*b2[dgn-limdiag[dgn]];
        if (c==0) SumDiag[0][dgn]-=stot;
        else
        {
            SumDiag[1][dgn]-=stot;
            SumDiag[1][nt-dgn]-=stot;
        }
    }
    return ( M );
}

```

```

double Bin(int c,int d)    /* csm' */
{
    double stot,Mr=0,mr,pr;
    int    dgn,i;

    for (i=0;i<d;i++)
    {
        dgn=dgnsi[i];
        stot=b1[limdiag[dgn]]*b2[dgn-limdiag[dgn]];
        if (c==0) SumDiag[0][dgn]+=stot;
        else
        {
            SumDiag[1][dgn]+=stot;
            SumDiag[1][nt-dgn]+=stot;
        }
    }
    for (i=0;i<d;i++)
    {
        dgn=dgnsi[i];
        pr=(double)dgn/nt;
        mr=CalcP(c,pr);
        if (mr>Mr) Mr=mr;
    }
    for (i=0;i<d;i++)
    {
        dgn=dgnsi[i];
        stot=b1[limdiag[dgn]]*b2[dgn-limdiag[dgn]];
        if (c==0) SumDiag[0][dgn]-=stot;
        else
        {
            SumDiag[1][dgn]-=stot;
            SumDiag[1][nt-dgn]-=stot;
        }
    }
    return (Mr);
}

```

```

double PExacto(int cola, int *x1, int *x2, int *A, double *B, int *D)
{
    double p=0,stot,chimax;

```

```

int    dgn,dg,idxgnaux,i,j,k,l,X1,X2;

while (p<=0.10)
{ if (idxgnsi==0)
  { chimax=(double)1/PREC;
    l=0;
    if (n1==n2)
    { for (dgn=dgnmin; dgn<=n1; dgn++)
      { if ( (1+limdiag[dgn-1] == limdiag[dgn])
          && ( limdiag[dgn+1] == limdiag[dgn])
          && (n2*limdiag[dgn] > n1*(dgn-limdiag[dgn])) )
        { dgnsi[0]=dgn;
          idxgnsi=1;
          if (dgn<n1)
          { dgnsi[1]=nt-dgn;
            idxgnsi=2;
          }
          chi[dgn]=Bin(cola,idxgnsi);
          if (chi[dgn]<chimax)
          { chimax=chi[dgn];
            dgnaux[0]=dgn;
            idxgnaux=1;
            if (dgn<n1)
            { dgnaux[1]=nt-dgn;
              idxgnaux=2;
            }
          }
          else
          { if (chi[dgn]==chimax) idxgnaux=0;
            }
          }
        }
      if (idxgnaux==0) dgnaux[0]=nt;
      if (idxgnaux>=1)
      { l=l+1;
        dg=dgnaux[0];
        dgnsi[0]=dgnaux[0];
        idxgnsi=1;
        if (dg<n1)
        { dgnsi[1]=nt-dg;
          idxgnsi=2;
        }
        chimax=Barnard(cola,idxgnsi,l);
        chi[dg]=chimax;
        for (dgn=dgnmin; dgn<=n1; dgn++)
        { if ( (1+limdiag[dgn-1] == limdiag[dgn]) &&
            ( limdiag[dgn+1] == limdiag[dgn]) )
          { if (chi[dgn]<chimax) idxgnaux=0;
            else
            { if (chi[dgn]>chimax) chi[dgn]=(double)1/PREC;
              }
            }
          }
        }
      if (idxgnaux>=1) idxgnsi=idxgnaux;
      else
      { chimax=(double)1/PREC;
        for (dgn=dgnmin; dgn<=n1; dgn++)
        { if ( (1+limdiag[dgn-1] == limdiag[dgn]) &&
            ( limdiag[dgn+1] == limdiag[dgn]) )
          { dgnsi[0]=dgn;
            idxgnsi=1;
            if (dgn<n1)
            { dgnsi[1]=nt-dgn;
              idxgnsi=2;
            }
            }
          if (chi[dgn]<chimax)
          { if (dgn==dgnaux[0]) chi[dgn]=chi[dgn];
            else
            { l=l+1;
              if (l==1) chi[dgn]=Barnard(cola,idxgnsi,1);
              else      chi[dgn]=Barnard(cola,idxgnsi,2);
            }
            }
          }
        }
      }
    }
  }
}

```

```

        else chi[dgn]=chimax;
    }
    for (dgn=dgnmin; dgn<=n1; dgn++)
    {
        if (chi[dgn]<chimax)
        {
            idxgnaux=idxdgnsi;
            for (i=0;i<idxdgnsi;i++) dgnaux[i]=dgnsi[i];
            idxdgnsi=0;
            dgnsi[idxdgnsi++]=dgn;
            if (dgn<n1)
            {
                dgnsi[idxdgnsi++]=nt-dgn;
                for (dg=dgn+1; dg<=n1; dg++)
                {
                    if (chi[dgn]==chi[dg])
                    {
                        dgnsi[idxdgnsi++]=dg;
                        if (dg<n1) dgnsi[idxdgnsi++]=nt-dg;
                    }
                }
            }
            if (idxdgnsi<=2) chimax=chi[dgn];
            else
            {
                chi[dgn]=Barnard(cola,idxdgnsi,2);
                for (i=0;i<idxdgnsi;i++)
                {
                    dg=dgnsi[i];
                    chi[dg]=chi[dgn];
                }
                if (chi[dgn]<chimax) chimax=chi[dgn];
                else
                {
                    idxdgnsi=idxdgnaux;
                    for (i=0;i<idxdgnsi;i++) dgnsi[i]=dgnaux[i];
                }
            }
        }
    }
}
else
{
    for (dgn=dgnmin; dgn<=dgnmax; dgn++)
    {
        if ( (1+limdiag[dgn-1] == limdiag[dgn]) &&
            ( limdiag[dgn+1] == limdiag[dgn]) )
        {
            dgnsi[0]=dgn;
            chi[dgn]=Bin(cola,1);
            if (chi[dgn]<chimax)
            {
                chimax=chi[dgn];
                dgnaux[0]=dgn;
                idxdgnaux=1;
            }
        }
        else
        {
            if (chi[dgn]==chimax)
            {
                idxdgnaux=0;
            }
        }
    }
}
if (idxdgnaux==0) dgnaux[0]=nt;
if (idxdgnaux==1)
{
    l=l+1;
    dgnsi[0]=dgnaux[0];
    chimax=Barnard(cola,1,l);
    dg=dgnaux[0];
    chi[dg]=chimax;
    for (dgn=dgnmin; dgn<=dgnmax; dgn++)
    {
        if ( (1+limdiag[dgn-1] == limdiag[dgn]) &&
            ( limdiag[dgn+1] == limdiag[dgn]) )
        {
            if (chi[dgn]<chimax) idxdgnaux=0;
            else
            {
                if (chi[dgn]>chimax) chi[dgn]=(double)1/PREC;
            }
        }
    }
}
if (idxdgnaux==1) idxdgnsi=1;
else
{
    chimax=(double)1/PREC;
    for (dgn=dgnmin; dgn<=dgnmax; dgn++)
    {
        if ( (1+limdiag[dgn-1] == limdiag[dgn]) &&
            ( limdiag[dgn+1] == limdiag[dgn]) )
    }
}

```

```

        { dngnsi[0]=dgn;
          idxdngsi=1;
          if (chi[dgn]<chimax)
          { if (dgn==dgnaux[0]) chi[dgn]=chi[dgn];
            else
            { l=l+1;
              if (l==1) chi[dgn]=Barnard(cola,1,1);
              else      chi[dgn]=Barnard(cola,1,2);
            }
          }
        }
      }
    }
  }
  else chi[dgn]=chimax;
}
for (dgn=dgnmin; dgn<=dgnmax; dgn++)
{ if (chi[dgn]<chimax)
  { idxdngsi=idxdngsi;
    for (i=0;i<idxdngsi;i++) dgnaux[i]=dngnsi[i];
    idxdngsi=0;
    dngnsi[idxdngsi++]=dgn;
    if (dgn<dgnmax)
    { for (dg=dgn+1; dg<=dgnmax; dg++)
      { if (chi[dgn]==chi[dg]) dngnsi[idxdngsi++]=dg;
      }
    }
    if (idxdngsi==1) chimax=chi[dgn];
    else
    { chi[dgn]=Barnard(cola,idxdngsi,2);
      for (i=0;i<idxdngsi;i++)
      { dg=dngnsi[i];
        chi[dg]=chi[dgn];
      }
      if (chi[dgn]<chimax) chimax=chi[dgn];
      else
      { idxdngsi=idxdngsi;
        for (i=0;i<idxdngsi;i++) dngnsi[i]=dgnaux[i];
      }
    }
  }
}
}
}
}
j=nt;
k=0;
for (i=0;i<idxdngsi;i++)
{ dgn=dngnsi[i];
  if (dgn<j) j=dgn;
  if (dgn>k) k=dgn;
  stot = b1[limdiag[dgn]]*b2[dgn-limdiag[dgn]];
  if (dgn==dgnmax) dgnmax++;
  if (dgn==dgnmin) dgnmin--;
  if (dgnmin<=1) dgnmin=1;
  if (dgnmax>=nt-1) dgnmax=nt-1;
  if (cola==0)
    SumDiag[0][dgn]+= stot;
  else
  { SumDiag[1][dgn]+=stot;
    SumDiag[1][nt-dgn]+=stot;
    if ((nt-dgn)<j) j=nt-dgn;
    if ((nt-dgn)>k) k=nt-dgn;
  }
  limdiag[dgn]--;
}
P=chimax*PREC;
}
idxdngsi--;
*x1=X1+1+limdiag[dngnsi[idxdngsi]];
*x2=X2+dngnsi[idxdngsi]-*x1;
*A=ACHI;
*B=BCHI;
*D=DDCHI;
p=P;
if (p<=0.10) return (p);
}
return (-1.0);
}

```



```

int MCD (int i1,int i2)
{
    int c;

    if (i1>i2)
    {
        c = i2;
        i2 = i1;
    }
    else c = i1;
    do
    {
        i1= i2;
        i2= c;
        c = i1 - i2 * (i1/i2) ;
    } while ( c!= 0 );
    return i2;
}

int hTeorica (int A1)
{
    int cols,X1,X2;
    double y,frac,fracmax=0;

    for (cols=A1/n2;cols<=n1;cols++)
    {
        y = (double)(n2*cols-A1)/n1;
        if (y>-1.0)
        {
            frac = y - floor(y);
            if (frac>=fracmax)
            {
                fracmax=frac;
                X1= cols;
                X2= 1 + floor((double)(n2*X1-A1)/n1);
            }
        }
    }
    return (A1-ACHI);
}

```

```

double ChiSig (int A1,double B1,int D1)
{
    int      X1,X2=0,b,cols;
    long      d1,d2;
    double    K0,K1,K2=0,K3,a0,a1,a2,a3,c;

    K0=(double)A1*A1/B1;
    K1=(double)K0*n1*n2/nt;
    a0=(double)K1*nt;
    a1=(double)(n2*n2+K1);
    a2=(double)(n1*n2-K1);
    a3=(double)(n1*n1+K1);
    X1=floor(a0/a1);
    d1=ACHI*ACHI;
    d1=d1*D1;
    d2=A1*A1;
    d2=d2*DDCHI;
    if (d1==d2) X1=X1-1;
    if (X1>0) K2=(double)ACHI*ACHI/BCHI;
    b=X1+1;
    for (cols=b;cols<=n1;cols++)
    {
        X1=cols;
        c=(double)4.0*X1*(n1-X1)/K1;
        c=(double)(c+1.0);
        c=sqrt(c);
        c=(double)(a0*(1.0-c)+2.0*X1*a2);
        c=(double)(c/(2.0*a3));
        X2=floor(c+1);
        K3=(double)ACHI*ACHI/BCHI;
        d1=ACHI*ACHI;
        d1=d1*D1;
        d2=A1*A1;
        d2=d2*DDCHI;
        if (d1==d2)
    }
}

```

```

    {
        X2=X2+1;
        K3=(double)ACHI*ACHI/BCHI;
    }
    if (K3>K2) K2=K3;
}
return (K2);
}

```

```
void inicializacion(void)
```

```

{
    int dgn;
    double v,v1,v2;

    P=0;
    dgnmin=dgnmax=n1;
    nt=n1+n2;
    DD=nt;
    DI=0;
    ODAUX=nt;
    DIAUX=0;
    pmaux=1/PREC;
    Binomial(&b1,n1,1);
    Binomial(&b2,n2,1);
    for (dgn=0;dgn<=nt;dgn++)
    {
        limdiag[dgn]= (dgn<=n1) ? dgn : n1;
        SumDiag[0][dgn] = SumDiag[1][dgn] = 0;
        chi[dgn]=0;
    }
    idxgnsi=0;
    mcd=MCD(n1,n2);
    if (n1==n2)
    {
        v=(double)n1/2.0;
        v1=floor(v);
        v2=ceil(v);
        if (v1==v2) v=(double)((n1+2)*n1/4.0);
        else v=(double)((n1+1)*(n1+1)/4.0);
    }
    else
    {
        v=(double)((n1+1)*(n2+1)-(mcd+1));
        v=(double)v/2.0;
    }
    Haber=sqrt((double)nt)/v;
    Haber2=(double)nt/v;
}

```

```
double PChi2(double Chi)
```

```

{
    double Z,q;

    if (Chi<200) Z=.7071067812*sqrt(Chi);
    else Z=10;
    q=(1+Z*(.0705230784
        +Z*(.0422820123
        +Z*(.0092705272
        +Z*(.0001520143
        +Z*(.0002765672
        +Z*(.0000430638))))));
    q=1/q/q/q/q;
    q=q*q*q*q;
    return(q);
}

```

```
double SigniFinal(int metodo)
```

```

{
    double ch,p;

    switch (metodo)
    {
        case 0: ch=(double)(NChi-mcd/2.0);ch*=ch/DChi;
                p=PChi2(ch)/2.0;break;
    }
}

```

```

        case 1: ch=(double)(NChi-nt/4.0);ch*=ch/DChi;
                p=PChi2(ch)/2.0;break;

        case 2: ch=(double)(NChi-n1/2.0);ch*=ch/DChi;
                p=PChi2(ch)/2.0;break;

        case 3: ch=(double)(NChi-hTeorica(NChi)/2.0);ch*=ch/DChi;
                p=PChi2(ch)/2.0;break;

        case 4: p=PChi2((double)NChi*NChi/DChi)/2.0;
                break;

        case 5: p=PChi2(((double)NChi*NChi/DChi+ChiSig(NChi,DChi,DDChi))/2.0)/2.0;
                break;

        case 6: ch=((double)NChi/sqrt(DChi)+sqrt(ChiSig(NChi,DChi,DDChi)))/2.0;ch*=ch;
                p=PChi2(ch)/2.0;break;

        case 7: p=(PChi2((double)NChi*NChi/DChi)+PChi2(ChiSig(NChi,DChi,DDChi)))/4.0;
                break;

        case 8: ch=(double)(NChi/sqrt(DChi)-Haber/2.0);ch*=ch;
                p=PChi2(ch)/2.0;break;

        case 9: p=PChi2(((double)NChi*NChi/DChi-Haber2/2.0))/2.0;
                break;

    }

    return(p);
}

```

```
void main()
```

```

{
    int    d,a,periodo,colas,met,ni,nf,nt1,nt2,ntt,x1,x2,intervalo,uent[10],salida,clase,col;
    long   N[8][8][2],NT2[8][8][10][2][3];
    double E,pexac,pa,ptabla[10],coctabla,deltai,deltas,prop,prop2,K;
    char    cper[2][10],IE[8][12];

    FILE *propor1;
    FILE *propor2;
    propor1=fopen("PROPOR1","wt");
    propor2=fopen("PROPOR2","wt");

    strcpy(cper[0],".001-.01");
    strcpy(cper[1],".01-.10");

    strcpy(IE[0]," E<=1.5 ");
    strcpy(IE[1],"1.5<E<=2.5");
    strcpy(IE[2],"2.5<E<=3.5");
    strcpy(IE[3],"3.5<E<=4.5");
    strcpy(IE[4],"4.5<E<=6.0");
    strcpy(IE[5],"6.0<E<=7.5");
    strcpy(IE[6],"7.5<E<=9.0");
    strcpy(IE[7]," E>9.0 ");

    for (colas=0;colas<1;colas++)
    {
        fprintf(propor1,"\n%s",cper[0]);
        fprintf(propor2,"\n%s",cper[1]);
        for (periodo=1;periodo<2;periodo++)
        {
            switch (periodo)
            {
                case 1:ni=5;nf=50;break;
                case 2:ni=16;nf=24;break;
                case 3:ni=27;nf=33;break;
                case 4:ni=37;nf=43;break;
                case 5:ni=48;nf=52;break;
            }
        }
        for (col=0;col<8;col++)

```

```

for (clase=0;clase<8;clase++)
{ for (intervalo=0;intervalo<2;intervalo++)
  { N[col][clase][intervalo]=0;
    for (met=0;met<((colas==0)?10:10);met++)
      for (salida=0;salida<3;salida++)
        { NT2[col][clase][met][intervalo][salida]=0;
        }
    }
}
nt1=ni;
nt2=nf;
for (ntt=nt1;ntt<=nt2;ntt++)
{ for (n1=2;n1<=ntt/2;n1++)
  { n2=ntt-n1;
    K=(double)n2/n1;
    if (K==1) col=0;
    if ((K>1) && (K<=1.25)) col=1;
    if ((K>1.25) && (K<=1.50)) col=2;
    if ((K>1.50) && (K<=1.75)) col=3;
    if ((K>1.75) && (K<=2)) col=4;
    if ((K>2) && (K<=3)) col=5;
    if ((K>3) && (K<=5)) col=6;
    if (K>5) col=7;
    if (K>=1)
    { inicializacion();
      while ((pexac=PExacto(colas,&x1,&x2,&NChi,&DChi,&DDChi))!= -1 )
      {
        a=x1*x2;
        if (a>nt-a) a=nt-a;
        E=(double)a*n1;
        E=(double)E/nt;
        if (pexac >=.001)
        { if (pexac <=.01)
          { intervalo=0;
            deltai=.5;
            deltas=1.0;
          }
          else if (pexac <.05)
          { intervalo=1;
            deltai=.55-5.0*pexac; /* 0.5-0.3 */
            deltas=1.15-15.0*pexac; /* 1.0-0.4 */
          }
          else { intervalo=1;
            deltai=.2+2.0*pexac; /* 0.3-0.4 */
            deltas=.1+6.0*pexac; /* 0.4-0.7 */
          }
        }
        if (E<=1.5) clase=0;
        else
        { if (E<=2.5) clase=1;
          else
          { if (E<=3.5) clase=2;
            else
            { if (E<=4.5) clase=3;
              else
              { if (E<=6.0) clase=4;
                else
                { if (E<=7.5) clase=5;
                  else
                  { if (E<=9.0) clase=6;
                    else clase=7;
                  }
                }
              }
            }
          }
        }
      }
    }
  }
}
N[col][clase][intervalo]++;
for (met=0;met<((colas==0)?10:10);met++)
{ pa=(colas+1)*SigniFinal(met);
  if ((coctabla=(ptabla[met]-pa)/pexac)>(deltas+1.0)) uent[met]=0;
  else uent[met]=2;
  if (coctabla<(1.0-deltai)) uent[met]=1;
  if (uent[met]<2)
  { NT2[col][clase][met][intervalo][uent[met]]++;
  }
}

```

```

    }
    }
    }
    for (col=0;col<8;col++)
    { fprintf(propor1, "\n
      N      CK  PH  S   T   U   C   H1   M   H2   HC*");
      fprintf(propor2, "\n
      N      CK  PH  S   T   U   C   H1   M   H2   HC*");
      for (clase=0;clase<8;clase++)
      { for (met=0;met<((colas==0)?10:10);met++)
        for (intervalo=0;intervalo<2;intervalo++)
        { NT2[col][clase][met][intervalo][2]=NT2[col][clase][met][intervalo][0]
          +NT2[col][clase][met][intervalo][1];
        }
        fprintf(propor1, "\n%s", IE[clase]);
        fprintf(propor2, "\n%s", IE[clase]);
        for (intervalo=0;intervalo<2;intervalo++)
        { if (intervalo==0) fprintf(propor1, " %6ld ", N[col][clase][intervalo]);
          else fprintf(propor2, " %6ld ", N[col][clase][intervalo]);
          for (met=0;met<((colas==0)?10:10);met++)
          { if (intervalo==0) fprintf(propor1, " ");
            else fprintf(propor2, " ");
            for (salida=2;salida<3;salida++)
            { if (N[col][clase][intervalo]==0) prop=0;
              else prop=(double) NT2[col][clase][met][intervalo][salida]
                /N[col][clase][intervalo];
              prop=100*prop;
              prop2=floor(prop);
              if (prop-prop2>=0.5) d=prop2+1;
              else d=prop2;
              if (intervalo==0) fprintf(propor1, "%3d", d);
              else fprintf(propor2, "%3d", d);
            }
          }
        }
      }
    }
  }
}

```

```

void main()
{
  int    d,a,periodo,colas,met,ni,nf,nt1,nt2,ntt,x1,x2,intervalo,uent[4],salida,clase,col;
  long   N[4][5][2],NT2[4][5][4][2][3];
  double E,pexac,pa,ptabla[4],coctabla,deltai,deltas,prop,prop2,K;
  char   cper[2][10],IE[5][12];

  FILE *propor1;

```

```

FILE *propor2;

propor1=fopen("PROPOR1","wt");
propor2=fopen("PROPOR2","wt");

strcpy(cper[0],".001-.01");
strcpy(cper[1],".01-.10");

strcpy(IE[0]," E<=2.5 ");
strcpy(IE[1],"2.5<E<=4");
strcpy(IE[2]," 4<E<=6 ");
strcpy(IE[3]," 6<E<=9 ");
strcpy(IE[4]," E>9 ");

for (colas=0;colas<=1;colas++)
{
    fprintf(propor1,"\n%s",cper[0]);
    fprintf(propor2,"\n%s",cper[1]);
    for (periodo=1;periodo<7;periodo++)
    { switch (periodo)
      { case 1:ni=6;nf=14;break;
        case 2:ni=16;nf=24;break;
        case 3:ni=27;nf=33;break;
        case 4:ni=37;nf=43;break;
        case 5:ni=48;nf=52;break;
      }
    }
    for (col=0;col<4;col++)
    { for (clase=0;clase<5;clase++)
      { for (intervalo=0;intervalo<2;intervalo++)
        { N[col][clase][intervalo]=0;
          for (met=0;met<4;met++)
          { for (salida=0;salida<3;salida++)
            { NT2[col][clase][met][intervalo][salida]=0;
            }
          }
        }
      }
      n1=ni;
      n2=nf;
      fprintf(propor1, "\n n:%2d-%2d      N      H2      HC      CK      S",n1,n2);
      fprintf(propor2, "\n n:%2d-%2d      N      H2      HC      CK      S",n1,n2);
      for (ntt=nt1;ntt<=nt2;ntt++)
      { for (n1=2;n1<=ntt/2;n1++)
        { n2=ntt-n1;
          K=(double)n2/n1;
          if ((K>=1) && (K<=1.4)) col=0;
          if ((K>1.4) && (K<=2)) col=1;
          if ((K>2) && (K<=3)) col=2;
          if ((K>3) && (K<=5)) col=3;
          if ((K>=1) && (K<=5))
          { inicializacion();
            while ((pexac=PExacto(colas,&x1,&x2,&NChi,&DChi,&DDChi))!= -1 )
            { a=x1+x2;
              if (a>nt-a) a=nt-a;
              E=(double)a*n1;
              E=(double)E/nt;
              if (pexac >=.001)
              { if (pexac <=.01) /* Se dan valores a las  $\delta^+$  y  $\delta^-$  */
                { intervalo=0;
                  deltai=.5;
                  deltas=1.0;
                }
              }
              else if (pexac <.05)
              { intervalo=1;
                deltai=.55-5.0*pexac; /* 0.5-0.3 */
                deltas=1.15-15.0*pexac; /* 1.0-0.4 */
              }
              else { intervalo=1;
                deltai=.2+2.0*pexac; /* 0.3-0.4 */
                deltas=.1+6.0*pexac; /* 0.4-0.7 */
              }
            }
          }
          if (E<=2.5) clase=0;
          else
          { if (E<=4) clase=1;
            else
            { if (E<=6) clase=2;

```


APENDICE III

Tabla 10

Regiones críticas del test de Barnard (CSM) para una y dos colas, para los n_1 y n_2 (tamaños de muestra) especificados y las significaciones 1%, 5% y 10%.

n1= 2										n1= 3										n1= 4										n1= 5									
UNA COLA										UNA COLA										UNA COLA										UNA COLA									
n2	x1	10%	5%	1%	10%	5%	1%	10%	5%	1%	n2	x1	10%	5%	1%	10%	5%	1%	10%	5%	1%	n2	x1	10%	5%	1%	10%	5%	1%	n2	x1	10%	5%	1%	10%	5%	1%		
3	2	0	0	-	0	-	-	16	3	8	6	3	6	5	3	17	3	6	4	1	4	4	1	14	5	9	8	5	8	6	4	15	5	10	8	5	8	7	4
4	2	1	0	-	0	0	-	17	2	3	2	0	3	2	0	18	2	2	1	-	2	1	-	15	4	6	4	2	4	3	2	16	4	6	5	2	5	4	2
5	2	1	0	-	1	0	-	18	1	0	-	0	-	-	19	1	0	-	0	-	-	20	3	3	2	0	2	2	0	15	2	1	0	-	1	0	-		
6	2	2	1	-	1	0	-	19	3	9	7	3	7	6	3	20	3	6	4	1	5	4	1	15	4	6	5	2	4	3	2	16	3	4	2	1	3	2	1
7	2	2	1	0	1	1	0	20	2	3	2	0	3	2	0	21	2	2	1	0	2	1	0	16	5	10	8	5	8	7	4	17	4	6	5	2	4	3	2
8	1	-	-	-	0	-	-	21	1	0	-	0	-	-	22	1	0	-	0	-	-	20	1	0	-	0	-	-	15	3	3	2	0	3	2	0			
9	2	2	1	0	2	1	0	22	3	9	7	4	7	6	4	23	3	7	5	2	6	5	2	16	4	6	5	2	5	4	2	17	2	1	0	-	1	0	-
10	1	0	-	-	0	-	-	23	2	4	2	0	4	2	0	24	3	6	4	2	5	4	2	16	5	11	9	6	9	7	5	17	4	6	5	2	5	4	2
11	2	3	2	0	3	2	0	24	1	0	-	0	-	-	25	2	2	1	-	3	1	0	17	3	4	2	1	3	2	1	18	3	4	2	1	3	2	1	
12	1	0	-	-	0	-	-	25	2	4	2	0	4	2	0	26	4	12	10	6	9	8	6	17	2	1	0	-	1	0	-	19	2	1	0	-	1	0	-
13	2	4	3	0	4	3	0	26	3	11	8	4	8	7	4	27	3	7	5	2	6	5	2	18	5	11	10	6	10	8	5	20	4	7	5	2	5	4	3
14	1	0	-	-	0	-	-	27	2	4	3	0	4	3	0	28	2	3	1	0	3	1	0	18	3	4	3	1	3	3	0	21	3	4	3	1	3	3	0
15	2	5	3	1	4	3	1	28	1	0	-	0	-	-	29	3	7	5	2	6	5	2	19	2	1	0	-	1	0	-	22	2	1	0	-	1	0	-	
16	1	0	-	-	0	-	-	29	2	5	3	0	5	3	0	30	4	14	11	7	10	9	7	20	5	12	10	7	10	8	6	23	4	8	6	3	6	5	3
17	2	6	4	1	5	4	1	30	1	0	-	0	-	-	31	3	8	5	2	7	5	2	20	4	8	6	3	6	5	3	24	3	4	3	1	3	3	1	
18	1	0	-	-	0	-	-	31	2	5	3	1	5	3	1	32	4	14	11	7	10	9	7	21	5	13	11	7	10	9	6	25	2	2	0	-	2	0	-
19	2	6	4	1	5	4	1	32	1	0	-	0	-	-	33	3	8	6	3	7	6	3	21	4	8	6	3	6	5	3	26	3	4	3	1	4	3	1	
20	1	0	-	-	0	-	-	33	2	6	3	1	6	3	1	34	4	15	12	8	12	10	8	22	5	13	11	7	10	9	6	27	2	2	1	-	2	1	-
21	2	7	5	1	6	5	1	34	1	0	-	0	-	-	35	3	8	6	3	7	6	3	23	4	8	7	3	7	5	3	28	3	5	3	1	4	3	1	
22	1	0	-	-	0	-	-	35	2	6	3	1	6	3	1	36	4	16	13	8	12	11	8	24	5	14	12	8	12	10	7	29	2	2	1	-	2	1	-
23	2	7	5	1	7	5	1	36	1	1	0	-	1	0	-	37	3	9	7	3	8	6	3	25	4	9	7	4	7	6	4	30	1	0	-	-	0	-	
24	1	0	-	-	0	-	-	37	2	1	0	-	0	-	-	38	4	16	13	8	12	11	8	26	5	14	12	8	12	10	7	31	3	5	3	1	4	3	1
25	2	8	5	2	7	5	2	38	1	0	-	0	-	-	39	3	9	7	3	8	6	3	27	4	9	7	4	7	6	4	32	2	2	1	-	2	1	-	
26	1	0	-	-	0	-	-	39	2	8	5	2	7	5	2	40	4	16	13	8	12	11	8	28	5	15	13	9	13	11	8	33	1	0	-	-	0	-	
27	2	8	5	2	7	5	2	40	1	0	-	0	-	-	41	3	9	7	3	8	6	3	29	4	9	7	4	7	6	4	34	3	5	4	1	4	3	1	
28	1	0	-	-	0	-	-	41	2	8	5	2	7	5	2	42	4	16	13	8	12	11	8	30	5	15	13	9	13	11	8	35	2	2	1	-	2	1	-
29	2	8	5	2	7	5	2	42	1	0	-	0	-	-	43	3	9	7	3	8	6	3	31	4	9	7	4	7	6	4	36	1	0	-	-	0	-		
30	1	0	-	-	0	-	-	43	2	8	5	2	7	5	2	44	4	16	13	8	12	11	8	32	5	15	13	9	13	11	8	37	3	5	4	1	4	3	1
31	2	8	5	2	7	5	2	44	1	0	-	0	-	-	45	3	9	7	3	8	6	3	33	4	9	7	4	7	6	4	38	2	2	1	-	2	1	-	
32	1	0	-	-	0	-	-	45	2	8	5	2	7	5	2	46	4	16	13	8	12	11	8	34	5	15	13	9	13	11	8	39	1	0	-	-	0	-	
33	2	8	5	2	7	5	2	46	1	0	-	0	-	-	47	3	9	7	3	8	6	3	35	4	9	7	4	7	6	4	40	3	5	4	1	4	3	1	
34	1	0	-	-	0	-	-	47	2	8	5	2	7	5	2	48	4	16	13	8	12	11	8	36	5	15	13	9	13	11	8	41	2	2	1	-	2	1	-
35	2	8	5	2	7	5	2	48	1	0	-	0	-	-	49	3	9	7	3	8	6	3	37	4	9	7	4	7	6	4	42	1	0	-	-	0	-		
36	1	0	-	-	0	-	-	49	2	8	5	2	7	5	2	50	4	16	13	8	12	11	8	38	5	15	13	9	13	11	8	43	3	5	4	1	4	3	1
37	2	8	5	2	7	5	2	50	1	0	-	0	-	-	51	3	9	7	3	8	6	3	39	4	9	7	4	7	6	4	44	2	2	1	-	2	1	-	
38	1	0	-	-	0	-	-	51	2	8	5	2	7	5	2	52	4	16	13	8	12	11	8	40	5	15	13	9	13	11	8	45	1	0	-	-	0	-	
39	2	8	5	2	7	5	2	52	1	0	-	0	-	-	53	3	9	7	3	8	6	3	41	4	9	7	4	7	6	4	46	3	5	4	1	4	3	1	
40	1	0	-	-	0	-	-	53	2	8	5	2	7	5	2	54	4	16	13	8	12	11	8	42	5	15	13	9	13	11	8	47	2	2	1	-	2	1	-
41	2	8	5	2	7	5	2	54	1	0	-	0	-	-	55	3	9	7	3	8	6	3	43	4	9	7	4	7	6	4	48	1	0	-	-	0	-		
42	1	0	-	-	0	-	-	55	2	8	5	2	7	5	2	56	4	16	13	8	12	11	8	44	5	15	13	9	13	11	8	49	3	5	4	1	4	3	1
43	2	8	5	2	7	5	2	56	1	0	-	0	-	-	57	3	9	7	3	8	6	3	45	4	9	7	4	7	6	4	50	2	2	1	-	2	1	-	
44	1	0	-	-	0	-	-	57	2	8	5	2	7	5	2	58	4	16	13	8	12	11	8	46	5	15	13	9	13	11	8	51	1	0	-	-	0	-	
45	2	8	5	2	7																																		

Tabla 10 (Cont.)

n1= 6 CONT.								n1= 6 CONT.								n1= 7 CONT.								n1= 8 CONT.									
UNA COLA DOS COLAS								UNA COLA DOS COLAS								UNA COLA DOS COLAS								UNA COLA DOS COLAS									
n2	x1	10%	5%	1%	10%	5%	1%	n2	x1	10%	5%	1%	10%	5%	1%	n2	x1	10%	5%	1%	10%	5%	1%	n2	x1	10%	5%	1%	10%	5%	1%		
**	**	***	***	***	***	***	***	**	**	***	***	***	***	***	***	**	**	***	***	***	***	***	***	**	**	***	***	***	***	***			
9	4	2	1	0	1	1	0	24	3	4	3	1	4	3	1	18	6	10	8	5	8	6	4	12	7	6	5	3	6	4	3		
	3	1	0	-	0	0	-		2	2	1	-	2	1	-		5	7	5	3	5	5	3		6	5	4	2	4	3	1		
	2	0	-	-	0	-	-		1	0	-	-	0	-	-		4	4	3	1	4	3	1		5	3	2	1	2	2	0		
10	6	7	6	4	5	5	3	25	6	18	16	12	16	14	10		3	2	1	0	2	1	0		4	2	1	0	1	0	0		
	5	4	3	1	3	2	1		5	13	10	7	10	9	6		2	1	0	-	1	0	-		3	1	0	-	0	0	-		
	4	3	2	0	2	1	0		4	8	7	3	7	5	3		7	14	13	9	12	11	8		2	0	-	-	0	-	-		
	3	1	0	-	1	0	-		3	5	3	1	4	3	1		6	10	8	6	8	7	5		13	8	10	9	6	8	5		
	2	0	0	-	0	-	-		2	2	1	-	2	1	-		5	7	6	3	6	5	3		7	7	6	4	6	5	3		
11	6	7	6	4	6	5	3		1	0	-	-	0	-	-		4	5	3	1	4	3	1		6	5	4	2	4	3	2		
	5	5	4	2	4	2	1			3	2	2	0	2	1	0		5	4	3	1	3	2	1			
	4	3	2	0	2	2	1		**	**	***	**	**	***	**	**		2	1	0	-	1	0	-		4	2	1	0	2	1	0	
	3	1	0	0	1	0	-		7	4	4	2	4	3	2		7	15	13	10	13	11	9		3	1	0	-	0	0	-		
	2	0	0	-	0	0	-		6	3	2	1	2	1	0		6	11	9	6	9	8	5		2	0	-	-	0	-	-		
12	6	8	7	5	7	6	4		5	2	1	0	1	0	0		5	8	6	3	6	5	3		14	8	10	9	7	9	8	6	
	5	5	4	2	4	3	2		4	1	0	-	0	0	-		4	5	3	2	4	3	2		7	8	7	4	7	6	3		
	4	3	2	0	3	2	0		3	0	0	-	0	-	-		3	3	2	0	2	2	0		6	6	4	3	4	3	2		
	3	2	1	0	1	0	0		8	7	5	4	3	5	4	2		2	1	0	-	1	0	-		5	4	3	1	3	2	1	
	2	0	0	-	0	0	-		6	4	3	1	3	2	1		7	16	14	11	14	12	10		4	2	2	0	2	1	0		
13	6	9	8	5	8	7	4		5	2	1	0	1	1	0		6	11	10	6	9	8	5		3	1	0	-	0	0	-		
	5	6	4	2	4	3	2		4	1	1	0	1	0	0		5	8	6	4	7	6	3		2	0	0	-	0	0	-		
	4	4	3	1	3	2	1		4	1	1	0	1	0	0		4	5	4	1	4	3	2		15	8	11	10	8	10	9	7	
	3	2	1	0	1	0	0		3	0	0	-	0	0	-		3	3	2	0	2	2	0		7	8	7	5	7	6	4		
	2	0	0	-	0	0	-		2	0	-	-	-	-	-		2	1	0	-	1	0	-		6	6	5	3	5	4	2		
14	6	10	8	6	8	7	5		9	7	6	5	3	5	5	3		7	16	15	11	14	13	9		5	4	3	1	3	3	1	
	5	6	5	3	5	4	2		6	4	3	2	3	3	1		6	12	10	7	10	8	6		4	3	2	0	2	1	0		
	4	4	3	1	3	2	1		5	2	2	0	2	1	0		5	9	7	4	7	6	4		3	1	0	0	1	0	-		
	3	2	1	0	1	1	0		4	2	1	0	1	0	0		4	6	4	2	5	3	2		2	0	0	-	0	0	-		
	2	0	0	-	1	0	-		3	0	0	-	0	0	-		3	3	2	0	3	2	0		16	8	12	11	8	11	10	7	
15	6	10	9	6	8	8	5		2	0	-	-	0	-	-		2	1	0	-	1	0	-		7	9	7	5	8	7	4		
	5	7	6	3	5	4	3		10	7	7	6	4	6	5	3		7	17	15	12	15	13	10		6	7	6	3	5	4	3	
	4	4	3	1	4	3	1		6	5	4	2	4	3	2		6	13	11	7	11	9	6		5	5	3	2	4	3	1		
	3	2	1	0	2	1	0		5	3	2	1	2	1	0		5	9	7	4	7	6	4		4	3	2	0	2	1	0		
	2	1	0	-	1	0	-		4	2	1	0	1	1	0		4	6	5	2	5	4	2		3	1	0	0	1	0	0		
16	6	11	10	7	9	8	6		3	0	0	-	0	0	-		3	3	2	0	3	2	0		2	0	0	-	0	0	-		
	5	8	6	3	6	5	3		2	0	-	-	0	-	-		2	1	0	-	1	0	-		17	8	13	12	9	12	10	7	
	4	5	3	2	4	3	1		7	8	7	5	7	6	4		7	18	16	12	16	14	10		7	10	8	6	8	7	5		
	3	2	2	0	2	1	0		6	5	4	2	4	3	1		6	13	11	8	11	9	7		6	7	6	3	6	5	3		
	2	1	0	-	1	0	-		5	4	3	1	2	2	1		5	10	8	4	8	7	5		5	5	4	2	4	3	2		
17	6	12	11	7	10	9	6		4	2	1	0	2	1	0		4	6	5	2	5	4	2		4	3	2	0	2	2	0		
	5	8	6	4	7	5	3		3	1	0	-	0	0	-		3	4	2	0	3	2	0		3	2	1	0	1	0	0		
	4	5	4	2	4	3	2		2	0	-	-	0	-	-		2	1	0	-	1	0	-		2	0	0	-	0	0	-		
	3	3	2	0	2	2	0		12	7	8	7	5	7	7	5		7	19	17	13	17	15	11		18	8	14	12	10	12	10	8
	2	1	0	-	1	0	-		6	6	5	3	5	4	2		6	14	12	8	12	10	7		7	10	9	6	9	8	5		
18	6	13	11	8	11	10	6		5	4	3	1	3	2	1		5	10	8	5	8	7	5		6	8	6	4	6	5	3		
	5	8	7	4	7	6	4		4	3	1	0	2	1	0		4	7	5	2	5	4	2		5	5	4	2	4	4	2		
	4	6	4	2	5	3	2		3	1	1	-	1	0	-		3	4	2	1	3	3	1		4	4	2	0	3	2	1		
	3	3	2	0	2	2	0		2	0	-	-	0	-	-		2	1	1	-	1	0	-		3	2	1	0	1	1	-		
	2	1	0	-	1	0	-		13	7	9	8	6	8	7	5			2	0	0	-	1	0	-		
19	6	14	12	9	11	10	7		6	7	5	3	6	4	2		**	**	***	**	**	***	**	**		19	8	15	13	10	13	11	9
	5	9	7	4	7	6	4		5	4	3	2	3	3	1		8	8	5	5	3	5	4	3		7	11	9	7	9	8	5	
	4	6	5	2	5	4	2		4	3	2	0	2	1	0			7	4	3	1	3	2	1		6	8	7	4	7	6	4	
	3	3	2	0	3	2	0		3	1	0	-	1	0	0			6	2	2	0	2	2	0		5	6	4	2	5	4	2	
	2	1	0	-	1	0	-		2	0	0	-	0	0	-			5	1	1	0	1	0	0		4	4	3	1	3	2	1	
20	6	14	13	9	12	11	7		7	10	9	7	9	8	5			4	1	0	-	0	0	-		3	2	1	0	1	1	0	
	5	10	8	5	8	6	5		6	7	6	3	5	5	3			3	0	0	-	0	-	-		2	0	0	-	1	0	-	
	4	6	5	2	5	4	2		5	5	4	2	3	3	2			3	0	0	-	0	-	-		8	15	14	11	13	12	10	
	3	4	2	0	3	2	0		4	3	2	0	3	1	0			8	6	5	4	6	4	3		7	12	10	7	10	9	6	
	2	1	0	-	1	0	-		3	2	0	0	1	1	0			7	5	4	2	4	3	1		6	9	7	5	7	6	4	
21	6	15	13	10	13	11	8		2	0	0	-	0	-	-			6	3	2	1	2	2	1		5	6	5	2	5	4	2	
	5	10	9	5	8	7	5		7	11	10	7	9	8	6			5	2	1	0	2	1	0		4	4	3	1	3	2	1	
	4	7	5	2	6	4	2		6	7	6	4	7	5	3			4	1	0	0	0	0	-		3	2	1	0	2	1	0	
	3	4	3	1	3	3	1		5	6	4	2	4	3	2			3	0	0	-	0	0	-		2	1	0	-	1	0	-	
	2	1	0	-	1	0	-		4	3																							

Tabla 10 (Cont.)[illegible]

Tabla 10 (Cont.)

n1=11 CONT.									n1=11 CONT.									n1=12 CONT.									n1=12 CONT.									
n2	x1	10%	5%	1%	10%	5%	1%		n2	x1	10%	5%	1%	10%	5%	1%		n2	x1	10%	5%	1%	10%	5%	1%		n2	x1	10%	5%	1%	10%	5%	1%		
11	9	5	4	3	4	3	2		19	11	15	14	12	14	13	10		12	8	4	4	1	4	2	1		19	6	4	3	2	4	3	1		
	8	4	3	2	3	3	1			10	13	11	9	11	10	8			7	3	2	1	2	2	0			5	3	2	0	2	1	0		
	7	4	2	1	2	1	1			9	10	9	6	10	8	5			6	2	1	0	1	1	0			4	2	1	0	1	1	0		
	6	2	1	0	1	1	0			8	8	7	5	7	6	4			5	1	1	0	1	0	-			3	1	0	-	0	0	-		
	5	1	1	0	1	0	-			7	7	5	3	5	4	3			4	1	0	-	0	0	-			2	0	-	-	0	-	-		
	4	1	0	-	0	0	-			6	5	4	2	4	3	1			3	0	0	-	0	-	-		20	12	16	15	13	15	14	12		
	3	0	0	-	0	-	-			5	4	2	1	2	2	1			13	12	10	8	10	9	7			11	14	12	10	12	11	9		
12	11	9	8	7	9	8	6			4	2	2	0	2	1	0			11	9	7	5	7	7	5			10	11	10	7	10	9	6		
	10	8	7	4	7	6	4			3	1	0	-	0	0	-			10	7	6	4	6	5	4			9	10	9	6	9	7	5		
	9	6	5	4	5	5	3		20	2	0	-	-	0	0	-			9	6	5	3	5	4	2			8	8	6	4	6	6	4		
	8	5	4	2	4	3	1			11	16	15	13	15	14	11			8	4	3	2	3	3	1			7	6	5	3	5	4	2		
	7	3	3	1	3	2	1			10	13	12	9	12	11	8			7	4	3	1	3	2	1			6	5	4	2	4	3	1		
	6	3	2	1	2	1	0			9	11	10	7	10	9	6			6	2	2	0	2	1	0			5	3	2	0	2	2	0		
	5	2	1	0	1	0	0			8	9	7	5	7	6	4			5	2	1	0	1	0	0			4	2	1	0	2	1	0		
	4	1	0	-	0	0	-			7	7	6	4	6	5	3			4	1	0	-	0	0	-			3	1	0	-	0	0	-		
	3	0	0	-	0	-	-			6	5	4	2	4	3	2			3	0	0	-	0	-	-			2	0	-	-	0	-	-		
	2	0	-	-	-	-	-			5	4	3	1	3	2	1			14	12	11	9	11	9	8			21	12	17	16	14	16	15	12	
13	11	10	9	8	10	8	7			4	2	1	0	1	1	0			11	9	8	6	8	7	5			11	15	13	10	13	12	9		
	10	8	7	5	7	6	5			3	1	0	-	1	0	-			10	8	7	5	7	6	4			10	12	11	8	11	10	7		
	9	7	6	4	6	5	3			2	0	0	-	0	0	-			9	6	5	3	5	4	3			9	10	9	6	9	7	5		
	8	5	4	3	4	3	2		21	11	17	16	13	15	15	12			8	5	4	2	4	3	2			8	8	7	5	7	6	4		
	7	4	3	1	3	3	1			10	14	13	10	13	11	9			7	4	3	1	3	3	1			7	7	5	3	5	4	3		
	6	3	2	1	3	1	0			9	11	10	7	10	9	6			6	3	2	1	2	1	0			6	5	4	2	4	3	1		
	5	2	1	0	1	1	0			8	10	8	5	8	7	5			5	2	1	0	1	1	0			5	4	3	1	3	2	1		
	4	1	0	-	0	0	-			7	7	6	4	6	5	3			4	1	0	-	0	0	-			4	2	1	0	1	1	0		
	3	0	0	-	0	0	-			6	6	4	2	5	4	2			3	0	0	-	0	0	-			3	1	0	-	1	0	-		
	2	0	-	-	-	-	-			5	4	3	1	3	2	1			2	0	-	-	-	-	-			2	0	0	-	0	0	-		
14	11	11	10	8	10	9	7			4	3	2	0	2	1	0			15	12	12	11	9	11	10	9		22	12	18	17	14	17	16	13	
	10	9	8	6	8	7	5			3	1	0	-	1	0	-			11	10	9	7	9	8	6			11	15	14	11	14	13	10		
	9	7	6	4	6	5	4			2	0	0	-	0	0	-			10	8	7	5	7	6	4			10	13	11	8	12	10	8		
	8	6	5	3	5	4	2		22	11	18	17	14	17	16	13			9	7	6	4	6	5	3			9	11	9	7	9	8	5		
	7	4	3	2	3	3	1			10	15	13	10	13	12	9			8	5	4	2	4	3	2			8	9	8	5	7	6	4		
	6	4	2	1	3	2	1			9	12	11	8	11	10	7			7	5	3	2	4	3	1			7	7	5	3	6	5	3		
	5	2	2	0	2	1	0			8	10	8	6	8	7	5			6	3	3	1	2	2	0			6	5	4	2	4	3	1		
	4	1	0	0	0	0	-			7	8	7	4	7	5	3			5	2	1	0	1	1	0			5	4	3	1	3	2	1		
	3	0	0	-	0	0	-			6	6	5	3	5	4	2			4	1	0	-	1	0	-			4	2	1	0	1	1	0		
	2	0	-	-	0	-	-			5	4	3	1	3	2	1			3	0	0	-	0	0	-			3	1	0	-	1	0	-		
15	11	12	11	9	11	10	8			4	3	1	0	2	1	0			16	12	13	12	10	12	11	9		23	12	19	18	15	17	17	13	
	10	10	8	6	8	8	6			3	1	1	0	1	0	0			11	11	10	7	9	8	6			11	16	14	12	14	13	11		
	9	8	7	5	7	6	4			2	0	-	-	0	0	-			10	9	8	6	8	7	5			10	13	12	9	12	10	8		
	8	6	5	3	5	4	2		23	11	19	18	15	17	16	13			9	7	6	4	6	5	3			9	12	10	7	10	8	6		
	7	5	4	2	4	3	1			10	15	14	11	14	13	10			8	6	5	3	5	4	3			8	9	8	5	8	7	4		
	6	3	3	1	3	2	1			9	13	11	8	11	10	7			7	4	4	2	4	3	1			7	7	6	4	6	5	3		
	5	3	1	0	2	1	0			8	11	9	6	9	7	5			6	4	2	1	3	2	1			6	6	4	2	5	4	2		
	4	1	1	0	1	0	0			7	8	7	4	7	6	4			5	2	2	0	2	1	0			5	4	3	1	3	2	1		
	3	0	0	-	0	0	-			6	7	5	3	5	4	2			4	2	0	0	0	0	-			4	3	2	0	2	1	0		
	2	0	-	-	0	-	-			5	4	3	1	4	2	1			3	0	0	-	0	0	-			3	1	0	-	1				

Tabla 10 (Cont.)

n1=13 CONT.										n1=13 CONT.										n1=14										n1=14 CONT.									
		UNA		COLA		DOS		COLAS				UNA		COLA		DOS		COLAS				UNA		COLA		DOS		COLAS				UNA		COLA		DOS		COLAS	
n2	x1	10%	5%	1%	10%	5%	1%	10%	5%	1%	n2	x1	10%	5%	1%	10%	5%	1%	10%	5%	1%	n2	x1	10%	5%	1%	10%	5%	1%	n2	x1	10%	5%	1%	10%	5%	1%		
**	**	**	**	**	**	**	**	**	**	**	**	**	**	**	**	**	**	**	**	**	**	**	**	**	**	**	**	**	**	**	**	**	**	**	**	**			
13	10	6	5	3	5	4	3				19	5	3	2	0	2	1	0				14	14	11	11	9	11	10	8	20	14	17	16	13	15	15	12		
	9	5	4	2	4	3	2					4	1	1	0	1	0	0					13	10	9	7	9	8	6		13	14	13	11	13	12	10		
	8	4	3	2	3	2	1					3	1	0	-	0	0	-					12	8	7	5	7	6	5		12	12	11	8	11	10	8		
	7	3	2	1	2	2	0					2	0	-	-	0	-	-					11	7	6	4	6	5	3		11	11	9	7	10	8	6		
	6	2	1	0	1	1	0				20	13	17	16	13	16	14	12					10	6	5	3	5	4	2		10	9	8	6	8	7	4		
	5	1	1	0	1	0	-					12	14	12	10	13	12	9					9	5	4	2	4	3	2		9	7	6	4	6	5	4		
	4	1	0	-	0	0	-					11	12	11	8	11	10	8					8	4	3	1	3	2	1		8	7	5	3	5	5	2		
	3	0	0	-	0	-	-					10	10	9	6	9	8	5					7	3	2	1	2	1	0		7	4	4	2	4	3	1		
14	13	11	11	9	11	10	8					9	9	7	5	7	6	4					6	2	1	0	1	1	0		6	4	3	1	3	2	1		
	12	10	8	6	8	8	6					8	7	6	3	6	5	3					5	1	1	0	1	0	-		5	2	1	0	2	1	0		
	11	8	7	5	7	6	5					7	5	4	3	4	3	2					4	1	0	-	0	0	-		4	2	1	0	1	0	0		
	10	6	6	4	6	5	3					6	4	3	1	3	2	1					3	0	0	-	0	-	-		3	0	0	-	0	0	-		
	9	6	4	3	4	3	2					5	3	2	0	2	1	0			15	14	12	12	10	12	11	9		2	0	-	-	0	-	-			
	8	4	4	2	4	3	1					4	1	1	0	1	1	0					13	11	9	7	9	9	7		13	15	14	11	14	13	10		
	7	3	2	1	2	2	0					3	1	0	-	0	0	-					12	9	8	6	8	7	5		12	13	12	9	12	11	8		
	6	3	2	0	2	1	0					2	0	-	-	0	-	-					11	7	6	5	7	6	4		11	11	10	7	10	9	6		
	5	1	1	0	1	0	0				21	13	17	16	14	17	15	13					10	7	6	3	6	4	3		10	10	8	6	8	7	5		
	4	1	0	-	0	0	-					12	15	14	11	14	12	10					9	5	4	2	4	3	2		9	8	7	5	7	6	4		
	3	0	0	-	0	-	-					11	13	11	9	12	10	8					8	4	3	2	3	3	1		8	6	5	3	6	4	3		
	2	0	-	-	-	-	-					10	10	9	7	9	8	6					7	3	3	1	2	2	0		7	6	4	2	4	3	2		
15	13	12	11	9	12	10	9					9	10	8	5	8	7	4					6	3	1	0	2	1	0		6	6	5	3	6	4	3		
	12	10	9	7	9	8	6					8	7	6	4	6	5	3					5	1	1	0	1	0	0		5	4	3	1	3	2	1		
	11	9	8	6	8	7	5					7	6	4	2	5	4	2					4	1	0	-	0	0	-		4	2	2	0	2	1	0		
	10	7	6	4	6	5	3					6	5	4	2	3	3	1					3	0	0	-	0	-	-		3	0	0	-	0	0	-		
	9	6	5	3	5	4	2					5	3	2	0	2	1	0			16	14	13	12	10	13	11	9		2	0	-	-	0	-	-			
	8	5	4	2	4	3	2					4	2	1	0	1	1	0					13	11	10	8	10	9	7		13	15	14	11	14	13	10		
	7	4	3	1	3	2	1					3	1	0	-	0	0	-					12	10	9	7	9	8	6		12	14	12	10	13	11	9		
	6	2	2	1	2	1	0					2	0	-	-	0	-	-					11	8	7	5	7	6	4		11	11	11	8	11	9	7		
	5	2	1	0	1	1	0				22	13	18	17	15	17	16	14					10	7	6	4	6	5	3		10	11	9	6	9	8	5		
	4	1	0	-	0	0	-					12	16	14	11	14	13	11					9	6	5	3	4	4	2		9	8	7	5	7	6	4		
	3	0	0	-	0	0	-					11	13	12	9	12	11	8					8	4	4	2	4	3	2		8	6	5	3	6	4	3		
	2	0	-	-	-	-	-					10	12	10	7	10	9	6					7	4	2	1	3	2	1		7	8	7	5	7	6	4		
16	13	13	12	10	12	11	10					9	9	8	6	8	7	5					6	3	2	0	2	1	0		6	7	6	3	6	5	3		
	12	11	10	8	10	9	7					8	8	6	4	7	5	3					5	1	1	0	1	1	0		5	6	4	2	4	4	2		
	11	9	8	6	8	7	5					7	6	5	2	5	4	2					4	1	0	-	0	0	-		4	3	2	3	2	1			
	10	8	7	5	7	6	4					6	5	4	2	4	3	1					3	0	0	-	0	0	-		3	2	0	2	1	0			
	9	7	5	3	5	4	3					5	3	2	1	3	1	0					2	0	-	-	-	-	-		2	1	0	1	1	0			
	8	5	4	3	4	4	2					4	2	1	0	1	1	0					1	0	-	-	-	-		1	0	-	0	0	-				
	7	4	3	1	4	2	1					3	1	0	-	1	0	-					0	0	-	-	-	-		0	0	-	0	0	-				
	6	3	2	1	2	2	0					2	0	-	-	0	-	-					0	0	-	-	-	-		0	0	-	0	0	-				
	5	2	1	0	1	1	0					1	0	-	-	0	0	-					0	0	-	-	-	-		0	0	-	0	0	-				
	4	1	0	-	1	0	-				23	13	19	18	15	18	16	14					0	0	-	-	0	0	-		0	0	-	0	0	-			
	3	0	0	-	0	0	-					12	16	15	12	15	14	11					0	0	-	-	0	0	-		0	0	-	0	0	-			
	2	0	-	-	-	-	-					11	14	13	10	13	11	9					0	0	-	-	0	0	-		0	0	-	0	0	-			
	1	0	-																																				

Tabla 10 (Cont.)

n1=14 CONT.								n1=15 CONT.								n1=15 CONT.								n1=16 CONT.							
		UNA		COLA		DOS COLAS				UNA		COLA		DOS COLAS				UNA		COLA		DOS COLAS				UNA		COLA		DOS COLAS	
n2	x1	10%	5%	1%	10%	5%	1%	n2	x1	10%	5%	1%	10%	5%	1%	n2	x1	10%	5%	1%	10%	5%	1%	n2	x1	10%	5%	1%	10%	5%	1%
**	**	**	**	**	**	**	**	**	**	**	**	**	**	**	**	**	**	**	**	**	**	**	**	**	**	**	**	**	**	**	
25	3	1	0	-	1	0	-	20	12	11	10	7	10	9	7	25	6	5	3	1	4	3	1	20	6	3	2	1	2	1	0
	2	0	0	-	0	0	-		11	10	8	6	8	7	5		5	3	2	1	2	1	0		5	2	1	0	1	1	0
.....														
n1=15								n1=16								n1=16								n1=16							
**	**	**	**	**	**	**	**	**	**	**	**	**	**	**	**	**	**	**	**	**	**	**	**	**	**	**	**	**	**	**	
15	15	12	12	10	12	11	9	15	18	17	14	17	16	13	16	16	13	12	11	12	12	10	21	16	18	17	15	17	16	14	
	14	11	9	8	9	9	7		14	15	14	12	14	13	11		15	12	11	9	11	10	8		14	14	13	10	13	11	9
	13	9	9	6	9	7	6		13	14	12	10	12	11	9	16	13	12	11	9	11	10	7	22	16	19	18	16	18	17	15
	12	8	7	5	7	6	4		12	12	11	8	10	9	7		12	8	7	4	7	5	4		13	12	11	9	11	10	7
	11	7	5	4	5	5	3	21	10	9	6	9	8	5		11	6	5	3	5	5	3		12	11	9	7	10	8	6	
	10	5	5	3	5	4	2		11	10	9	6	9	8	5	17	10	9	6	9	8	6		11	9	8	5	8	7	5	
	9	4	3	2	3	3	2		10	9	7	5	7	6	5		9	4	3	1	3	2	1	22	10	8	6	8	7	5	
	8	4	3	1	3	2	1		9	7	6	4	6	5	3	18	8	7	4	7	5	4		9	7	6	4	7	6	4	
	7	3	2	1	2	1	0		8	6	5	2	5	4	2	19	7	3	2	1	2	1	0	23	8	6	5	4	7	6	4
	6	2	2	0	2	1	0		7	5	4	2	4	3	1	20	6	2	1	0	1	1	0		7	5	4	3	6	5	3
	5	1	0	0	0	0	-		6	3	2	1	3	2	1	21	5	1	1	0	1	0	0	24	6	3	2	1	2	1	0
	4	1	0	-	0	0	-		5	2	1	0	2	1	0	22	4	1	0	-	0	0	-		5	2	1	0	1	0	0
	3	0	0	-	0	-	-		4	2	1	0	1	0	0	23	3	0	0	-	0	0	-	25	4	2	1	0	1	0	0
16	15	13	13	11	12	12	10	22	15	19	18	15	17	17	14	18	16	15	14	12	15	13		24	3	0	0	-	0	0	-
	14	12	10	8	11	10	8		14	16	15	12	15	14	12	19	17	16	14	12	11	9		23	2	0	-	-	0	-	-
	13	10	9	7	9	8	6		13	14	13	10	13	12	9	20	15	14	12	11	10	8	25	16	21	20	17	19	19	16	
	12	8	7	6	8	7	5		12	12	11	9	11	10	7		14	12	11	8	11	10	8		15	18	17	14	17	16	13
	11	8	7	4	7	6	3		11	11	9	7	9	8	6	18	13	12	10	8	7	5		14	16	14	12	15	13	11	
	10	6	5	3	5	4	3	21	10	9	6	9	8	5		13	10	9	6	9	8	6	24	13	14	13	10	13	12	9	
	9	5	4	3	4	3	2		10	9	8	5	8	6	5	19	12	10	8	6	7	5		12	13	11	8	11	10	7	
	8	4	3	1	3	2	1		9	8	6	4	7	6	3	20	11	8	7	4	6	5	25	11	11	9	7	9	8	6	
	7	3	3	1	2	2	0		8	6	5	3	5	4	2		10	7	6	4	6	5		10	9	8	5	8	7	5	
	6	3	1	0	1	1	0		7	5	4	2	4	3	2	21	9	6	5	3	5	4	2	24	9	8	7	4	7	5	4
	5	1	1	0	1	0	0		6	4	3	1	3	2	1	22	8	5	4	2	4	3	1		8	6	5	3	5	4	2
	4	1	0	-	0	0	-		5	3	2	0	2	1	0	23	7	4	2	1	3	2	1	25	7	5	4	2	4	3	1
	3	0	0	-	0	-	-		4	2	1	0	1	1	0	24	6	2	2	0	2	1	0		6	4	3	1	3	2	1
	2	0	-	-	-	-	-		3	0	0	-	0	0	-	25	5	2	1	0	1	0	0	25	5	2	1	0	1	0	0
17	15	14	13	11	14	13	10	23	15	20	18	16	18	17	14	19	16	15	14	12	15	13		24	4	2	1	0	1	0	0
	14	12	11	9	11	10	8		14	17	16	13	16	15	12	20	17	16	14	12	11	9		23	3	0	0	-	0	0	-
	13	11	10	7	9	9	7		13	15	13	11	14	12	10		16	15	13	10	8	7	25	2	0	-	-	0	-	-	
	12	9	8	6	8	7	5		12	13	12	9	12	11	8	19	15	14	12	11	10	8		22	2	0	-	-	0	-	-
	11	8	7	5	7	6	4		11	11	10	7	10	8	6	20	14	13	10	8	7	5	25	16	21	20	17	19	19	16	
	10	7	5	4	6	4	3	21	10	9	6	9	8	5		13	10	9	6	9	8	6	24	15	18	17	14	17	16	13	
	9	5	5	2	4	4	2		10	10	8	6	8	7	5	19	12	10	8	6	7	5		14	16	14	12	15	13	11	
	8	5	4	2	4	3	1		9	8	7	4	7	6	3	20	11	8	7	4	6	5	25	13	14	13	10	13	12	9	
	7	3	2	1	3	2	1		8	7	5	3	5	5	3		10	7	6	4	6	5		12	13	11	8	11	10	7	
	6	3	2	0	2	1	0		7	5	4	2	4	3	2	21	9	6	5	3	5	4	2	24	11	11	9	7	9	8	6
	5	1	1	0	1	0	0		6	4	3	1	3	2	1	22	8	5	4	2	4	3	1		10	9	8	5	8	7	5
	4	1	0	-	0	0	-		5	3	2	0	2	1	0	23	7	4	2	1	3	2	1	25	9	8	7	4	7	5	4
	3	0	0	-	0	-	-		4	2	1	0	1	1	0	24	6	2	2	0	2	1	0		8	6	5	3	5	4	2
	2	0	-	-	-	-	-		3	0	0	-	0	0	-	25	5	2	1	0	1	0	0	25	7	5	4	2	4	3	1
18	15	15	14	12	15	13	11	24	15	20	19	17	19	18	16	20	17	16	14	12	15	13		24	6	4	3	1	3	2	1
	14	13	12	10	12	11	9		14	18	17	14	17	15	12	21	18	17	15	13	11	9		23	5	2	1	0	2	1	0
	13	11	10	8	10	9	7		13	15	14	11	14	13	11		16	15	13	10	8	7	25	5	2	1	0	1	0	0	
	12	10	9	6	9	8	6		12	14	12	10	12	11	8	20	15	14	12	11	10	8		24	4	2	1	0	1	0	0
	11	9	7	5	7	6	4		11	12	10	7	11	9	7	21	14	13	10	8	7	5	25	3	0	0	-	0	0	-	
	10	7	6	4	6	5	3		10	10	9	6	8	8	5	22	13	12	9	7	6	4		2	0	-	-	0	-	-	
	9	6	5	3	5	4	3		9	9	7	5	7	6	4	23	12	10	8	6	7	5	25	16	22	20	18	20	19	16	
	8	5	4	2	4	3	1		8	7	6	3	6	5	3		11	9	8	6	7	5		15	19	18	14	18	16	13	
	7	4	3	1	3	2	1		7	5	4	2	5	4	2	24	10	8	6	7	6	4	25	14	17	15	13	16	14	11	
	6	3	2	1	2	1	0		6	5	3	2	3	2	1		9	7	6	4	6	5		13	15	13	10	13	12	10	
	5	2	1	0	1	1	0		5	3	2	0	2	1	0	21	8	5	4	2	4	3	1	25	12	13	12	9	12	10	8
	4	1	0	-	1	0	-		4	2	1	0	1	1	0	22	7	4	3	1	3	2	1		11	11	10	7	10	9	6
	3	0	0	-	0	0	-		3	1	0	-	0	0	-	23	6	3	2	0	2	1	0	25	10	10	8	5	8	7	5
	2	0	-	-	-	-	-		2	0	-	-	0	-	-	24	5	2	1	0	1	0	0		9	8	7	5	7	6	4
19	15	16	15	13	15	14	12	25	15	21	20	18	20	19	17	21	18	17	15	13	11	9		24	8	6	6	3	5	4	3
	14	14	13	10	13	12	9		14	19	17	14	17	16	13		16	15	14	11											

Tabla 10 (Cont.)

n1=16 CONT.									n1=17 CONT.									n1=18 CONT.									n1=18 CONT.									
n2	x1	10%	5%	1%	10%	5%	1%		n2	x1	10%	5%	1%	10%	5%	1%		n2	x1	10%	5%	1%	10%	5%	1%		n2	x1	10%	5%	1%	10%	5%	1%		
25	5	3	2	0	2	1	0		21	9	6	5	3	5	4	2		18	16	12	11	9	11	10	8		22	5	2	1	0	1	0	0		
	4	2	1	0	1	1	0			8	5	4	2	4	3	1			15	11	10	8	10	9	7			4	1	0	-	0	0	-		
	3	0	0	-	0	0	-			7	4	3	1	3	2	1			14	10	8	6	8	8	5			3	0	0	-	0	0	-		
	2	0	-	-	0	-	-			6	3	2	1	2	1	0			13	8	8	5	8	6	5			2	0	-	-	0	-	-		
.....										5	2	1	0	1	1	0			12	7	6	4	6	6	3			23	18	20	19	17	19	17	16	
n1=17										4	1	0	-	0	0	-			11	7	5	3	5	4	3				17	18	16	14	17	16	13	
**	**	***	***	***	***	***	***	**		3	0	0	-	0	0	-			10	5	5	3	5	4	2			16	16	15	12	15	14	11		
17	17	14	13	12	13	13	11		22	17	19	18	16	18	17	15			9	4	3	2	3	3	1			15	14	13	10	13	12	10		
	16	13	12	10	12	11	9			16	17	15	13	16	14	12			8	4	3	1	3	2	1			14	13	11	9	11	11	8		
	15	11	10	8	10	9	7			15	15	14	11	14	12	10			7	3	2	0	2	1	0			13	11	10	8	10	9	7		
	14	10	9	7	9	8	6			14	13	12	9	12	11	9			6	2	1	0	1	1	0			12	10	9	6	9	7	5		
	13	9	8	5	8	7	5			13	12	10	8	11	9	7			5	1	0	0	0	0	-			11	8	7	5	7	6	4		
	12	8	6	5	6	5	4			12	10	9	7	9	8	5			4	1	0	-	0	0	-			10	8	6	4	7	5	3		
	11	6	6	3	6	4	3			11	9	8	5	8	6	5			3	0	0	-	0	-	-			9	6	5	3	5	4	3		
	10	5	4	3	4	4	2			10	7	6	4	6	6	3			19	18	16	14	16	15	13			8	5	4	2	4	3	1		
	9	5	4	2	4	3	1			9	7	5	3	5	5	3			17	14	13	11	13	12	10			7	4	3	1	3	2	1		
	8	4	3	1	3	2	1			8	5	4	2	4	3	2			16	13	12	10	12	11	9			6	3	2	1	2	1	0		
	7	3	2	1	2	1	0			7	4	3	1	3	2	1			15	12	10	8	10	9	8			5	2	1	0	1	1	0		
	6	2	1	0	1	1	0			6	3	2	1	2	2	0			14	10	9	7	9	8	6			4	1	0	-	0	0	-		
	5	1	1	0	1	0	-			5	2	1	0	1	1	0			13	9	8	5	8	7	5			3	0	0	-	0	0	-		
	4	1	0	-	0	0	-			4	1	1	-	0	0	-			12	8	7	5	7	6	4			2	0	-	-	0	-	-		
	3	0	-	-	-	-	-			3	0	0	-	0	0	-			11	7	5	4	6	5	3			24	18	21	20	18	20	19	17	
18	17	15	15	13	15	14	12			2	0	-	-	0	-	-			10	6	5	3	5	4	2			17	18	17	15	17	16	14		
	16	13	12	10	12	11	10			17	20	19	17	19	18	15			9	5	4	2	4	3	2			16	17	15	13	16	14	12		
	15	12	11	9	11	10	8			16	17	16	13	16	15	13			8	4	3	1	3	2	1			15	15	14	11	14	12	10		
	14	11	10	7	10	9	7			15	16	14	12	14	13	11			7	3	2	1	2	2	0			14	13	12	9	12	11	8		
	13	9	8	6	8	7	5			14	14	13	10	12	11	9			6	2	1	0	2	1	0			13	12	11	8	10	9	7		
	12	8	7	5	7	6	4			13	12	11	8	11	10	7			5	1	1	0	1	0	0			12	11	9	6	9	8	6		
	11	7	6	4	6	5	3			12	11	9	7	9	8	6			4	1	0	-	0	0	-			11	9	8	6	8	7	5		
	10	6	5	3	5	4	3			11	9	8	5	8	7	5			3	0	0	-	0	-	-			10	8	6	4	7	6	3		
	9	5	4	2	4	3	1			10	8	7	5	7	6	4			20	18	17	16	14	17	16	14			9	6	6	3	6	4	3	
	8	4	3	1	3	2	1			9	7	6	3	6	4	3			17	15	14	12	14	13	11			8	6	4	2	4	4	1		
	7	3	2	1	2	2	0			8	6	4	2	4	4	2			16	14	13	10	13	11	9			7	4	3	1	3	3	1		
	6	2	1	0	2	1	0			7	4	3	2	4	3	1			15	12	11	9	11	10	8			6	3	2	1	2	1	0		
	5	1	1	0	1	0	-			6	3	2	1	3	1	0			14	11	10	7	10	9	7			5	3	1	0	1	1	0		
	4	1	0	-	0	0	-			5	3	2	0	1	1	0			13	9	8	6	9	8	5			4	1	1	-	1	0	-		
	3	0	0	-	0	-	-			4	1	0	-	1	0	0			12	9	8	5	7	6	4			3	0	0	-	0	0	-		
19	17	16	15	13	16	15	12			3	0	0	-	0	0	-			11	7	6	4	6	5	3			2	0	-	-	-	-	-		
	16	14	13	11	13	12	10			2	0	-	-	-	-	-			10	6	5	3	5	4	3			25	18	22	21	18	20	20	17	
	15	13	12	9	11	11	8			17	21	20	17	19	19	16			9	6	4	2	4	3	2			17	19	18	16	18	17	15		
	14	11	10	8	10	9	7			16	18	17	15	17	16	14			8	4	3	2	3	3	1			16	17	16	13	16	15	12		
	13	10	9	6	9	8	6			15	16	15	12	15	13	11			7	3	3	1	2	2	0			15	16	14	12	14	13	11		
	12	8	7	6	8	7	4			14	15	13	11	13	12	10			6	3	1	0	2	1	0			14	14	13	10	12	12	9		
	11	8	7	4	6	5	4			13	13	12	9	12	11	8			5	1	1	0	1	0	0			13	12	11	8	12	10	7		
	10	6	5	3	5	4	3			12	11	10	7	10	9	6			4	1	0	-	0	0	-			12	11	10	7	9	8	6		
	9	6	4	2	5	4	2			11	10	8	6	8	7	5			3	0	0	-	0	-	-			11	10	8	6	8	7	5		
	8	4	3	2	3	2	1			10	9	7	5	7	6	4			21	18	17	15	18	16	14			10	8	7	4	7	6	4		
	7	3	3	1	3	2	1																													

Tabla 10 (Cont.)

n1=19 CONT.										n1=19 CONT.										n1=20 CONT.										n1=21 CONT.												
		UNA		COLA		DOS		COLAS				UNA		COLA		DOS		COLAS				UNA		COLA		DOS		COLAS				UNA		COLA		DOS		COLAS				
n2	x1	10%	5%	1%	10%	5%	1%	10%	5%	1%	n2	x1	10%	5%	1%	10%	5%	1%	10%	5%	1%	n2	x1	10%	5%	1%	10%	5%	1%	10%	5%	1%	n2	x1	10%	5%	1%	10%	5%	1%		
20	17	14	13	11	13	12	10	10	8	7	24	10	8	6	4	6	5	3	2	1	0	22	8	4	3	1	3	2	1	2	1	0	21	9	5	3	2	3	3	1		
	16	13	11	9	11	10	8	9	6	5		9	6	5	3	5	4	2	1	0		7	3	2	1	2	2	0	0	0	0	8	3	3	1	3	2	0				
	15	11	10	8	10	9	7	8	5	4		8	5	4	2	4	3	2	1	0		6	3	1	0	2	1	0	0	0	7	3	2	0	2	1	0					
	14	10	9	7	9	8	6	7	4	3		7	4	3	1	3	2	1	0	0		5	1	1	0	1	0	0	0	6	2	1	0	1	0	0						
	13	9	7	5	8	6	5	6	3	2		6	3	2	1	2	1	0	0	0		4	1	0	0	0	0	0	0	5	1	0	0	0	0	0						
	12	8	7	4	6	6	4	5	2	1		5	2	1	0	1	1	0	0	0		3	0	0	0	0	0	0	0	4	1	0	0	0	0	0						
	11	7	6	4	6	5	3	4	1	0		4	1	0	0	0	0	0	0	0		23	20	19	17	20	18	16	15	14	13	12	11	10	9	8	7	6	5			
	10	5	4	3	5	4	2	3	0	0		3	0	0	0	0	0	0	0	0		19	18	17	15	17	16	14	13	12	11	10	9	8	7	6	5	4	3	2		
	9	5	4	2	4	3	2	2	0	0		2	0	0	0	0	0	0	0	0		18	16	15	13	15	14	12	11	10	9	8	7	6	5	4	3	2	1	0		
	8	4	3	1	3	2	1	1	19	22	21	19	21	20	18	17	15	13	11	9		17	15	14	11	14	13	10	9	8	7	6	5	4	3	2	1	0	0	0		
	7	3	2	1	2	2	0	18	19	18	16	18	17	15	13	11	9	7	5	3		16	14	12	10	13	11	9	8	7	6	5	4	3	2	1	0	0	0	0		
	6	2	1	0	2	1	0	17	18	16	14	17	15	13	11	9	7	5	3	1		15	12	11	8	11	10	8	7	6	5	4	3	2	1	0	0	0	0	0		
	5	1	1	0	1	0	0	16	16	15	12	15	14	11	9	7	5	3	1	0		14	11	9	8	10	9	6	5	4	3	2	1	0	0	0	0	0	0	0		
	4	1	0	0	0	0	0	15	14	13	10	13	12	9	12	10	8	7	5	3		13	10	9	6	8	7	5	4	3	2	1	0	0	0	0	0	0	0	0		
	3	0	0	0	0	0	0	14	13	12	9	12	10	8	7	5	3	1	0	0		12	8	7	5	8	6	4	3	2	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0		
21	19	18	17	15	18	17	14	13	12	10	8	10	9	7	6	5	4	3	2	1		11	7	6	4	6	6	4	3	2	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0		
	18	16	15	13	15	14	12	11	12	10	9	6	9	8	6	5	4	3	2	1		10	7	6	3	5	4	2	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0		
	17	15	14	11	14	13	11	9	11	9	7	5	8	7	4	3	2	1	0	0		9	5	4	2	4	3	2	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0		
	16	13	12	10	12	11	9	10	7	7	4	6	5	3	2	1	0	0	0	0		8	5	3	2	3	3	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0		
	15	12	11	8	11	10	8	9	7	5	3	5	4	3	1	0	0	0	0	0		7	3	3	1	3	2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0		
	14	10	9	7	10	9	6	8	5	4	2	4	3	1	0	0	0	0	0	0		6	3	1	0	2	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0		
	13	10	8	6	8	7	5	7	4	3	1	3	3	1	0	0	0	0	0	0		5	1	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0		
	12	8	7	5	7	6	4	6	3	2	1	2	1	0	0	0	0	0	0	0		4	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0		
	11	7	6	4	6	5	3	5	2	1	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0		3	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0		
	10	7	5	3	5	4	2	4	1	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0		2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0		
	9	5	4	2	4	3	2	3	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0		24	20	21	20	18	20	19	17	20	19	16	20	18	17	15	14	13	12	11	10	
	8	4	3	1	3	2	1	2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0		19	19	18	15	18	17	14	16	15	13	12	11	10	9	8	7	6	5	4	3	2
	7	3	3	1	2	2	0		18	17	16	14	16	15	13	12	11	10	9	8	7	6	5	4	3	2	1	0	
	6	3	1	0	2	1	0	n1=20	20	17	15	17	16	14	12	11	10	9	8	7		17	16	14	12	14	13	11	10	9	8	7	6	5	4	3	2	1	0	0	0	
	5	1	1	0	1	0	0	20	19	18	16	18	17	15	13	11	9	7	5	3		16	14	13	10	13	12	9	11	10	8	7	6	5	4	3	2	1	0	0	0	
	4	1	0	0	0	0	0	19	16	14	12	14	14	12	10	8	6	4	3	2		15	13	12	9	11	10	8	7	6	5	4	3	2	1	0	0	0	0	0		
	3	0	0	0	0	0	0	18	14	13	11	13	12	10	8	6	4	3	2	1		14	12	10	8	10	9	7	6	5	4	3	2	1	0	0	0	0	0	0	0	
	2	0	0	0	0	0	0	17	13	12	10	12	11	9	7	5	3	2	1	0		13	10	9	6	9	8	6	5	4	3	2	1	0	0	0	0	0	0	0	0	
22	19	19	18	16	19	17	15	16	11	10	8	10	9	7	6	5	4	3	2	1		12	9	8	6	8	7	5	4	3	2	1	0	0	0	0	0	0	0	0		
	18	17	16	14	16	15	13	11	15	11	10	8	10	9	7	6	5	4	3	2		11	8	6	4	7	6	3	2	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0		
	17	15	14	12	14	13	11	9	14	9	8	6	8	7	5	4	3	2	1	0		10	7	6	3	6	4	3	2	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0		
	16	14	13	10	13	12	9	8	13	8	7	5	7	6	4	3	2	1	0	0		9	5	4	3	4	4	2	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0		
	15	13	11	9	11	10	8	7	12	8	6	4	6	5	3	2	1	0	0	0		8	5	3	2	4	3	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0		
	14	11	10	8	10	9	7	6	11	6	5	3	5	4	3	2	1	0	0	0		7	4	3	1	3	2	1	0	0	0	0	0	0	0	0</						

Tabla 10 (Cont.)[illegible]